



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

ΑΣΤΡΙΚΗ, ΕΚΡΗΚΤΙΚΗ
ΠΥΡΗΝΟΣΥΝΘΕΣΗ
ΠΑΡΑΓΟΥΣΑ ΚΑΙ ΕΠΑΓΟΜΕΝΗ
ΑΠΟ ΝΕΤΡΙΝΑ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ Γ. ΓΙΑΝΝΑΚΑ
Φυσικός

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννινα, 2014

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

ΑΣΤΡΙΚΗ, ΕΚΦΡΗΚΤΙΚΗ
ΠΥΡΗΝΟΣΥΝΘΕΣΗ
ΠΑΡΑΓΟΥΣΑ ΚΑΙ ΕΠΑΓΟΜΕΝΗ
ΑΠΟ ΝΕΤΡΙΝΑ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ Γ. ΓΙΑΝΝΑΚΑ
Φυσικός

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννινα, 2014

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Εισαγωγικά	1
1.2	Ο ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην εξέλιξη μαζικών αστέρων	2
1.3	Επισκόπηση της Παρούσας Διατριβής	3
2	Ο ρόλος των νετρίνων στην πυρηνοσύνθεση	5
2.1	Εισαγωγή	5
2.2	Στάδια Κύριας Ακολουθίας Μαζικού Αστήρα	6
2.3	Εξέλιξη ενός Αστήρα	9
2.4	Κατάρρευση Αστρικού Πυρήνα	13
2.4.1	Η αρχή της κατάρρευσης	14
2.4.2	Το τέλος της κατάρρευσης	15
2.5	Η φυσική στην Κατάρρευση Καρδιάς Supernovae	16
2.6	Σύνθεση Βαρέων Πυρήνων	17
2.7	Πυρηνοσύνθεση	19
2.7.1	Η s-διαδικασία	20
2.7.2	Η r-διαδικασία	21
2.7.3	Η p-διαδικασία	24
2.8	Εκρηκτική Πυρηνοσύνθεση	25
2.9	Άνεμος Νετρίνων- Neutrino-driven wind	26
2.10	Αστρικές Ασθενής Αλληλεπιδράσεις	27
2.11	Προσομοιώσεις SN-Συνθηκών	32
2.12	Υπολογισμοί Ρυθμών Γεγονότων Ασθενών Αντιδράσεων	33
2.13	Υπολογισμός των συνεισφορών Gamow-Teller Fermi στις ενεργές διατομές	34
2.13.1	Ikeda Sum Rules	36
2.14	Προσέγγισης των ρυθμών γεγονότων στις ασθενής αλληλεπιδράσεις	36
2.14.1	Brink hypothesis	38

3	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΔΟΜΗΣ	39
3.1	Εισαγωγή	39
3.2	Μοντέλα Πυρηνικής Δομής	40
3.3	Ρεαλιστικοί Υπολογισμοί Πυρηνικής Δομής	41
3.4	Το Δυναμικό Woods-Saxon	45
3.5	Περιγραφή της Βασικής Κατάστασης του Πυρήνα	46
3.5.1	Υπεραγωγιμότητα Μετάλλων και η Θεωρία BCS	46
3.5.2	Οι Εξισώσεις BCS στην Πυρηνική Φυσική	47
3.6	Αλληλεπίδραση ζεύγους	52
3.7	Η pn-QRPA Μέθοδος	54
3.8	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων	58
3.8.1	Προσδιορισμός του χώρου μοντέλου	59
3.8.2	Προσδιορισμός παραμέτρων στα πλαίσια της μεθόδου BCS	59
3.8.3	Προσδιορισμός παραμέτρων στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA	60
3.8.4	Αναπαραγωγή Φάσματος Θυγατρικού Πυρήνα	61
4	Λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου	71
4.1	Εισαγωγή	71
4.2	Μιονική Σύλληψη	72
4.3	Κινηματική διαδικασίας σύλληψης μιονίου	73
4.4	Φορμαλισμός Σύλληψης Μιονίου	75
4.5	Ρυθμοί Μιονικής Σύλληψης	75
4.5.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου	77
4.5.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου	79
4.5.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου	80
4.6	Το ισότοπο του ^{28}Si	82
4.6.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$	82
4.6.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$	83
4.6.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$	86
4.7	Το ισότοπο του ^{32}S	87
4.7.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$	87
4.7.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$	88
4.7.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$	88
4.8	Το ισότοπο του ^{48}Ti	91
4.8.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$	91
4.8.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$	92
4.8.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$	92
4.9	Το ισότοπο του ^{56}Fe	94
4.9.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$	95

4.9.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$	97
4.9.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$	98
4.10	Το ισότοπο του ^{66}Zn	98
4.10.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$	99
4.10.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$	99
4.10.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$	101
4.11	Το ισότοπο του ^{90}Zr	102
4.11.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$	102
4.11.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$	104
4.11.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$	105
4.12	Συμπεράσματα	105

5 Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου σε συνθήκες εργαστηρίου 107

5.1	Εισαγωγή	107
5.2	Σύλληψη ηλεκτρονίων	108
5.3	Κινηματική της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου	109
5.4	Φορμαλισμός διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου	111
5.5	Ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου	112
5.6	Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση	114
5.6.1	Μελέτη των ισοτόπων ^{28}Si και ^{32}S	115
5.6.2	Μελέτη των ισοτόπων ^{48}Ti και ^{56}Fe	118
5.6.3	Μελέτη των ισοτόπων ^{66}Zn και ^{90}Zr	122
5.7	Υπολογισμοί συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή	125
5.8	Ολική Ενεργός Διατομή	126
5.9	Συμπεράσματα	129

6 Μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε αστροφυσικές συνθήκες 137

6.1	Εισαγωγή	137
6.2	Μέθοδοι μελέτης της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες	138
6.3	Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες	140
6.4	Υπολογισμοί ενεργών διατομών σε αστροφυσικές συνθήκες	142
6.5	Το ισότοπο του τιτανίου ^{48}Ti	147
6.5.1	Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$	147
6.5.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$	148

6.5.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$	151
6.6	Το ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe	153
6.6.1	Υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$	154
6.6.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$	156
6.6.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$	157
6.7	Το ισότοπο του ψευδαργύρου ^{66}Zn	159
6.7.1	Υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$	160
6.7.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$	162
6.7.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$	163
6.8	Το ισότοπο του ζιρκονίου ^{90}Zr	166
6.8.1	Υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$	167
6.8.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$	168
6.8.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$	170
6.9	Συμπεράσματα	173

7 ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ 175

A' 181

A'.1	Εξισώσεις Dirac	181
A'.2	Εξισώσεις Dirac παρουσία H/M πεδίου	185
A'.3	Συνάρτηση Fermi	187

B' 189

B'.1	Ενεργειακά Χάσματα (Energy Gaps)	189
------	--	-----

Γ' 191

Γ'.1	Επιτρεπτές Μεταβάσεις	191
Γ'.2	Μη επιτρεπτές μεταπτώσεις	193

Δ' 195

Δ'.1	Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενικού αδρονικού ρεύματος	195
Δ'.2	Μέθοδος Donnelly-Walecka	197
Δ'.3	Πολυπολικοί Τελεστές	198

Δ'.4	Πολυπολυκοί πυρηνικοί τελεστές	199
Δ'.5	Αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου	201
Δ'.6	Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις ανηγμένων στοιχείων πίνακα	201
Δ'.7	Παράγοντες δομής νουκλεονίου	202
E'		203
E'.1	Θεώρημα Wigner-Eckart	203
E'.2	Συντελεστές Clebsch-Gordan	203
E'.3	3-j Σύμβολα	204
E'.4	6-j Σύμβολα	204
E'.5	9-j Σύμβολα	205
E'.6	Συντελεστές Racah W	205
φ'		207
φ'.1	Η κυματοσυνάρτηση του μιονίου σε ένα μιονικό άτομο	207
Z'		209
Z'.1	Κατανομή Maxwell-Boltzmann	209
Βιβλιογραφία		211

Περίληψη

Ο κύριος στόχος της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής είναι να δημιουργήσει μια (πυρηνική) μέθοδο μελέτης πυρηνικών, ημιλεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος που λαμβάνουν χώρα σε αστρικό περιβάλλον και επηρεάζουν την αστρική και εκρηκτική πυρηνοσύνθεση. Αυτή η μέθοδος βασίζεται σε ένα εξελιγμένη μορφή της μεθόδου QRPA η οποία χρησιμοποιεί ρεαλιστικές δυνάμεις δύο σωματιδίων, το δυναμικό δύο σωματιδίων Bonn C-D καθώς και μια προχωρημένη αριθμητική προσέγγιση η οποία παρέχει όλα τα δυνατά αναγωγήσιμα πυρηνικά στοιχεία πίνακα σε μορφή συμπαγών, αναλυτικών εκφράσεων. Η μέθοδος αυτή, έχει ελεγχθεί μέσω της αναπαραγωγής των ιδιοτήτων πυρηνικής δομής (από τον προσδιορισμό των παραμέτρων σύζευξης προσαρμόζοντας τα ενεργειακά χάσματα, και την αναπαραγωγή των φασμάτων διέγερσης του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα) και την αναπαραγωγή των ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίων.

Για την εκπλήρωση αυτού του σκοπού, έχουμε επιλέξει ένα σύνολο πυρηνικών ισότοπων (^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr) τα οποία παίζουν σημαντικό ρόλο στην έκρηξη σουπερνόβα (SN) και κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης και κατά την φάση κατάρρευσης καρδιάς. Εστιάζουμε κυρίως στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από αυτούς τους πυρήνες, η οποία καθορίζει την εντροπία καρδιάς καθώς και τον λόγο ηλεκτρονίων προς βαρυόνια Y_e . Αυτή η διαδικασία παίζει ένα ρόλο κλειδί στην δημιουργία της κατανομής των νετρίνων που δημιουργούνται στην καρδιά του (SN), τα οποία μετά τη διαφυγή τους από το εσωτερικό του αστέρα, ανιχνεύονται από τους επίγειους ανιχνευτές νετρίνων.

Μετά τον έλεγχο της πυρηνικής μεθόδου, οι υπολογισμοί των σχετικών ενεργών διατομών πραγματοποιούνται σε δύο φάσεις:

Στην πρώτη φάση, θεωρούμε ότι η σύλληψη ηλεκτρονίων λαμβάνει χώρα κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, το οποίο σημαίνει ότι τα ισότοπα του μητρικού πυρήνα βρίσκονται στην θεμελιώδη κατάστασή τους. Θεωρώντας αρχικές ενέργειες ηλεκτρονίων στην περιοχή, $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$, ο θυγατρικός πυρήνας εμφανίζεται, γενικά, διεγερμένος σε έναν μεγάλο αριθμό δυνατών (τελικών) καταστάσεων.

Στη δεύτερη φάση των υπολογισμών μας που σχετίζονται με τις ενεργές διατομές,

θεωρούμε οι ο μητρικός πυρήνας και το ηλεκτρόνιο-βλήμα βρίσκονται στο εσωτερικό (πυκνό και θερμό) του αστέρα. Αυτό επιβάλλει να θεωρήσουμε πολλές χαμηλοενεργειακές καταστάσεις του μητρικού πυρήνα ως αρχικές καταστάσεις. Εκτός αυτού, η αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων υπακούει μια κατανομή η οποία σε πολλούς πρόσφατους υπολογισμούς θεωρείται ότι παραμετροποιείται αρκετά καλά από την κατανομή Maxwell-Boltzmann.

Από το επιλεγμένο σύνολο πυρήνων, οι δύο (^{48}Ti και ^{56}Fe) είναι σημαντικοί στην προ-σουπερνόβα πυρηνοσύνθεση, ενώ οι άλλοι δύο (^{66}Zn ανδ ^{90}Zr) είναι σημαντικοί στην φάση της κατάρρευσης καρδιάς (SN). Αξίζει να αναφέρουμε ότι η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες είναι μια σωματειακά συζηγής διαδικασία της φορτισμένου ρεύματος, σκέδασης νετρίνων από πυρήνες, η οποία παράγει τα στοιχεία χαμηλής ενέργειας του φάσματος νετρίνων στην κατάρρευση καρδιάς (SN). Επωφελούμενοι από αυτή την ομοιότητα, (αφού οι δύο συζηγείς διαδικασίες μελετώνται στη βιβλιογραφία στα πλαίσια των ίδιων μεθόδων), εμείς συζητάμε τα σχετικά με ενεργές διατομές αποτελέσματά μας, συνδιάζοντας τα με τους ρυθμούς αντίδρασης ηλεκτρονιακής σύλληψης από πυρήνες, $R_N = \sum_i Y_i \lambda_i$ που υπεισέρχονται σε ποικίλες αστροφυσικές προσομοιώσεις.

Να τονίσουμε σε αυτό το σημείο ότι σε αντίθεση με υπολογισμούς ηλεκτρονιακής σύλληψης από πυρήνες που έχουν γίνει μέχρι τώρα (τόσο σε εργαστηριακό, όσο και σε αστρικό περιβάλλον) κατά την εκτέλεση των οποίων υποτίθεται ότι η μεταφερόμενη ορμή $q \approx 0$ και κατά συνέπεια μόνο οι μεταβάσεις Gamow-Teller επιτρέπονται, στους δικούς μας λεπτομερείς υπολογισμούς έχουν συμπεριληφθεί και οι απαγορευμένες μεταβάσεις ανώτερης τάξης, και ο βαθμός αξιοπιστίας των λαμβανομένων αποτελεσμάτων είναι υψηλός.

Abstract

Stellar, explosive nucleosynthesis producing and induced by neutrinos

by Panagiota Giannaka

The main objective of the present Thesis is to create a (nuclear) method of studying charged-current semileptonic nuclear reactions that occur in stellar environment and affect stellar and explosive nucleosynthesis. This method is based on a refinement of the QRPA that utilizes realistic two-body forces, the Bonn C-D two-body potential and an advantageous numerical approach that provides all possible reduced nuclear Matrix Element in the form of compact analytical expressions. This method is tested through the reproducibility of nuclear structure properties (from the determination of pairing parameters by adjusting the energy gaps, and the reproducibility of the excitation spectra of the parent and daughter nuclei) and the reproducibility of the total muon capture rates.

Towards this purpose, we have chosen a set of nuclear isotopes (^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn and ^{90}Zr) which play important role in supernova (SN) explosion in both the pre-SN and during the core collapse SN phase. We mainly focus on the e^- -capture process on these nuclei which determines the core entropy as well as the electron-to-baryon ratio Y_e . This process plays key role in the creation of the neutrino distribution created in the SN core which after escaping the stellar interior, reaches the terrestrial ν -detectors.

After testing the nuclear method, the calculations of the relevant cross sections are performed in two stages:

In the first stage, we consider that the electron-capture occurs under laboratory conditions which means that the parent nuclear isotopes are in the ground state. Assuming initial electron energies in the range, $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$, the daughter

nucleus appear, in general, excited in a great number of possible (final) states. In the second stage of our cross section calculations, we assumed that the parent nuclei and the projectile electron, are in the stellar (hot and dense) interior. This forces the consideration of many low-lying states of the parent nucleus as initial states. On the other hand, the initial energy of electrons shows a distribution which in many recent calculations is assumed to be well parametrized by a Maxwell-Boltzmann distribution.

From the set of nuclei chosen, two (^{48}Ti and ^{56}Fe) are important in the pre-SN nucleosynthesis while the other two (^{66}Zn and ^{90}Zr) are significant to core collapse SN-phase nucleosynthesis. It is worth mentioning that e^- -capture on nuclei is a particle conjugate process of the neutrino induced charged current scattering on nuclei generates the low-energy component of the ν -spectrum of core-collapse SN. Take advantage of this similarity (both conjugate processes are in the literature studied within the context of the same methods) we discuss our cross sections results in conjunction with the reaction rates for e^- -capture on nuclei, $R_N = \sum_i Y_i \lambda_i$ entering various astrophysical simulations.

We stress that in contrast to the calculations for e^- -capture on nuclei, performed up to now, which assumed that (in both laboratory and stellar environment) the momentum transfer $q \approx 0$ and hence, only Fermi and Gamow-Teller transitions are permitted, in our detailed calculations high-order forbidden transitions are included and the confidence level of the results obtained is high.

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Σχηματικό διάγραμμα που παρουσιάζει τα κυρίαρχα πυρηνικά συστατικά, τη θερμοκρασία και την πυκνότητα στα διάφορα στρώματα ενός αστέρα μεγάλης μάζας, πριν την έκρηξη σουπερνόβα. Η δομή ενός τέτοιου αστέρα μοιάζει με την δομή των φλοιών ενός κρεμμυδιού (onion-skin structure).	7
2.2	Η πορεία της s- και της r- διαδικασίας στην περιοχή των Nd-Pm-Sm.	20
2.3	Οι αφθονίες των s-, r- και p-πυρήνων του ηλιακού συστήματος. Μόνο τα ισότοπα των οποίων το 90% ή και περισσότερο της συνολικής τους παραγωγής προέρχονται από τις απλές διαδικασίες παρουσιάζονται στο Σχήμα. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί από τις Εργασίες [40] και [41].	25
2.4	Στο διάγραμμα παρουσιάζεται τα στάδια της εκροής και της πυρηνοσύνθεσης που οδηγεί στην νρ-διαδικασία και στην r-διαδικασία. Επίσης παρουσιάζονται κάποιες σχετικές αντιδράσεις και θερμοκρασίες στις οποίες αυτές λαμβάνουν χώρα. Το σημείο στο οποίο οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις “παγώνουν” είναι το σημείο στο οποίο προσδιορίζεται ο λόγος Y_e . Κατά την διάρκεια σχηματισμού των άλφα σωματιδίων οι ροές νετρίνων μπορούν να εμποδίσουν την r-διαδικασία στην παραγωγή βαρύτερων πυρήνων.	28
2.5	Σχηματική αναπαράσταση ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων. . .	29
2.6	Οι πιθανές μεταπτώσεις του πυρήνα κάτω από αστρικές συνθήκες .	37
3.1	Μονοσωματιδιακά επίπεδα σφαιρικών ισωτόπων όπως προκύπτουν με χρήση του δυναμικού του αρμονικού ταλαντωτή, ενός μέσου πεδίου (Woods-Saxon) και του δυναμικού σύζευξης σπιν-τροχιάς (Σχήμα από το 'Elementary Theory of Nuclear Shell Structure' [8].	44
3.2	Απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon, με την παράμετρο V_0 να δείχνει το βάθος του δυναμικού, R είναι η πυρηνική ακτίνα και α η σταθερά πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα.	46

3.3	Η μεταβολή της πιθανότητας κατάληψης της τροχιάς v_k^2 σαν συνάρτηση της ϵ_k χωρίς και με την παρουσία διαταραχής. Η διακεκομμένη γραμμά αντιστοιχεί στην αδιατάραχτη κατάσταση, ενώ η συνεχής δηλώνει την παρουσία διαταραχής.	50
3.4	Γραφική αναπαράσταση των πινάκων \mathcal{A} και \mathcal{B} που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA. Οι ημι-σωματιδιακές γραμμές παριστάνουν ένα σωματίδιο με πλάτος u , ενώ αντίστοιχα οι κυκλικές γραμμές αναπαριστούν τις οπές με πλάτος v	57
3.5	Σύγκριση του θεωρητικού φάσματος των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα, ^{28}Al , που κατασκευάστηκε στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου, με το αντίστοιχο πειραματικό φάσμα χαμηλών ενεργειών (μέχρι περίπου 3 MeV). Όπως βλέπουμε η σύγκριση είναι πολύ καλή.	65
3.6	Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{32}P	66
3.7	Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{48}Sc	67
3.8	Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{56}Mn	68
3.9	Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{66}Cu	69
3.10	Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{90}Y	70
4.1	Διάγραμμα Feynman της διαδικασίας σύλληψης μιονίου.	74
4.2	Λόγοι των θεωρητικών υπολογισμών και των πειραματικών αποτελεσμάτων της διαδικασίας σύλληψης μιονίου σαν συνάρτηση του ατομικού αριθμού Z . Οι γεμάτοι κύκλοι και τα σύμβολα X αντιστοιχούν στους ρυθμούς υπολογισμένους χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελεύθερων νουκλεονίων g_A και την μειωμένη τιμή της g_A αντίστοιχα.	82
4.3	Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{28}Si	84
4.4	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις για το ισότοπο του ^{28}Si . Οι κυρίαρχες συνεισφορές στον πυρήνα αυτό προέρχονται από τις $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 1^+$ πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$	85
4.5	επιμέρους συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{32}S	89

4.6	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις στα ισότοπα ^{32}S . Οι κυρίαρχες συνεισφορές στον πυρήνα αυτό προέρχονται από τις $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 1^+$ πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου $g_A = 1.262$	90
4.7	Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{48}Ti	93
4.8	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις για τον πυρήνα ^{48}Ti . Η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις $J^\pi = 1^-$ μεταπτώσεις. Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δυο φορές, την πρώτη χρησιμοποιώντας την σταθερά $g_A = 1.262$ και την επόμενη φορά λαμβάνοντας υπόψη την quenched value of $g_A = 1.135$	94
4.9	Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{56}Fe	96
4.10	Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{56}Fe . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.	97
4.11	Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{66}Zn	100
4.12	Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{66}Zn . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.	101
4.13	Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{90}Zr	103
4.14	Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{90}Zr . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.	104
5.1	Διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Αριστερά παρουσιάζεται το διάγραμμα της κινηματικής της αντίδρασης υπό εργαστηριακές συνθήκες και δεξιά απεικονίζεται το αντίστοιχο διάγραμμα Feynman της αντίδρασης.	109
5.2	Επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικής μετάβασης στο πολικό μέρος (panel a), καθώς και στο αξονικό μέρος της ολικής ενεργού διατομής (panel b) σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το πιο ελαφρύ υπό μελέτη ισότοπο ^{28}Si . Επιπλέον στο (panel c) αναπαρίστανται οι συνεισφορές κάθε πολυπολικής μετάβασης στην ολική διαφορική ενεργό διατομή.	116

5.3	Ίδιο με το Σχήμα 5.2, με την διαφορά ότι αναφέρεται στην αντίδραση $^{32}S(e^-, \nu_e)^{32}P$	117
5.4	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{48}Ti(e^-, \nu_e)^{48}Sc$.	119
5.5	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{56}Fe(e^-, \nu_e)^{56}Mn$.	120
5.6	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{66}Zn(e^-, \nu_e)^{66}Cu$.	122
5.7	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{90}Zr(e^-, \nu_e)^{90}Y$.	123
5.8	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων για όλες τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 4^\pm$ για όλα τα υπό μελέτη πυρηνικά ισότοπα θεωρώντας ως ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e = 25.0 MeV$	132
5.9	Οι επιμέρους συνεισφορές των κύριων καναλιών ($J^\pi \leq 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων για τις αντιδράσεις $^{28}Si(e^-, \nu_e)^{28}Al$ και $^{32}S(e^-, \nu_e)^{32}P$ σαν συνάρτηση της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων, απεικονίζονται στο Σχήμα αυτό. Επιπλέον στην δεξιά στήλη των γραφικών, απεικονίζεται ξεχωριστά η συμβολή του πολικού του αξονικού και του όρου επικάλυψης στην ολική ενεργό διατομή.	133
5.10	Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{48}Ti(e^-, \nu_e)^{48}Sc$ και $^{56}Fe(e^-, \nu_e)^{56}Mn$	134
5.11	Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{66}Zn(e^-, \nu_e)^{66}Cu$ και $^{90}Zr(e^-, \nu_e)^{90}Y$	135
6.1	Οι απαγορευμένες μεταβάσεις σύμφωνα με το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων και η απεμπλοκή τους σε υψηλές θερμοκρασίες.	144
6.2	Επί μέρους συνεισφορές για την διανυσματική Λ_V , αξονική Λ_A συνιστώσα στις διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων συναρτήσει της ενέργειας διέγερσης ω για τον πυρήνα ^{48}Ti	149
6.3	Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{48}Ti σε θερμοκρασία $T = 0.5 MeV$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.	152
6.4	Σύγκριση των αποτελεσμάτων μας στη σύλληψη ηλεκτρονίων για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ^{48}Ti χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA με αυτά των εργασιών [148](SMMC) και [149] (RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500 keV$	153
6.5	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{56}Fe + e^- \rightarrow ^{56}Mn + \nu_e$ ^{48}Ti	155
6.6	Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{56}Fe σε θερμοκρασία $T = 0.5 MeV$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.	158

6.7	Σύγκριση των αποτελεσμάτων μας στη σύλληψη ηλεκτρονίων για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ^{56}Fe χρησιμοποιώντας την μέθοδο rp-QRPA με αυτά των εργασιών [148](SMMC) και [149] (RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500\text{keV}$	159
6.8	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ ^{48}Ti	161
6.9	Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο rp-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισεχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.	163
6.10	Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε θερμοκρασία $T = 1.0\text{MeV}$ και $T = 1.3\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο rp-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισεχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.	165
6.11	Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία. Υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε διάφορες τιμές θερμοκρασιών στα πλαίσια της rp-QRPA μεθόδου συναρτήσει της ενέργειας του εισεχόμενου ηλεκτρονίου.	166
6.12	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ ^{48}Ti	168
6.13	Η ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης καθώς και οι επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικότητας ($J^\pi \leq 5^\pm$) για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$	170
6.14	Η ολική ενεργός διατομή και οι επί μέρους συνεισφορές των υπολοίπων πολυπολικών μεταβάσεων (με $J^\pi \leq 5^\pm$), σύλληψης ηλεκτρονίων για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε θερμοκρασία $T = 1.0\text{MeV}$ και $T = 1.3\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο rp-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισεχόμενου ηλεκτρονίου.	172
6.15	Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία. Υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε διάφορες τιμές θερμοκρασιών στα πλαίσια της rp-QRPA μεθόδου συναρτήσει της ενέργειας εισεχομένων ηλεκτρονίων.	173
Z'.1	Κανονική μορφή κατανομής Maxwell-Boltzmann.	209
Z'.2	Μεταβολή της κατανομής Maxwell-Boltzmann με την θερμοκρασία. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, τόσο και η κατανομή μετατοπίζεται προς τα δεξιά και το μέγιστό της χαμηλώνει.	210

Κατάλογος Πινάκων

2.1	Εξέλιξη ενός αστέρα μάζας $M \approx 25 M_{\odot}$. Στον Πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά η χρονική διάρκεια κάθε φάσης, η θερμοκρασία καθώς και η πυκνότητα στην οποία πραγματοποιείται κάθε φάση.	9
3.1	Ο χώρος μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε με τις αντίστοιχες παραμέτρους του αρμονικού ταλαντωτή για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα παρουσιάζονται οι κύριοι φλοιοί N και τα επιμέρους τροχιακά που χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε πυρήνα. .	60
3.2	Προσδιορισμός παραμέτρων για την κανονικοποίηση των ζευγών πρωτονίων, g_{pair}^p , και ζευγών νετρονίων, g_{pair}^n . Έχουν προσδιοριστεί με τέτοιο τρόπο ώστε τα αντίστοιχα πειραματικά χάσματα, Δ_p^{exp} και Δ_n^{exp} , να αναπαράγονται με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.	60
3.3	Οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού (σε MeV) για τα πρωτόνια και τα νετρόνια του πυρήνα-στόχου (A, Z) καθώς και των γειτονικών σε αυτόν πυρήνες ($A \pm 1, Z \pm 1$) και ($A \pm 1, Z$).	61
3.4	Προσδιορισμός παραμέτρων σωματίου-σωματίου (g_{pp}) και σωματίου-οπής (g_{ph}) για τους υπό μελέτη πυρήνες ^{28}Si , ^{32}S και ^{48}Ti και για όλες τις πολυπολικότητες.	62
3.5	Προσδιορισμός παραμέτρων σωματίου-σωματίου (g_{pp}) και σωματίου-οπής (g_{ph}) για τα ισότοπα ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr και για όλες τις πολυπολικότητες.	63
3.6	Η μετατόπιση του φάσματος σε MeV για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά	64

4.1	Ξεχωριστές συνεισφορές ολικών ρυθμών προερχόμενων από τους αντίστοιχους όρους του πολικού-διανύσματος (Polar-vector), του αξονικού-διανύσματος (Axial-vector) καθώς και του όρου επικάλυψης (Overlap part) στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης. Επιπλέον γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA λαμβάνοντας υπό όψη την μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$ για τους πυρήνες μέσaiου βάρους (^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr) και την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$ για τους ελαφρείς πυρήνες ^{28}Si και ^{32}S , με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα αλλά και με τα θεωρητικά δεδομένα των Αναφορών [74], Ρεφ [75].	81
4.2	Τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στους ολικούς ρυθμούς μερικής μιονικής σύλληψης υπολογισμένα χρησιμοποιώντας τον pn-QRPA κώδικα μας.	86
4.3	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{28}Si . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	86
4.4	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{32}S . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	90
4.5	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{48}Ti . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	95
4.6	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{56}Fe . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	98
4.7	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{66}Zn . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	101
4.8	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J\pi}$ (in $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{90}Zr . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.	105
5.1	Πειραματικές τιμές των Ατομικών και Πυρηνικών Μαζών των υπό μελέτη πυρήνων σε MeV .	110

5.2	Επιμέρους αναλυτικές συνεισφορές των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών, (σε 10^{-42} cm^2) κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων για ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e = 25 \text{ MeV}$ όπως υπολογίστηκαμ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.	126
5.3	Τα ποσοστά συμβολής όλων των πολυπολικοτήτων με $J^\pi \leq 5^\pm$ στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογισμένα με την pn-QRPA μέθοδό μας.	127
6.1	Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{48}Ti (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων E_e για τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$. Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο.	150
6.2	Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{56}Fe (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , για τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$. Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο.	156
6.3	Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{66}Zn (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , υπολογισμένες με τον κώδικα pn-QRPA.	162
6.4	Μερικές ενεργές διατομές ηλεκτρονιακής σύλληψης σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για το ισότοπο του ^{90}Zr (με $J^\pi \leq 3^\pm$) για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων E_e	169
Γ'.1	Πολυπολικές συνεισφορές για τις επιτρεπόμενες και απαγορευμένες μεταβάσεις έως την $J = 3$. Η μετάβαση (GT) $0^+ \rightarrow 0^+$ δεν είναι επιτρεπτή.	193

1.1 Εισαγωγικά

Τις τελευταίες δεκαετίες μεγάλο μέρος των ερευνητικών δραστηριοτήτων της πυρηνικής φυσικής επικεντρώνεται στον τομέα της πυρηνικής αστροφυσικής και ιδιαίτερα στη μελέτη των πυρηνικών αντιδράσεων που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό των μαζικών αστέρων και ρυθμίζουν την εξέλιξή του κατά το τελευταίο στάδιο της ζωής τους. Οι μηχανισμοί τέτοιων αντιδράσεων, λόγω και του γεγονότος ότι οι συνθήκες πίεσης, θερμοκρασίας, πυρηνικής πυκνότητας κλπ. στο εσωτερικό των αστέρων είναι πολύ διαφορετικές εκείνων που επικρατούν στα επίγεια εργαστήρια, δεν είναι καλά γνωστοί παρά τις επίπονες προσπάθειες των ερευνητών μέχρι τώρα τόσο από θεωρητική όσο και από πειραματική άποψη. Ένας άλλος λόγος που συνηγορεί στα ανωτέρω είναι και το γεγονός ότι στην εξέλιξη των μαζικών αστέρων συμμετέχουν και οι τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις της φύσης (βαρυτικές, ισχυρές, ασθενείς, ηλεκτρομαγνητικές).

Στον τομέα της παρατήρησης και των πειραματικών δεδομένων, εκτός των παραδοσιακών σωμάτων που στηρίζονται σε σωματια της κοσμικής ακτινοβολίας και της φασματοσκοπίας σε όλες τις ζώνες της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, τις τελευταίες δεκαετίες έχουν προστεθεί και τα νετρίνα που προέρχονται ακόμα και από εξω-γαλαξιακές πηγές, ενώ στις ημέρες μας, αναμένονται να προστεθούν και τα πολύ ευαίσθητα σήματα των βαρυτικών κυμάτων. Στον θεωρητικό και φαινομενολογικό τομέα, η ταχεία ανάπτυξη της τεχνολογίας και των υπολογιστών με κατάλληλα λογισμικά, επιτρέπει τεράστιες προσομοιώσεις των ανωτέρω φαινομένων και τον έλεγχο διαφόρων μοντέλων. Στον τομέα των θεμελιωδών ασθενών αλληλεπιδράσεων και του συνόλου των αντιδράσεων, η μέχρι τώρα έρευνα αποκάλυψε με την ανίχνευση των νετρίνων από πολύ μακρινές πηγές (εντός ή εκτός του Γαλαξία μας) ότι οι αντιδράσεις e^- -σύλληψης, β^\pm -αποδιέγερσης, αντιδράσεις επαγόμενες από νετρίνα μέσα στο αστρικό περιβάλλον, παίζουν κεντρικό ρόλο στην δημιουργία των πυρηνικών ισοτόπων ολόκληρου του πίνακα νουκλιδίων και επομένως συνδέονται ακόμα και με την ύπαρξη της ζωής.

Στα πλαίσια αυτά, η σύγχρονη έρευνα της πυρηνικής αστροφυσικής έχει να παρουσιάσει επιμέρους πεδία πολύ σημαντικά, που ασχολούνται με το φαινόμενο της σύνθεσης των πυρήνων όλου του περιοδικού πίνακα (πυρηνοσύνθεση) τόσο των σταθερών όσο και των βραχύβιων ισοτόπων. Η έρευνα της παρούσας διατριβής εντάσσεται στο πεδίο της πυρηνοσύνθεσης που επηρεάζεται άμεσα από τις ασθενείς διαδικασίες φορτισμένων ρευμάτων, e^- -σύλληψης και β^\pm -αποδιέγερσης. Οι αντιδράσεις αυτές μαζί με την σύλληψη νουκλεονίων (κυρίως νετρονίων) μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία ακόμα και των βαρύτερων γνωστών ισοτόπων όταν λαμβάνει χώρα στις ιδιαίτερα ακραίες συνθήκες έκρηξης ενός σουπερνόβα.

1.2 Ο ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην εξέλιξη μαζικών αστέρων

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που ανήκουν στην ομάδα του σιδήρου, Fe, και το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων σε προ-σουπερνόβα περιβάλλον επηρεάζονται σημαντικότερα από τις διαφορετικές τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας. Επίσης, το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων είναι πολύ ευαίσθητο στην αστρική θερμοκρασία καθώς και το ενεργειακό φάσμα των ηλεκτρονίων. Ειδικότερα, όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία και όσο μικρότερη η ενέργεια των ηλεκτρονίων, τόσο μεγαλύτερη επίδραση έχουν στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων. Περαιτέρω, η επίδραση της e^- -σύλληψης στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων παρουσιάζει ιδιαιτερότητες σε διάφορους πυρήνες και εξαρτάται σημαντικά από τις διαφορετικές τιμές της ποσότητας Q της αντίδρασης. Η μελέτη τέτοιων ανοιχτών θεμάτων αποτέλεσε ένα από τα κίνητρα της παρούσας διατριβής.

Είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε τις απώλειες ενέργειας των νετρίνων που οφείλονται στην σύλληψη ηλεκτρονίων, αφού το φαινόμενο αυτό παίζει σημαντικό ρόλο στην έκρηξη σουπερνόβα. Από το άλλο μέρος είναι γνωστό ότι, η εκπομπή, σκέδαση και οι απώλειες ενέργειας που υφίστανται τα νετρίνα είναι πολύ σημαντικά φαινόμενα για την κατανόηση των μηχανισμών της πυρηνικής αστροφυσικής, αφού τα νετρίνα όχι μόνο μεταφέρουν τεράστια ποσά ενέργειας αλλά και σημαντικές πληροφορίες της εξέλιξης του εσωτερικού των αστέρων και της αστρικής καρδιάς. Η επικέντρωσή μας στη μελέτη της e^- -σύλληψης από πυρήνες στην περιοχή του Fe σε αστρικό περιβάλλον αναμένουμε να ρίξει φως σε πολλά από τα ανωτέρω φαινόμενα. Γενικότερα, είναι γνωστό ότι, οι ασθενείς διαδικασίες, δηλαδή, η e^- -σύλληψη και οι β^\pm -αποδιεγέρσεις παίζουν κεντρικό ρόλο στην εξέλιξη των μαζικών αστέρων στο τελικό τους στάδιο. Ιδιαίτερα, η e^- -σύλληψη από ισότοπα της περιοχής του Fe στον πίνακα των νουκλιδίων, αποτελεί ένα σημαντικό και κυρίαρχο παράγοντα της διαδικασίας έκρηξης ενός σουπερνόβα.

Αν και έχουν μελετηθεί ρυθμοί της e^- -σύλληψης σε μερικά ισότοπα κάτω από συνθήκες σουπερνόβα έκρηξης καθώς και απώλειες της ενέργειας νετρίνων (neutrino energy loss), πληθώρα από ερωτήματα ακόμα και στους ήδη μελετημένους πυρήνες

παραμένουν ανοιχτά. Τονίζουμε ότι μελέτες σαν τις ανωτέρω, βασίστηκαν σε επιμέρους ενεργές διατομές Fermi και Gamow-Teller τύπου μεταπτώσεις υποθέτοντας μηδενική μεταφορά ορμής στον πυρήνα. Στην παρούσα διατριβή, έγιναν λεπτομερειακοί υπολογισμοί των ενεργών διατομών κανάλι-προς-κανάλι, χωρίς να καταφύγουμε στην προσέγγιση για την μεταφορά ορμής $q \approx 0$. Τούτο έχει το πλεονέκτημα εκτίμησης της ενεργού διατομής μετάβασης του πυρήνα σε λιγότερο πιθανά κανάλια. Οι υπολογισμοί μας υποβοηθούνται στα πλαίσια της μεθόδου QRPA που επιλέξαμε καθώς και στη υιοθέτηση της πολυπολικής ανάπτυξης της Χαμιλτονιανής (γνωστής σαν multipole decomposition method of Donnelly-Walecka).

1.3 Επισκόπηση της Παρούσας Διατριβής

Η παρούσα Διαδακτορική Διατριβή αποτελείται από τα ακόλουθα μέρη:

Στο Κεφάλαιο 2, αρχικά, γίνεται μία σύντομη εισαγωγή στην δομή και την εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα, στο εσωτερικό του οποίου λαμβάνει χώρα η πυρηνοσύνθεση που μας ενδιαφέρει, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην φάση κατάρρευσης της καρδιάς του. Στη συνέχεια, συζητάται ο ρόλος-κλειδί των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην τελική φάση της αστρικής εξέλιξης, και η σπουδαιότητα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες που αποτελεί το βασικό στοιχείο της παρούσας έρευνας.

Στο Κεφάλαιο 3, στην αρχή δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην περιγραφή της δομής των πυρήνων και στη συνέχεια μέσω μίας σύντομης περιγραφής των πυρηνικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται, παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων. Η μελέτη της δομής των πυρήνων που επιλέχθηκαν να μελετηθούν στα Κεφ. 4, 5 και 6 από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής γίνεται στα πλαίσια μιας εκλέπτυνσης της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια, (QRPA) και αποτελούν το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των Κεφαλαίων αυτών. Στο Κεφάλαιο αυτό, γίνεται επίσης ο προσδιορισμός των απαραίτητων παραμέτρων που απαιτούνται για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, αλλά και των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού, που υπεισέρχονται στα πυρηνικά στοιχεία μετάπτωσης των αντιδράσεων μεταβολής πυρηνικού φορτίου, που μας ενδιαφέρει στην παρούσα μελέτη.

Στο Κεφάλαιο 4, βασιζόμενοι στη θεωρία που ήδη περιγράφηκε στο Κεφ. 3, έγινε λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων σε μία ομάδα ισοτόπων που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα, ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr . Παρουσιάζονται αναλυτικοί υπολογισμοί των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης από πυρήνες και γίνεται η σύγκρισή τους με ήδη υπάρχοντα πειραματικά και θεωρητικά αποτελέσματα, προκειμένου να διαπιστωθεί το επίπεδο αξιοπιστίας της πυρηνικής μεθόδου μας.

Στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται αναλυτικά αποτελέσματα της έρευνάς μας, στην σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που βρίσκονται σε εργαστηριακές συνθήκες (πίεσης θερμοκρασίας, πυρηνικής πυκνότητας κλπ.). Οι πυρήνες-στόχοι που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη της διαδικασίας ηλεκτρονιακής σύλληψης είναι οι ίδιοι με

εκείνους του Κεφ. 4 ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr , οι οποίοι επιλέγησαν για τον σημαντικό ρόλο που παίζουν στις διάφορες φάσεις της πυρηνοσύνθεσης. Στο Κεφάλαιο αυτό, γίνονται λεπτομερειακοί υπολογισμοί των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ενεργών διατομών σε μία ευρεία περιοχή ενεργειών εισερχομένου ηλεκτρονίου ($0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$). Γίνεται επίσης μελέτη της συνεισφοράς των επιμέρους συνιστωσών του πολικού-διανυσματικού και αξονικού-διανυσματικού αδρονικού ρεύματος καθώς και της συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (με $J^\pi \leq 5^\pm$) για μία συγκεκριμένη ενέργεια $E_e = 25 \text{ MeV}$ για όλα τα προαναφερθέντα ισότοπα.

Στο Κεφάλαιο 6, η μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων εστιάστηκε υπό αστρικές συνθήκες για τα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr . Τα ισότοπα αυτά, παίζουν σημαντικό ρόλο στην αστρική, εκρηκτική πυρηνοσύνθεση και σε μεγάλο βαθμό καθορίζουν την εξέλιξη ενός αστέρα, κατά την προ-σουπερνόβα φάση καθώς και κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα. Στους υπολογισμούς του Κεφαλαίου αυτού, λαμβάνουμε υπόψη μας, την εξάρτηση των ενεργών διατομών ηλεκτρονιακής σύλληψης από την θερμοκρασία καθώς και το γεγονός ότι ο μητρικός πυρήνας στις συνθήκες αυτές, μπορεί να βρίσκεται στην βασική ή σε κάποια από τις διεγερμένες του κατάστασεις (χαμηλής ενέργειας). Με βάση αυτά, εκτελέσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς των ενεργών διατομών (αποκλειστικών, μερικών και ολικών) για τα παραπάνω ισότοπα, στην περιοχή ενεργειών $E_e \leq 50 \text{ MeV}$ που είναι σημαντική στους μαζικούς αστέρες. Υπολογίζεται η συμβολή στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (με $J^\pi \leq 5^\pm$), και εξετάζεται η σπουδαιότητα των μεταβάσεων (Gamow-Teller) στις αντιδράσεις αυτές.

Στο Κεφάλαιο 7 συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την παρούσα έρευνα και συζητώνται οι προοπτικές μελλοντικής επεκτάσης των ανωτέρω υπολογισμών και σε βαρύτερους πυρήνες.

Κλείνοντας, στα Παραρτήματα παρέχεται μια σύντομη περιγραφή των συμβάσεων που υιοθετήθηκαν στη διατριβή καθώς και οι αναγκαίες συμπληρωματικές πληροφορίες καλύτερης κατανόησης του περιεχομένου της παρούσας εργασίας. Τέλος, παρατίθεται μία εκτενής σύγχρονη Βιβλιογραφία που αφενός αποτέλεσε και ένα από τα κίνητρα της παρούσας έρευνας, αφετέρου χρησιμοποιήθηκε για την βαθύτερη κατανόηση του υποβάθρου της.

Κεφάλαιο 2

Ο ρόλος των νετρίνων στην πυρηνοσύνθεση

2.1 Εισαγωγή

Ο ξεχωριστός ρόλος των ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων, όπως είναι η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες και οι β-διασπάσεις, τόσο από πυρηνικής όσο και από αστροφυσικής απόψεως, καθιστούν την λεπτομερή μελέτη τους και την κατανόησή τους σημαντική. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον και κίνητρο της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής αποτέλεσε ο ρόλος-κλειδί των ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων στην εξέλιξη ενός αστέρα. Η κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες καθώς και η πορεία της εξέλιξής τους μέχρι την καταστροφή τους, γίνεται μέσω προσομοιώσεων στις οποίες είναι απαραίτητα τα στοιχεία της θεωρητικής μελέτης των προαναφερθέντων αντιδράσεων (ρυθμοί αντίδρασης, ενεργές διατομές, κλπ).

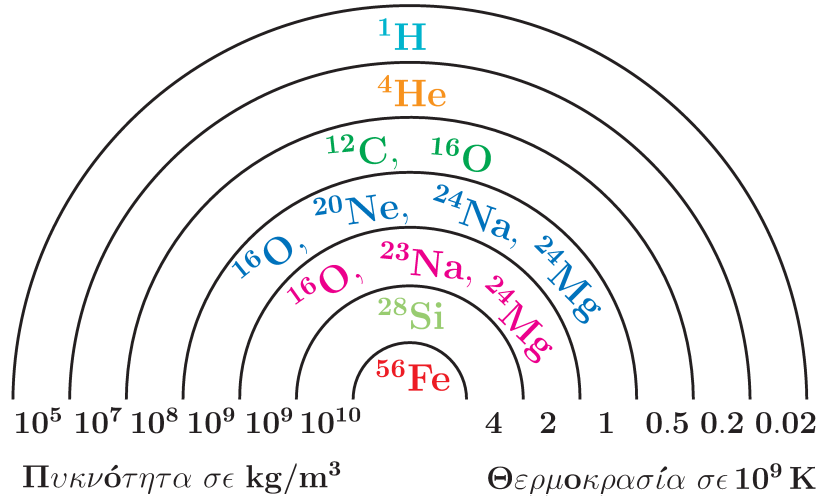
Στο παρόν Κεφάλαιο, αρχικά περιγράφονται συνοπτικά, τα στάδια της κύριας ακολουθίας ενός αστέρα μεγάλης μάζας, καθώς και η εξέλιξή του μετά την καταστροφή του. Στη συνέχεια, περιγράφεται η φάση κατάρρευσης καρδιάς του πυρήνα, τονίζοντας την σπουδαιότητα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες στο στάδιο αυτό. Θα αποτελούσε μεγάλη παράληψη, να μην παρουσιάσουμε βασικά σημεία της δημιουργίας βαρέων πυρήνων στη φύση και της σημασίας των ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων κατά την πυρηνοσύνθεση. Κλείνοντας το Κεφάλαιο αυτό, επικεντρωνόμαστε στις ασθενείς αστρικές αλληλεπιδράσεις και τον ρόλο τους στα επιμέρους στάδια εξέλιξης του αστέρα. Προσδιορίζουμε τον τρόπο υπολογισμού των ενεργών διατομών τους, παραθέτοντας τις συχνά χρησιμοποιούμενες απαραίτητες προσεγγίσεις. Οι παραπάνω έννοιες αποτελούν βασικό θεωρητικό υπόβαθρο της κατανόησης των Κεφ. 4, 5 και 6.

2.2 Στάδια Κύριας Ακολουθίας Μαζικού Α-στέρα

Κατά την διάρκεια της εξέλιξης ενός αστέρα μεγάλης μάζας, $M \geq 8M_{\odot}$, καθώς η θερμοκρασία και η πυκνότητα στο κέντρο του αυξάνονται σταδιακά, ακολουθούνται συγκεκριμένα στάδια πυρηνικής καύσης. Τα στάδια αυτά, στην περίπτωση των αστέρων μεγάλης μάζας, εξελίσσονται και πέρα από το στάδιο καύσης ηλίου, σε προχωρημένα στάδια καύσης που περιλαμβάνουν βαρύτερους πυρήνες [12].

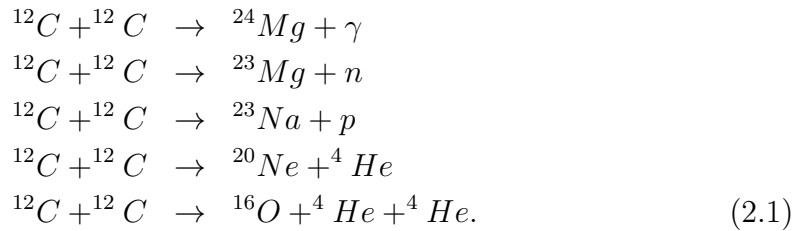
Κατά τη διάρκεια καύσης ηλίου έχουμε ανάσχεση της βαρυτικής συστολής, επειδή η θερμική πίεση του αερίου εκφυλισμένων ηλεκτρονίων αντισταθμίζει τη βαρυτική πίεση. Όταν όμως εξαντληθεί το καύσιμο ήλιο, ${}^4\text{He}$, στο κεντρικό μέρος του αστέρα, η βαρυτική συστολή αρχίζει για άλλη μια φορά καθώς η θερμική πίεση πλέον είναι ανεπαρκής για να μπορέσει να διατηρήσει την υδροστατική ισορροπία. Συνεπώς, θα αρχίσει και η αύξηση της κεντρικής θερμοκρασίας του αστέρα έως ότου είναι αρκετά υψηλή για να αρχίσει η καύση άνθρακα (C). Δεδομένου ότι τα εξωτερικά στρώματα του αστεριού είναι πιο ψυχρά και λιγότερο πυκνά, οι πυρηνικές αντιδράσεις πραγματοποιούνται με πιο αργούς ρυθμούς. Κατά συνέπεια, ο πυρήνας του αστέρα προχωρά μέσω της διαδικασίας της καύσης του άνθρακα, με το αμέσως επόμενο στρώμα να συνεχίζει με την διαδικασία καύσης ηλίου ενώ το εξωτερικό στρώμα με τη καύση υδρογόνου. Όταν όμως τα διαθέσιμα καύσιμα άνθρακα εξαντληθούν, ο αστέρας θα συσταλεί ακόμα περισσότερο και η θερμοκρασία (και η πυκνότητα) θα αυξηθεί επίσης μέχρι την στιγμή που η επόμενη ομάδα αντιδράσεων πυρηνικής σύντηξης μπορέσουν να πραγματοποιηθούν. Με αυτόν τον τρόπο, ο αστέρας προχωράει μέσω μίας ακολουθίας πυρηνικών σταδίων καύσης που διακόπτουν και καθυστερούν τη βαρυτική συστολή και όχι απλά έχουν σαν αποτέλεσμα να παρατείνουν τη ζωή του αστέρα, αλλά διαδραματίζουν και ένα εποικοδομητικό ρόλο στη σύνθεση βαρύτερων ατομικών πυρήνων. Δεδομένου ότι οι αντιδράσεις συνεχίζονται σε υψηλότερους ρυθμούς στο κεντρικό μέρος του αστέρα, η εξέλιξη πραγματοποιείται σε πιο σύντομα χρονικά διαστήματα από τα εξωτερικά στρώματα. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ότι αναπτύσσεται μια δομή όπως αυτή του κρεμμυδιού (onion-skin structure), με τα διαδοχικά εσωτερικά στρώματα του αστέρα να υποβάλλονται σε μεταγενέστερα και μεταγενέστερα στάδια εξέλιξης όπως παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.1 [12, 17].

Έτσι, μετά την καύση του υδρογόνου (H), ο μαζικός αστέρας μεταβαίνει μέσω των διαδοχικών σταδίων καύσης του ηλίου, (He), του άνθρακα, (C), του νέου, (Ne), του οξυγόνου, (O), και του πυριτίου, (Si), στην κεντρική καρδιά του πυρήνα όπου παράγεται ο σίδηρος, (Fe). Η κατάλληλη πυκνότητα και θερμοκρασία που απαιτείται για την καύση κάθε φλοιού είναι αποτέλεσμα της βαρυτικής συστολής. Η καύση άνθρακα η οποία αρχίζει όταν η θερμοκρασία πλησιάσει τους $T \simeq 5 \times 10^8 \text{ K}$ και η πυκνότητα γίνει περίπου $\rho \simeq 3 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$. Η καύση άνθρακα, (C), παράγει μαγνήσιο, (Mg), νάτριο, (Na), νέο, (Ne) και οξυγόνο, (O) μέσω των παρακάτω



Σχήμα 2.1: Σχηματικό διάγραμμα που παρουσιάζει τα κυρίαρχα πυρηνικά συστατικά, τη θερμοκρασία και την πυκνότητα στα διάφορα στρώματα ενός αστέρα μεγάλης μάζας, πριν την έκρηξη σουπερνόβα. Η δομή ενός τέτοιου αστέρα μοιάζει με την δομή των φλοιών ενός κρεμμυδιού (onion-skin structure).

αντιδράσεων



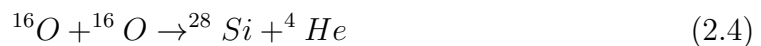
Η καύση του νέου, (Ne), εμφανίζεται μετά τη καύση του άνθρακα, (C), εάν η θερμοκρασία φθάσει τους $T \simeq 10^9 \text{ K}$. Σε αυτή τη θερμοκρασία υψηλής ενέργειας θερμικά φωτόνια αρχίζουν να διασπούν τους πυρήνες ^{20}Ne με την ακόλουθη αντίδραση φωτοδιάσπασης



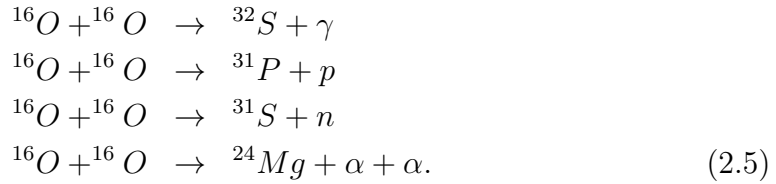
Οι πυρήνες ^4He που απελευθερώνονται μπορεί έπειτα να αντιδράσουν με πυρήνες ^{20}Ne που δεν έχουν διασπαστεί και να σχηματίσουν ^{24}Mg ,



Μετά από τη καύση νέου, ο πυρήνας του αστέρα αποτελείται κυρίως από ^{16}O και ^{24}Mg . Η φάση καύσης του οξυγόνου, ^{16}O , θα ξεκινήσει μόνο εφόσον η θερμοκρασία φθάσει τους $T \simeq 2 \times 10^9 \text{ K}$, και το σημαντικότερο προϊόν της είναι το ^{28}Si και παράγεται από την αντίδραση



Πραγματοποιούνται όμως, σε μικρότερο βαθμό, και οι παρακάτω αντιδράσεις



Η καύση του πυριτίου αρχίζει όταν η θερμοκρασία φτάσει τους $T \simeq 3-4 \times 10^9 \text{K}$. Σε αυτή τη θερμοκρασία, οι ακτίνες- γ έχουν αρκετή ενέργεια για φωτοδιάσπαση ώστε να ανταγωνιστούν την πυρηνική σύντηξη. Κατά συνέπεια, η άμεση μετατροπή του πυριτίου σε νικέλιο μέσω της αντίδρασης

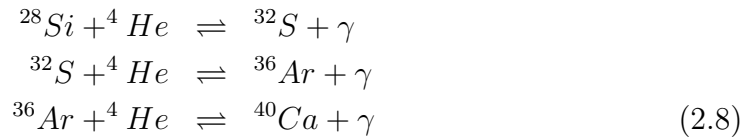


είναι σχετικά σπάνια. Έτσι σε αυτή τη θερμοκρασία το πυρίτιο καταστρέφεται βαθμιαία από τα υψηλής ενέργειας θερμικά φωτόνια απελευθερώνοντας πυρήνες ${}^4\text{He}$, πρωτόνια και νετρόνια. Σε αυτή την θάλασσα ακτίνων- γ , σωματιδίων- α , πρωτονίων και νετρονίων που ελευθερώνονται από την φωτοδιάσπαση, γίνεται δυνατή μια ποικιλία πυρηνικών αντιδράσεων που δημιουργούν βαρύτερους πυρήνες έως και $A \approx 56$. Ένα σύνθετο πλέγμα αντιδράσεων σύλληψης και φωτοδιάσπασης ανταγωνίζεται το ένα με το άλλο, με τελικό αποτέλεσμα οι όχι και τόσο σφιχτά συνδεδεμένοι πυρήνες να τείνουν να μετασχηματιστούν σε πυρήνες υψηλότερης σταθερότητας.

Ένα σύμπλεγμα ανταγωνιστικών αντιδράσεων φωτοδιάσπασης και σύλληψης εμφανίζεται κατά τη διάρκεια του σταδίου καύσης του πυριτίου. Η όλη διεργασία αρχίζει με την παραγωγή πυρήνων ${}^4\text{He}$ μέσω της φωτοδιάσπασης του σφιχτά συνδεδεμένου πυρήνα (tightly bound) του ${}^{28}\text{Si}$



Αυτή η διαδικασία προχωρά αργά επειδή το θερμικό φωτόνιο πρέπει να έχει μια ενέργεια πάνω από 9.98MeV . Οι πυρήνες ${}^4\text{He}$ που απελευθερώνονται από αυτήν την φωτοδιάσπαση μπορούν να προκαλέσουν μια ακολουθία αντιδράσεων που παράγουν θείο, (S), αργό, (Ar) ασβέστιο, (Ca) κ.λ.π., ως εξής



φτάνοντας έως και τη δημιουργία νικελίου



Αυτές οι αντιδράσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν γρηγορότερα από την αρχική φωτοδιάσπαση του ${}^{28}\text{Si}$ η οποία αρχίζει αυτήν την δημιουργική διαδικασία με την απελευθέρωση πυρήνων ${}^4\text{He}$.

Πίνακας 2.1: Εξέλιξη ενός αστέρα μάζας $M \approx 25 M_{\odot}$. Στον Πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά η χρονική διάρκεια κάθε φάσης, η θερμοκρασία καθώς και η πυκνότητα στην οποία πραγματοποιείται κάθε φάση.

Στάδιο	Χρονική Διάρκεια	Θερμοκρασία ($10^9 K$)	Πυκνότητα ($kg m^{-3}$)
Καύση 1H	$7 \cdot 10^6$ Έτη	0,06	5×10^4
Καύση 4He	$5 \cdot 10^5$ Έτη	0,23	7×10^5
Καύση ^{12}C	600 Έτη	0,93	2×10^8
Καύση ^{20}Ne	1 Έτος	1,7	4×10^9
Καύση ^{16}O	6 Μήνες	2,3	1×10^{10}
Καύση ^{28}Si	1 Ημέρα	4,1	3×10^{10}

Τέλος, επισημαίνουμε ότι τα χρονικά διαστήματα που εμπλέκονται στα στάδια προχωρημένης καύσης είναι πολύ πιο σύντομα σε σχέση με τη χρονική διάρκεια των σταδίων καύσης του υδρογόνου ή του ηλίου. Ο κύριος λόγος είναι ότι ο ρυθμός παραγωγής πυρηνικής ενέργειας ρυθμίζεται από το ρυθμό απώλειας ενέργειας από τον αστέρα. Η απώλεια ενέργειας είναι μεγάλη στις υψηλές θερμοκρασίες που επιτυγχάνονται κατά τη διάρκεια των σταδίων προχωρημένης καύσης. Παραδείγματος χάριν, σε αυτές τις θερμοκρασίες μπορούν να παραχθούν νετρίνα από τις συγκρούσεις ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων και από άλλους μηχανισμούς, και η απώλεια ενέργειας από την εκπομπή νετρίνων μπορεί να είναι μεγάλη. Τα χρονικά διαστήματα πυρηνικής καύσης για έναν αστέρα μάζας $25 M_{\odot}$ παρατίθενται στον Πίνακα 2.1 [24].

Η ακολουθία πυρηνικής καύσης ολοκληρώνεται με τη καύση πυριτίου. Η όλη διαδικασία παράγει έναν κεντρικό πυρήνα που αποτελείται από τους σταθερότερους πυρήνες του περιοδικού πίνακα με μαζικό αριθμό γύρω στο $A \approx 56$, από τον οποίο καμία περαιτέρω ενέργεια δεν μπορεί να αποσπασθεί. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, ένας αστέρας που εξελίσσεται πέρα από τη καύση πυριτίου οδηγείται προς κάποιο είδος καταστροφής επειδή ο κεντρικός πυρήνας θα καταρρεύσει κάτω από τη βαρύτητα όταν η μάζα του υπερβεί το όριο Chandrasekhar των $M_{ch} \simeq 1.4 M_{\odot}$.

2.3 Εξέλιξη ενός Αστέρα

Είναι γνωστό ότι η φυσική κατάσταση των αστέρων διέπεται από δύο πολύ γενικούς κανόνες που καθορίζουν την εξέλιξη τους και είναι οι εξής [12, 13]:

1. Τα άστρα βρίσκονται συνεχώς υπό την επίδραση του πεδίου της βαρύτητας τους με αποτέλεσμα η πίεση λόγω βαρύτητας να πρέπει να αντισταθμίζεται από κάποια εσωτερική θερμική πίεση, έτσι ώστε σε κάθε χρονική στιγμή να εξασφαλίζεται η υδροστατική ισορροπία του αστέρα.

2. Επειδή ο χώρος γύρω από τους αστέρες είναι ψυχρός ($T \sim 3 K$), αυτοί ακτινοβολούν διαρκώς ενέργεια που διασκορπίζεται στο μεσοαστρικό χώρο, με αποτέλεσμα η θερμοκρασία τους να τείνει να εξισωθεί με αυτήν του περιβάλλοντος τους. Δηλαδή τείνει να αποκατασταθεί θερμοδυναμική ισορροπία ανάμεσα στους αστέρες και το μεσοαστρικό χώρο.

Όσο ο αστέρας θα συμπεριφέρεται σαν κλασικό αέριο, δεν υπάρχει καμία δυνατή κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας συμβιβαστή με τις παραπάνω απαιτήσεις. Ο αστέρας θα χάνει συνεχώς ενέργεια προς τον περιβάλλοντα χώρο, αναγκάζοντας το να συρρικνώνεται και να γίνεται όλο και θερμότερος συγκριτικά με τον μεσοαστρικό χώρο. Τα αποθέματα πυρηνικής ενέργειας, αν και μεγάλα, δεν είναι απεριόριστα, και όταν τελειώσουν θα αρχίσει η πορεία προς την καταστροφή του. Η καταστροφή του αστέρα μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους, είτε με βίαιη έκρηξη, είτε πιο ήσυχα με αργό γλίστρημα προς το σκοτάδι. Με τις σημερινές γνώσεις της Φυσικής πιστεύουμε ότι είναι δυνατόν να υπάρξουν τέσσερις μόνο τελικές καταστάσεις, στις οποίες είναι δυνατόν να καταλήξει ένας αστέρας, όταν σταματήσει οριστικά η παραγωγή ενέργειας από θερμοπυρηνικές αντιδράσεις στον πυρήνα του [11, 12]

- **Να μην μείνει τίποτα.**

Μετά από βίαιη και καταστρεπτική έκρηξη υπερκαινοφανούς (supernova) είναι δυνατόν όλη η ύλη του αστέρα να διασκορπιστεί στο μεσοαστρικό χώρο και έτσι τελικά να μην απομείνει τίποτα από τον αρχικό αστέρα, πράγμα που αποτελεί την τελική και ολοκληρωτική νίκη της θερμοδυναμικής. Η περίπτωση αυτή, παίζει κυρίαρχο ρόλο στην νουκλεοσύνθεση καθώς κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα έχουμε δημιουργία βαρύτερων στοιχείων ($A \geq 56$). Τα κατάλοιπα του νεκρού αστέρα εμπλουτίζουν τα νεφελώματα, κάνοντας τις αναλογίες στοιχείων στη νέα γενιά αστέρων διαφορετικές από τις αντίστοιχες της προηγούμενης γενιάς.

- **Λευκός Νάνος**

Να μείνει ένας λευκός νάνος (white dwarfs), που δεν είναι τίποτα άλλο από τον πυρήνα ενός γηρασμένου άστρου στο διάστημα. Αρχικά ο λευκός νάνος έχει πολύ υψηλή θερμοκρασία, όμως με την πάροδο του χρόνου η θερμοκρασία του μειώνεται μέχρι την στιγμή που θα πάψει να ακτινοβολεί θερμικά και γίνεται σκοτεινός. Οι λευκοί νάνοι είναι συμπαγείς αστέρες, (μικρές διαστάσεις και μεγάλες πυκνότητες), στους οποίους καθώς πλέον δεν συμβαίνουν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις, έχουν πάψει να εξελίσσονται. Επομένως, το εσωτερικό των λευκών νάνων αποτελείται κατά βάση είτε από ήλιο είτε από μείγμα άνθρακα και οξυγόνου. Αστέρες των οποίων η αρχική μάζα είναι $M \leq 5 M_{\odot}$, καταλήγουν σε αυτή την τελική κατάσταση.

Στο εσωτερικό ενός λευκού νάνου αναπτύσσονται τεράστιες δυνάμεις βαρύτητας, λόγω των μεγάλων πυκνοτήτων. Έτσι, για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του αστέρα, θα πρέπει να αναπτυχθούν κάποιες νέες δυνάμεις πέρα των κλασικών, που θα εξουδετερώσουν αυτές τις τεράστιες δυνάμεις. Η πίεση των

εκφυλισμένων ηλεκτρονίων (degenerate electron pressure) θα παίζει αυτό τον ρόλο. Η πίεση αυτή μετά από μια σειρά υπολογισμών και προσεγγίσεων, δίνεται από τη σχέση

$$P_e = 0.0485 \left(\frac{h^2}{m_e} \right) \left(\frac{\rho}{\mu_e m_p} \right)^{5/3} \quad (2.10)$$

όπου h η σταθερά του Planck, ρ η πυκνότητα του λευκού νάνου, $\mu_e \approx A/Z \approx 2$ το μέσο μοριακό βάρος ανά ηλεκτρόνιο της ύλης ενός λευκού νάνου, και m_e (m_p) η μάζα του ηλεκτρονίου (πρωτονίου) αντίστοιχα [12]. Επιπλέον, να αναφέρουμε ότι η ύλη στο εσωτερικό των λευκών νάνων είναι πλήρως ιονισμένη. Η ύπαρξη πλήρως ιονισμένης ύλης εξασφαλίζει κατάσταση ισοθερμίας στο εσωτερικό των αστέρων αυτών με θερμοκρασία $10^6 - 10^7 K$. Σημειώνεται ότι, η θερμοκρασία στο κέντρο των λευκών νάνων δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να υπερβαίνει σημαντικά τους $10^7 K$, επειδή στη θερμοκρασία των $10^8 K$ αρχίζουν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις καύσης των στοιχείων του πυρήνα.

Τέλος, να αναφέρουμε ότι, έχει αποδειχθεί ότι η ακτίνα ενός λευκού νάνου είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την μάζα του, συγκεκριμένα,

$$R = 5.1 \frac{h^2}{G m_e m_p^{5/3}} \mu_e^{-5/3} M^{-1/3}. \quad (2.11)$$

Μετά από λεπτομερή ανάλυση ο Chandrasekhar έδειξε ότι αν η μάζα του λευκού νάνου ήταν αρκετά μεγάλη, ο αστέρας θα έπρεπε να συρρικνωθεί και η ακτίνα του να μηδενιστεί. Η οριακή μάζα, στην οποία θα αντιστοιχούσε μηδενική ακτίνα του λευκού νάνου, λέγεται όριο Chandrasekhar [12]

$$M_{ch} = 0.20 \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \left(\frac{hc}{G m_p^2} \right)^{3/2} m_p \simeq 1.4 M_{\odot}. \quad (2.12)$$

Με άλλα λόγια, η μεγαλύτερη δυνατή μάζα που μπορεί να έχει ένας λευκός νάνος είναι μόλις 40% περισσότερη από μια ηλιακή μάζα. Αν προσπαθήσουμε να “κατασκευάσουμε” ένα λευκό νάνο με $M > M_{ch}$, αυτός είτε θα διαλυθεί πιθανότατα εκρηγνύομενος, είτε θα μετατραπεί σε αστέρα νετρονίων ή μελανή οπή.

• Αστéρας Νετρονίων

Να απομείνει ένας υπέρπυκνος συρρικνωμένος πυρήνας, ένας αστέρας νετρονίων, αποτέλεσμα της βαρυτικής συστολής και κατάρρευσης ενός εξελιγμένου αστέρα. Καλούνται αστέρες νετρονίων λόγω της φύσης των υποατομικών σωματιδίων που συνθέτουν αυτά τα άκρως συμπαγή σώματα. Οι αστέρες αυτοί, όπως και οι λευκοί νάνοι, δεν εξελίσσονται πλέον, δεδομένου ότι ούτε και σε αυτούς συμβαίνουν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Στην τελική αυτή κατάσταση είναι δυνατόν να καταλήξουν αστέρες για την αρχική μάζα των οποίων ισχύει

$5 M_{\odot} \leq M \leq 20 M_{\odot}$. Επίσης θα πρέπει η μάζα του αστέρα να μην υπερβαίνει σημαντικά το όριο της M_{ch} .

Κάτω από την τεράστια δύναμη πίεσης που αναπτύσσεται κατά την συστολή του αστέρα, το αέριο ηλεκτρονίων καταρρέει. Σχεδόν όλα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια εξαναγκάζονται να ενωθούν με τα πρωτόνια στους πυρήνες των ατόμων δημιουργώντας ένα “αέριο” εκφυλισμένων νετρονίων. Έτσι, η βαρυτική πίεση πλέον θα εξισορροπείται από την πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων. Η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων υπολογίζεται με την ίδια μέθοδο που υπολογίζεται και η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων, με την παραδοχή ότι τώρα για τα νετρόνια ισχύει $\mu_n = 1$. Κατ’ αναλογία, προκύπτει μια σχέση μάζας-ακτίνας για αστέρες νετρονίων, ανάλογη της Εξ. (2.11) ως

$$R = 0.114 \frac{h^2}{G m_p^{8/3}} M^{-1/3} \quad (2.13)$$

και ονομάζεται σχέση Oppenheimer-Volkoff-Snyder (OVS) [12].

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των αστέρων νετρονίων είναι η τεράστια τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας που επικρατεί στην επιφάνειά τους. Η επιτάχυνση αυτή, είναι περίπου 5×10^9 φορές μεγαλύτερη από εκείνη που επικρατεί στην επιφάνεια του Ηλίου. Για το λόγο αυτό οι ανωμαλίες της επιφάνειας (όροι, κοιλάδες κλπ.) ενός αστέρα νετρονίων είναι πολύ μικρές, της τάξης των λίγων χιλιοστών. Τέλος, να τονίσουμε ότι σε αντιστοιχία με το όριο Chandrasekhar (M_{ch}), στους αστέρες νετρονίων, οι τιμές του ορίου (OVS) που έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές, βρίσκονται στο διάστημα $0,7 M_{\odot} < M_{OVS} < 3,2 M_{\odot}$. Βέβαια, θα πρέπει να πούμε ότι ο προσδιορισμός της τιμής αυτής είναι αρκετά πιο αβέβαιος από τον αντίστοιχο προσδιορισμό στους λευκούς νάνους, κυρίως λόγω της αβεβαιότητας στη μορφή της καταστατικής εξίσωσης των σχετικιστικών νετρονίων και του μέσου μοριακού βάρους της ύλης των αστέρων νετρονίων.

- **Μελανή Οπή** Η τελευταία περίπτωση είναι να απομείνει μια μελανή οπή (black hole). Στην περίπτωση αυτή η υδροστατική ισορροπία έχει καταστραφεί, επειδή η διαθέσιμη πίεση, θερμικής ή χβαντομηχανικής προέλευσης, δεν είναι ικανή να αντισταθμίσει τη βαρυτική. Η μάζα του αστέρα έχει καταρρεύσει, δημιουργώντας ένα αντικείμενο εξαιρετικά μεγάλης πυκνότητας. Η τέταρτη αυτή κατάληξη αποτελεί νίκη της βαρύτητας του αστέρα. Το 1916, λίγο μετά την διατύπωση της γενικής θεωρίας της σχετικότητας από τον Einstein, ο Γερμανός Karl Schwarzschild αντιλήφθηκε πως αυτή προέβλεπε ότι ένας αστέρας με αρκετά μικρές διαστάσεις και μεγάλη πυκνότητα, θα συνθλιβόταν από την ίδια του την βαρύτητα και θα έμενε μόνο το βαρυτικό πεδίο. Η ακτίνα ενός τέτοιου αστέρα, όπου η ταχύτητα διαφυγής στην επιφάνεια του είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός, λέγεται ακτίνα Schwarzschild, R_{Sch} , για

τη οποία ισχύει

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.14)$$

Αν μια μάζα περιέχεται μέσα σε μια σφαίρα ακτίνας $R \leq R_{Sch}$, τότε παύει να είναι ορατή και λέμε ότι αποτελεί μια μαύρη τρύπα ή μελανή οπή. Καμία γνωστή δύναμη στη φύση δεν μπορεί να αντισταθεί στην κατάρρευση αυτή, που τελικά οδηγεί στο σχηματισμό μιας ανωμαλίας άπειρης πυκνότητας.

Μια μαύρη τρύπα σχηματίζεται συνήθως σε εκρήξεις υπερκαινοφανών, *supernovae*, (εκεί δημιουργούνται και οι αστέρες νετρονίων). Έτσι, οι μόνοι γνωστοί μέχρι σήμερα, πιθανοί μηχανισμοί δημιουργίας μελανών οπών στη φύση είναι αυτοί που συνδέονται με την εξέλιξη αστέρων μεγάλης μάζας. Τέτοιοι μηχανισμοί είναι:

(i) Άμεση καταστροφική κατάρρευση ενός αστέρα με συμπαγή πυρήνα. Κατά την κατάρρευση ο πυρήνας διέρχεται από το στάδιο του αστέρα νετρονίων. Αν όμως η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων δεν είναι ικανή να αντισταθμίσει τη βαρυτική πίεση, τότε η κατάρρευση συνεχίζεται και έχουμε τη δημιουργία μιας μελανής οπής.

(ii) Κατάρρευση ενός αστέρα με συμπαγή πυρήνα και δημιουργία ενός θερμού αστέρα νετρονίων. Ο συνδυασμός της πίεσης εκφυλισμένων νετρονίων και της θερμικής πίεσης αναχαιτίζουν προς στιγμή την κατάρρευση. Αργότερα όμως, λόγω ψύξης, η θερμική πίεση ελαττώνεται και ο αστέρας καταλήγει στο στάδιο της μελανής οπής όπως στην πρώτη περίπτωση.

(iii) Δημιουργία ενός διπλού συστήματος, το ένας μέλος του οποίου είναι αστέρας νετρονίων. Λόγω προσαύξεσης μάζας από το συνοδό του, ο αστέρας νετρονίων υπερβαίνει το όριο OVS με αποτέλεσμα την κατάρρευση του σε μελανή οπή.

2.4 Κατάρρευση Αστρικού Πυρήνα

Όπως είδαμε και στην Ενότητα 2.2, για $T \approx 3 - 4 \times 10^9 K$ αρχίζει η καύση πυριτίου, οδηγώντας σε ένα αστέρι με έναν κεντρικό πυρήνα σιδήρου που περιβάλλεται από ομόκεντρους φλοιούς που περιέχουν *Si*, *O*, *Ne*, *C*, *He* και *H*. Επειδή πλέον δεν μπορεί να απελευθερωθεί ενέργεια από τη θερμοπυρηνική σύντηξη του σιδήρου, ο κεντρικός πυρήνας συστέλλεται και η θερμοκρασία ανέρχεται σε ακόμα υψηλότερες τιμές. Αρχικά, αυτή η συστολή μπορεί να συγκρατηθεί από την πίεση του πυκνού αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων στον πυρήνα, η οποία καθορίζεται από την σχέση

$$P_e = \frac{1}{4}(3\pi^2)^{\frac{4}{3}} \frac{\rho^{4/3}}{m_u} Y_e^{4/3} \quad (2.15)$$

όπου m_u είναι η ατομική μονάδα μάζας και ρ η πυκνότητα μάζας της καρδιάς [14, 15]. Στην συνέχεια, τα εκφυλισμένα ηλεκτρόνια στον πυρήνα γίνονται όλο και περισσότερο σχετικιστικά, καθώς η καύση πυριτίου στον περιβάλλοντα φλοιό εναποθέτει περισσότερο σίδηρο επάνω στον κεντρικό πυρήνα. Όταν η μάζα του πυρήνα σιδήρου φτάσει το όριο Chandrasekhar M_{ch} , τα ηλεκτρόνια γίνονται υπερσχετικιστικά και δεν είναι πλέον ικανά να υποστηρίξουν τον πυρήνα. Μόλις φθάσει το αστέρι σε αυτό το στάδιο της εξέλιξής του, πλέον θα βρίσκεται ένα βήμα πριν την καταστροφή του.

Ανάλογα με την μάζα του αστέρα, η ψύξη μπορεί να πραγματοποιηθεί πολύ γρήγορα, σε χρόνους της τάξης του κλάσματος του ενός δευτερολέπτου, με συνέπεια ο εσωτερικός πυρήνας του αστέρα να αρχίσει να καταρρέει με ταχύτητα συγκρινόμενη με αυτή της ελεύθερης πτώσης, αφού πλέον δεν υπάρχει η θερμική πίεση. Υπό αυτές τις συνθήκες, η ύλη συμπιέζεται και η πυκνότητα γίνεται συγκρίσιμη με τη πυκνότητα πυρηνικής ύλης. Για να αποβάλλει αυτήν την “πρόσθετη” ενέργεια, ο πυρήνας αναπηδά και ωθεί μέρος του υλικού του στα εξωτερικά στρώματα του αστεριού με μεγάλες ταχύτητες, ενώ η εναπομένουσα ύλη οδηγείται είτε σε ένα αστέρα νετρονίων είτε σε μια μαύρη τρύπα.

2.4.1 Η αρχή της κατάρρευσης

Καθώς ο αστέρας συστέλλεται, η βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του αστέρα, οδηγώντας είτε στην ενεργοποίηση της εξώθερμης πυρηνικής σύντηξης, είτε στην ενεργοποίηση μιας διαδικασίας απορρόφησης ενέργειας. Υπάρχουν δύο διαδικασίες απορρόφησης ενέργειας, που θα μπορούσαν να οδηγήσουν τον πυρήνα σιδήρου ενός αστέρα, σε μια ανεξέλεγκτη κατάρρευση. Αυτές οι διαδικασίες είναι η φωτοδιάσπαση των ατομικών πυρήνων και η σύλληψη ηλεκτρονίων μέσω της αντίστροφης β-διάσπασης. Κατά τη διάρκεια της φωτοδιάσπασης, η κινητική ενέργεια χρησιμοποιείται για να αποδεσμεύσει τους ατομικούς πυρήνες, ενώ κατά τη διάρκεια της σύλληψης ηλεκτρονίων, η κινητική ενέργεια των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια νετρίνων-ηλεκτρονίων που διαφεύγουν από το πυρήνα. Αυτές οι διαδικασίες απορρόφησης ενέργειας είναι τόσο αποτελεσματικές που η κατάρρευση του αστρικού πυρήνα είναι αναπόφευκτη. Το χρονικό διάστημα για μια τέτοια κατάρρευση εξαρτάται απλώς από την πυκνότητα του πυρήνα όταν προκαλείται η κατάρρευση, η οποία αναμένεται να είναι $\rho \approx 10^{12} \text{ kg/m}^3$, και ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα είναι αξιοσημείωτα μικρός της τάξης του $t \sim 1 \text{ msec}$.

Στις συνθήκες αυτές, κυριαρχεί η αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σιδήρου



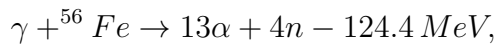
Αποτέλεσμα της ανωτέρω αντίδρασης είναι η μείωση του λόγου Y_e , και κατά συνέπεια η μείωση της θερμικής πίεσης Εξ. (2.15), με αποτέλεσμα η καρδιά του αστέρα να

αρχίζει να καταρρέει. Η έναρξη της κατάρρευσης γίνεται κατανοητή και από το γεγονός ότι ο αδιαβατικός δείκτης

$$\Gamma_s \equiv \left. \frac{\partial \ln P_e}{\partial \ln \rho} \right|_s = \frac{4}{3} \left[1 + \left. \frac{\partial \ln Y_e}{\partial \ln \rho} \right|_s \right], \quad (2.17)$$

είναι μικρότερος από την τιμή $4/3$, η οποία αποτελεί την συνθήκη αστάθειας για ακτινική διαταραχή του σφαιρικού αστέρα [16].

Επιπλέον, μέσω της ενδόθερμης αντίδρασης φωτοδιάσπασης από τους πυρήνες του σιδήρου, ^{56}Fe ,



έχουμε μια επιπλέον μείωση της θερμικής πίεσης P_e . Έτσι, μέσω των ανωτέρω διαδικασιών, σύλληψης ηλεκτρονίων (Εξ. (2.16)) και φωτοδιάσπασης (Εξ. (2.18)), οδηγούμαστε στην κατάρρευση της καρδιάς του αστέρα [17].

Γίνεται επομένως ολοφάνερος ο σημαντικός ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων κατά την διάρκεια τόσο της εξέλιξης ενός αστέρα, όσο και κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του, κάτι που αποτέλεσε και το κίνητρο για την λεπτομερή μελέτη της διαδικασίας αυτής στην παρούσα Διδακτορική Διατριβή. Λεπτομέρειες της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες θα δοθούν στα Κεφ. 5 και 6.

2.4.2 Το τέλος της κατάρρευσης

Μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων και της φωτοδιάσπασης, αφαιρείται θερμότητα από τον πυρήνα, αναγκάζοντας τον σε επιπρόσθετη συρρίκνωση. Κάτω από αυτές τις συνθήκες πραγματοποιείται η κατάρρευση των διαφόρων στρωμάτων γύρω από τον πυρήνα. Φυσικά, η κατάρρευση αυτή, κατά την οποία η δυναμική βαρυτική ενέργεια της ύλης του αστέρα μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια, δεν μπορεί να συνεχιστεί επ' άπειρον. Όταν η πυκνότητα του αστρικού πυρήνα φτάσει στα όρια της πυρηνικής πυκνότητας ($\rho \sim 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$), ο εκφυλισμός των νετρονίων και οι πυρηνικές δυνάμεις στον πλούσιο σε νετρόνια πυρήνα θα αρχίσουν να γίνονται σημαντικές. Οι πυρηνικές δυνάμεις αναμένεται να αντισταθούν στη συμπίεση και να επιφέρουν μια παύση στη κατάρρευση. Επιπλέον, τα νετρίνα παύουν να είναι σε θέση να διαφύγουν ελεύθερα από τον πυρήνα, μεταφέροντας ενέργεια έξω από τον αυτόν. Τότε η θερμοκρασία του πυρήνα αρχίζει να αυξάνει αδιαβατικά, προκαλώντας την αλματώδη αύξηση της πίεσης του αερίου στον πυρήνα, αλλά κυρίως τη σχεδόν εκρηκτική αύξηση της πίεσης της ακτινοβολίας [11].

Στο σημείο αυτό δύο ενδεχόμενα είναι πιθανά:

(α) Στην περίπτωση που η αρχική μάζα του αστέρα ήταν εξαιρετικά μεγάλη ($M > 25M_{\odot}$), η δύναμη της βαρύτητας παραμένει πάντα μεγαλύτερη της δύναμης της πίεσης, με αποτέλεσμα ο αστέρας να υποστεί ολοκληρωτική βαρυτική κατάρρευση και να καταλήξει σε μια μελανή οπή.

(β) Στην περίπτωση που η αρχική μάζα του αστέρα είναι της τάξης των $M \sim 10M_{\odot}$,

η αύξηση της πίεσης δεν είναι δυνατόν να συνεχιστεί επ' άπειρον. Φθάνει κάποια στιγμή, που η δύναμη της πίεσης προς τα έξω υπερσχύει της δύναμης της βαρύτητας που τείνει να συνθλίψει τον αστέρα. Τότε ο πυρήνας αναμένεται να “αναπηδήσει” έντονα, κάνοντας τα εξωτερικά στρώματα να διασταλούν με υπερηχητική ταχύτητα. Κατά την διαστολή τους δημιουργούν ένα κρουστικό κύμα (shock wave), το οποίο θερμαίνει και παρασύρει προς τα έξω τα υπόλοιπα στρώματα του αστέρα, που συνέχιζαν να καταρρέουν, και τα εκτινάσσει στο διάστημα. Ταυτόχρονα τα άφθονα νετρόνια που έχουν παραχθεί κατά την φωτοδιάσπαση του σιδήρου και του ηλίου απορροφούνται από πυρήνες μέσου ατομικού αριθμού και σχηματίζονται όλα τα βαριά στοιχεία με $A > 56$, τα οποία δεν είναι δυνατό να σχηματιστούν με εξώθερμες θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Το μόνο που είναι δυνατό να απομείνει από την τεράστια αυτή έκρηξη υπερκαινοφανούς (supernova) τύπου II, είναι το κεντρικό τμήμα του αστρικού πυρήνα, που πιστεύουμε ότι συνήθως σταθεροποιείται στην κατάσταση ενός αστέρα νετρονίων.

2.5 Η φυσική στην Κατάρρευση Καρδιάς Supernovae

Όταν φτάσουμε στην καρδιά του αστέρα, στην περιοχή του σιδήρου, Fe, εκεί όπου παύει να παράγεται ενέργεια λόγω πυρηνικής καύσης, τότε αρχίζει η κατάρρευση της καρδιάς του αστέρα. Καθώς ο πυρήνας συστέλλεται, η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων αυξάνεται, έτσι προτιμάται ενεργειακά η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες. Μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, μειώνεται ο λόγος του αριθμού των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια, Y_e , και επιπλέον παράγονται νετρίνα ηλεκτρονίων που δραπετεύουν από τον πυρήνα. Έτσι, θα παρατηρηθεί μία μείωση της ενέργειας και της πίεσης και αυτό θα πυροδοτήσει την κατάρρευση του πυρήνα. Όταν η πυκνότητα είναι $\rho \geq 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$, τα νετρίνα σκεδάζονται τόσο ελεύθερα στον πυρήνα που δεν μπορούν να φύγουν έξω από αυτόν και έτσι ουσιαστικά παγιδεύονται εκεί. Στο εσωτερικό πλέον, θα υπάρξει εξισορρόπηση της σκέδασης ηλεκτρονίων-νετρίνων και της κατάρρευσης, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί έτσι ο λεγόμενος “ομόλογος πυρήνας” (homologous core).

Η κατάρρευση του ομόλογου πυρήνα συνεχίζεται μέχρι την στιγμή που η πυκνότητα του πυρήνα φτάσει $\rho \simeq 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, όπου η ασυμπίεστικότητα της πυρηνικής ύλης σταματά την κατάρρευση [17]. Αυτή η ξαφνική διακοπή δημιουργεί ένα κρουστικό κύμα (shock wave) που θα κινηθεί προς τα έξω μέσα από τα στρώματα του σιδήρου. Το κρουστικό αυτό κύμα διαπερνώντας την ύλη, διασπά τους πυρήνες σε ελεύθερα νουκλεόνια. Υπολογίζοντας την ενέργεια του κύματος καθώς και την μάζα της ύλης που έχει να διασχίσει, εύκολα διαπιστώνουμε πως η ενέργεια αυτή είναι ανεπαρκής να προκαλέσει την έκρηξη του αστέρα. Το πιο πιθανό είναι απλά το κύμα να καθυστερεί, και μέσω αυτής της καθυστέρησης να γίνεται όλο και μεγαλύτερο κρουστικό κύμα μερικών εκατοντάδων χιλιομέτρων. Το κύμα αυτό θα διαπεράσει την ύλη μέχρι την στιγμή που η ενέργεια του εξαντληθεί. Έτσι, φαίνεται

πως κάποιος άλλος μηχανισμός απαιτείται για μια επιτυχημένη έκρηξη.

Ένας πιθανός μηχανισμός που μπορεί να οδηγήσει σε μια πετυχημένη έκρηξη είναι ο λεγόμενος ‘delayed Supernova mechanism’ σύμφωνα με τον οποίο, υπάρχει αναβίωση του κρουστικού κύματος από τα νετρίνα [17, 91]. Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πρωτόνια, μετατρέπει τα υπολείμματα του ομόλογου πυρήνα σε ένα νεοδημιουργηθέντα αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, εκπέμποντας τεράστια ποσά νετρίνων όλων των γεύσεων (ν_e, ν_τ, ν_μ). Επιπλέον, όταν το κρουστικό κύμα διαπερνά τον πυρήνα είναι δυνατόν να δημιουργηθεί μια έκρηξη νετρίνων προερχόμενων από την σύλληψη ηλεκτρονίων από τα ελεύθερα πρωτόνια. Μέσω της απορρόφησης νετρίνων από τα ελεύθερα νουκλεόνια, η ενέργεια μεταφέρεται στο κρουστικό κύμα, το οποίο αναγεννάται σε λιγότερο από 1s, μέσω των αντιδράσεων νετρίνων-νουκλεονίων, οδηγώντας στην έκρηξη.

Η προσομοίωση ενός τόσο πολύπλοκου αστρικού συστήματος είναι μια δύσκολη υπόθεση καθώς απαιτούνται ακριβή μοντέλα περιγραφής της μαγνητο-υδροδυναμικής, της διάδοσης κύματος, της διατήρησης λεπτονικού αριθμού και της διάχυσης νετρίνων. Είναι προφανές ότι μία έκρηξη δεν μπορεί να επιτευχθεί στα πλαίσια ενός ρεαλιστικού σφαιρικού μονοδιάστατου μοντέλου, αλλά χρειαζόμαστε πολυδιάστατα μοντέλα, όπου η μεταφορική και περιστροφική κίνηση θα διαχειρίζονται κατάλληλα. Πρόσφατα αναπτύχθηκαν τέτοιου είδους μοντέλα, τα οποία λαμβάνουν υπόψη τους τις παραμέτρους αυτές. Ο Janka και οι συνεργάτες του, έφτασαν στην έκρηξη μέσω προσομοιώσεων 2-διαστάσεων μέσω του μηχανισμού neutrino-driven [17, 18], ενώ ο Burrows με την ομάδα του κατέληξαν στην έκρηξη μέσω ακουστικών ταλαντώσεων (acoustic oscillations), επίσης σε 2-διαστάσεις [19]. Και οι δύο μελέτες διεξήχθησαν για διάφορες αρχικές μάζες, και τα αποτελέσματά τους εμφανίζονται ισχυρά.

2.6 Σύνθεση Βαρέων Πυρήνων

Το βασικό ερώτημα που τίθεται πλέον είναι το εξής: «Πώς σχηματίζονται τα βαρύτερα στοιχεία από αυτά στην περιοχή του σιδήρου (iron group peak nuclei), αν η θερμοπυρηνική σύντηξη δεν συμφέρει πια;» Δεδομένου ότι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο μειώνεται πέρα από $A \sim 56$, απαιτείται ενέργεια για να δημιουργηθούν τα βαρύτερα στοιχεία, με αποτέλεσμα οι διαδικασίες θερμοπυρηνικής σύντηξης που είδαμε να είναι πλέον ατελέσφορες για τον παρόντα σκοπό. Βέβαια μέσω κάποιας μικρής πιθανότητας μερικά βαριά στοιχεία παράγονται στις διάφορες υδροστατικές διαδικασίες, εντούτοις, τα συνολικά ποσά είναι πολύ μικρά για να δικαιολογήσουν την αφθονία τους που παρατηρείται στη φύση [10].

Στην φύση υπάρχουν δύο πιθανά σενάρια που επιτρέπουν την δημιουργία βαρέων πυρήνων [163]

1. Το λεγόμενο ‘falling short of equilibrium’ σενάριο, κατά το οποίο το σύστημα δεν έχει χρόνο για να φτάσει στην πυρηνική στατιστική ισορροπία [nuclear statistical equilibrium (NSE)], πριν ο αστέρας εκτοξεύσει τα νουκλεόνια στον

μεσοαστρικό χώρο. Στην περίπτωση αυτή, τα νουκλεόνια δημιουργούν μόνα τους, μέρος των πυρήνων μέχρι την περιοχή του σιδήρου.

2. Το ονομαζόμενο ‘freezeout from equilibrium’ σενάριο, σύμφωνα με το οποίο το σύστημα ξεκινά βρισκόμενο σε (NSE) ισορροπία, σε υψηλές θερμοκρασίες. Καθώς το σύστημα διαστέλλεται και ψύχεται η ισορροπία αλλάζει και κάποιες πυρηνικές αντιδράσεις επιβραδύνονται. Τελικά οι αντιδράσεις αυτές γίνονται τόσο αργά, ώστε πλέον να μην επιτρέπουν στο σύστημα να διατηρήσει την ισορροπία του.

Σύμφωνα με το δεύτερο σενάριο (freezeout from equilibrium), καθώς το σύστημα περνά στο στάδιο που πλέον δεν βρίσκεται σε ισορροπία, στο σημείο αυτό, αν παρατηρήσουμε την σύνθεση του συστήματος, αυτή αντανακλά την τελευταία κατανομή της αφθονίας των στοιχείων όταν αυτό βρισκόταν στην (NSE) ισορροπία [163]. Η σύνθεση αυτή αποτελείται από ελεύθερα νουκλεόνια, ελαφρείς πυρήνες και πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου. Σε αυτές τις συνθήκες κάποιες από τις αντιδράσεις που είναι απαραίτητες για την διατήρηση της ισορροπίας, γίνονται πολύ αργά, ενώ, κάποιες άλλες αντιδράσεις όπως η σύλληψη των ελεύθερων νουκλεονίων και ελαφρών πυρήνων από τους πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου μπορούν να συνεχίζονται ανεπηρέαστες. Οι πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου, λειτουργούν σαν “πυρήνες-σπόροι” για την σύλληψη των ελεύθερων νουκλεονίων και των ελαφρών πυρήνων. Μέσω αυτών των συλλήψεων μπορούμε να οδηγηθούμε στην παραγωγή βαρέων πυρήνων. Στο σενάριο αυτό, το σύστημα διαχειρίζεται τους δικούς του “πυρήνες-σπόρους” δημιουργώντας τους βαρύτερους πυρήνες, χωρίς προϋπάρχοντες “πυρήνες-σπόρους”. Οι διαδικασίες στις οποίες δεν απαιτούνται προϋπάρχοντες “πυρήνες-σπόροι” για την δημιουργία νέων πυρήνων ονομάζονται πρωταρχικές διαδικασίες (primary processes).

Σύμφωνα με το πρώτο σενάριο (falling short of equilibrium), η ύλη δεν φτάνει ποτέ σε (NSE) ισορροπία επειδή η χρονική κλίμακα για να φτάσει στην ισορροπία είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με την δυναμική χρονική κλίμακα του συστήματος (ο χρόνος που είναι σε δυναμική κατάσταση, μετά είτε καταρρέει είτε εκρηγνυται) [163]. Υπό αυτές τις συνθήκες, το σύστημα ενώνει τους ελαφρείς πυρήνες δημιουργώντας κάποιους βαρύτερους, οι οποίοι όμως είναι ακόμα λιγότερο συμπαγείς από τους πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου, που είναι χαρακτηριστικοί της (NSE) ισορροπίας. Συνέπεια αυτών των αντιδράσεων του συγκεκριμένου σεναρίου, είναι η απελευθέρωση νουκλεονίων. Έτσι, αν στο σύστημα προϋπάρχουν κάποιοι πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου ή και βαρύτεροι, μπορούν να συλλάβουν τα νουκλεόνια αυτά και να παράγουν νέους βαρύτερους πυρήνες. Συνεπώς, για την πραγματοποίηση του σεναρίου αυτού θα πρέπει να προϋπάρχουν οι “πυρήνες-σπόροι”. Αυτού του είδους οι διαδικασίες ονομάζονται δευτερεύουσες διαδικασίες (secondary processes).

Αυτοί είναι οι μοναδικοί φυσικοί τρόποι με τους οποίους μπορούμε να παράγουμε βαρείς πυρήνες. Όπως θα αναλύσουμε στην συνέχεια, οι κύριες πηγές παραγωγής βαρέων στοιχείων είναι η s-διαδικασία (slow-process) και η r-διαδικασία (rapid-process) [11, 12, 91]. Οι πυρήνες που παράγονται μέσω της r-διαδικασίας,

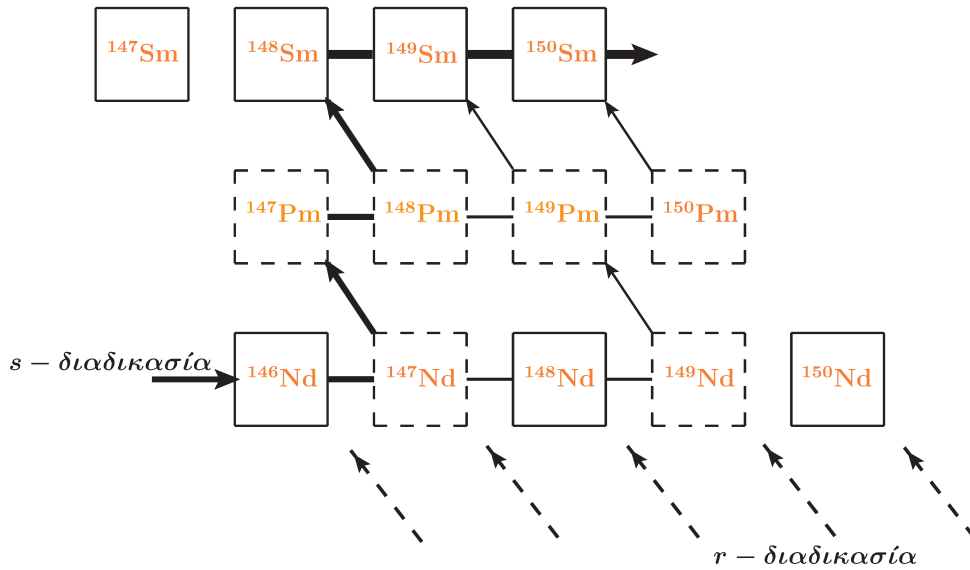
σχηματίζονται σε ένα περιβάλλον που υποκαθίζει το δεύτερο σενάριο (freezeout from equilibrium), ενώ οι πυρήνες που παράγονται μέσω της *s*-διαδικασίας, σχηματίζονται σε ένα περιβάλλον που αγωνίζεται αλλά ποτέ δεν φτάνει στην (NSE) ισορροπία. Ο διαφορετικός χαρακτήρας των παραπάνω σεναρίων έχει διαφορετικά αποτελέσματα στις κατανομές αφθονίας των στοιχείων που παράγονται μέσω των *s*- και *r*- διαδικασιών.

2.7 Πυρηνοσύνθεση

Η προέλευση των χημικών στοιχείων, αποτελούσε για δεκαετίες μεγάλη πρόκληση για τους αστροφυσικούς. Τα ελαφρά στοιχεία H, He και Li παράγονται στα αρχικά στάδια του Big-Bang [9]. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία παράγονται με ποικίλες αστρικές διαδικασίες. Η πυρηνική σύντηξη θα παράγει μόνο ένα περιορισμένο αριθμό στοιχείων γύρω από την γραμμή σταθερότητας, όμως η ύπαρξη στη φύση πολλών άλλων στοιχείων που βρίσκονται μακριά από την γραμμή αυτή, μας τονίζει πως κάποιος άλλος μηχανισμός λειτουργεί. Καθώς το φράγμα Coulomb είναι υψηλό, λόγω του μεγάλου αριθμού πρωτονίων, ο σχηματισμός βαρέων πυρήνων εμποδίζεται, έτσι θα πρέπει να προσανατολιστούμε σε άλλες ερμηνείες για την δημιουργία τους. Αν στραφούμε προς τις αντιδράσεις σύλληψης πρωτονίων και α -σωματιδίων, παρατηρούμε πως για να καταστούν πιθανές θα πρέπει η θερμοκρασία να ανέλθει πάνω από 5 έως $6 \cdot 10^9$ K. Επιπλέον, στις επικρατούσες συνθήκες, η μέση θερμική ενέργεια είναι περίπου 0.5 MeV, στις οποίες η φωτοδιάσπαση παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, σημαντικότερο και από το στάδιο της υδροστατικής καύσης του πυριτίου. Επομένως, λόγω του ανταγωνισμού που αναπτύσσεται μεταξύ του σχηματισμού των βαρέων στοιχείων από τη σύλληψη φορτισμένων σωματιδίων και της καταστροφής από την φωτοδιάσπαση, οδηγούμαστε σε μια πυκνότητα ισορροπίας πάρα πολύ μικρή, η οποία δεν είναι ικανή να ερμηνεύσει τις τελικές αφθονίες των στοιχείων που μας ενδιαφέρουν.

Μια πιθανή ερμηνεία για τη δημιουργία βαρέων πυρήνων είναι μέσω της σύλληψης νετρονίων (ένα κάθε φορά). Λεπτομέρειες της δημιουργίας βαρέων πυρήνων μέσω της μεθόδου αυτής περιγράφονται στις εργασίες των Burbidge [20] και Cameron [21]. Η διαδικασία δημιουργεί όλο και περισσότερο πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες (neutron-rich nuclei), οι οποίοι πρέπει να διασπαστούν μέσω της β -διάσπασης έτσι ώστε τα προϊόντα της αντίδρασης να κρατηθούν κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας. Κάτω από τέτοιες περιστάσεις, η παρατηρηθείσα αφθονία ενός στοιχείου με μαζικό αριθμό A είναι το αποτέλεσμα μιας ισορροπίας μεταξύ του ρυθμού παραγωγής που κάνει το στοιχείο από το στοιχείο $A-1$ και του ρυθμού καταστροφής που διαμορφώνει το επόμενο στοιχείο $A+1$ [163].

Ως κύριες πηγές παραγωγής βαρέων στοιχείων (μέσω της σύλληψης νετρονίων) προσδιορίζονται η *s*-διαδικασία (slow-process) και η *r*-διαδικασία (rapid-process) αντίστοιχα [11, 12, 91, 163]. Τα ονόματα των διαδικασιών αυτών υποδεικνύουν εάν η σύλληψη νετρονίων έχει πραγματοποιηθεί πιο αργά ή πιο γρήγορα αντίστοιχα από



Σχήμα 2.2: Η πορεία της s- και της r- διαδικασίας στην περιοχή των Nd-Pm-Sm. Στην ουσία αυτό που διαφοροποιεί τις διαδικασίες s και r είναι το αν ο πυρήνας θα διασπαστεί με β-διάσπαση, μετασχηματίζοντας ένα νετρόνιο σε πρωτόνιο, ή αν θα δεσμευτεί ένα ακόμα νετρόνιο πριν έχει την ευκαιρία να υποστεί β-διάσπαση. Κάθε μία από τις διαδικασίες αυτές είναι υπεύθυνη για την παραγωγή περίπου των μισών βαρέων στοιχείων, αλλά υπάρχουν αρκετές περιπτώσεις όπου ένας πυρήνας μπορεί να παραχθεί μόνο μέσω μιας εκ των δύο διαδικασιών. Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζεται η διαδρομή που ακολουθείτε σε μια s- και μια r-διαδικασία καταλήγοντας στον ίδιο πυρήνα. Παρατηρούμε για παράδειγμα, πως το ισότοπο ^{150}Sm μπορούμε να καταλήξουμε μέσω και των δυο διαδικασιών, ενώ αντίθετα στο ισότοπο του ^{148}Pm καταλήγουμε μέσω της s-διαδικασίας.

2.7.1 Η s-διαδικασία

Σήμερα, η s-διαδικασία χαρακτηρίζεται ως ασθενής διαδικασία (παράγει πυρήνες μικρότερους του ^{88}Sr). Σε κανονικές συνθήκες στο εσωτερικό των αστέρων, ο ρυθμός παραγωγής ελευθέρων νετρονίων είναι σχετικά χαμηλός. Συνεπώς, το στοιχείο που σχηματίζεται με δέσμευση νετρονίου θα έχει γενικά την δυνατότητα να υποστεί β-διάσπαση αν είναι ασταθές (ραδιενεργό). Τα στοιχεία που σχηματίζονται με τον τρόπο αυτό, με δέσμευση δηλαδή ενός νετρονίου ακολουθούμενη από β-διάσπαση, λέγονται στοιχεία s-διαδικασίας. Σε αυτή την προσέγγιση, οι ρυθμοί με τους οποίους αλλάζει η αφθονία N_A του πυρήνα με μαζικό αριθμό A ισούται με

$$\frac{dN_A}{dt} = -n_n \langle \sigma u \rangle_A N_A + n_n \langle \sigma u \rangle_{A-1} N_{A-1} \quad (2.18)$$

όπου n_n είναι η πυκνότητα των νετρονίων και $\langle \sigma u \rangle_A$ είναι η θερμική μέση τιμή της ενεργού διατομής σύλληψης νετρονίων για ένα σταθερό ισοβαρές, μαζικού αριθμού

A [10,91].

Στις αργές συλλήψεις (s-διαδικασία), η β-διάσπαση θα μετατρέψει τα νετρόνια σε πρωτόνια στο εσωτερικό του πυρήνα επιτρέποντας περαιτέρω συλλήψεις. Ωστόσο, αυτό σημαίνει ότι η s-διαδικασία θα προχωρά κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας, σταματώντας στο ^{209}Bi . Το γεγονός αυτό, μας τονίζει πως η s-διαδικασία πραγματοποιείται σε περιβάλλον όπου η πυκνότητα των νετρονίων είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη κατά την r-διαδικασία. Επίσης, η s-διαδικασία συμβαίνει για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η s-διαδικασία είναι μια καθαρά δευτερεύουσα (secondary) διαδικασία καθώς για την πραγματοποίησή της, είναι απαραίτητη η παρουσία των “πυρήνων-σπόρων” [163].

Τα συστατικά της ασθενούς s-διαδικασίας πιθανόν να προέρχονται από την καύση του ηλίου, He , στην καρδιά των συμπαγών αστέρων ($M \gtrsim 15M_{\odot}$), όπου η θερμοκρασία είναι αρκετά υψηλή για να παραχθεί σημαντική ποσότητα νετρονίων μέσω της αντίδρασης $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ [29]. Σε αυτούς τους αστέρες εμφανίζονται δυνατοί άνεμοι οι οποίοι εκτοξεύουν ύλη στον μεσοαστρικό χώρο, αποτελώντας και αυτό πιθανό μέρος πραγματοποίησης της διαδικασίας αυτής [30,31]. Επίσης, κάποιες s-διαδικασίες είναι δυνατόν να πραγματοποιηθούν στον φλοιό καύσης του C ή του He στους συμπαγείς αστέρες [32,33], χωρίς όμως να μπορούν να συνεισφέρουν σημαντικά στα ποσοστά των στοιχείων. Όμως, το πιθανότερο σενάριο που πιστεύεται είναι ότι η ασθενής s-διαδικασία λαμβάνει χώρα στον φλοιό καύσης του He στους λεγόμενους ‘Asymptotic Giant Branch (AGB)’ αστέρες (οι οποίοι περιλαμβάνουν τους κόκκινους γίγαντες) [34,35].

2.7.2 Η r-διαδικασία

Για να πραγματοποιηθεί η r-διαδικασία απαιτούνται συνθήκες έκρηξης με μεγάλη ροή νετρονίων [11,12,91,163]. Συνεπώς, στην περίπτωση αυτή, το στοιχείο που σχηματίζεται από τη δέσμευση του νετρονίου δεν θα έχει γενικά τη δυνατότητα να υποστεί β-διάσπαση πριν δεσμεύσει ένα άλλο νετρόνιο (και άλλο και άλλο). Φυσικά, μετά την περίοδο παραγωγής νετρονίων, τα συντιθέμενα πολύ βαριά στοιχεία θα έχουν την ευκαιρία να διασπαστούν με εκπομπή σωματιδίων α και β . Γενικά τα στοιχεία που σχηματίζονται με αυτό τον τρόπο λέγονται στοιχεία r-διαδικασίας και διαφέρουν ισοτοπικά από όσα παράγονται μέσω της s-διαδικασίας. Οι πυρήνες που συναντώνται στη φύση και είναι βαρύτεροι από το βισμούθιο (^{209}Bi), είναι αποτέλεσμα της r-διαδικασίας. Είναι γνωστό, ότι η r-διαδικασία παράγει το ουράνιο ($A = 258$) έχοντας σαν “πυρήνες-σπόρους”, αυτούς με μαζικό αριθμό $A \simeq 50-100$.

Όπως προαναφέραμε, στην r-διαδικασία η ροή των νετρονίων είναι πολύ μεγαλύτερη, και η σύλληψη πραγματοποιείται γρηγορότερα από την β-διάσπαση, που σημαίνει ότι μπορούμε να έχουμε παραγωγή ενός πλούσιου σε νετρόνια υλικού. Το πόσο πλούσια σε νετρόνια θα είναι η ύλη που θα παραχθεί μέσω της διαδικασίας αυτής εξαρτάται από την αφθονία των “πυρήνων-σπόρων”, η οποία με την σειρά της εξαρτάται από την εντροπία ανά βαρυόνιο του συστήματος [163]. Όσο μεγαλύτερη είναι η εντροπία ανά βαρυόνιο, για συγκεκριμένη θερμοκρασία, τόσο μεγαλύτερος

είναι ο λόγος των φωτονίων ανά βαρυόνιο και τόσο μικρότερη θα είναι η πυκνότητα. Η μικρή τιμή της πυκνότητας οδηγεί σε αργούς ρυθμούς αντιδράσεων τριών σωματιδίων. Έτσι, όσο μεγαλύτερη θα είναι η εντροπία ανά βαρυόνιο, τόσο υψηλότερη θα είναι η θερμοκρασία στην οποία οι αντιδράσεις τριών-σωματιδίων παγώνουν και τόσο μικρότερη θα είναι η αφθονία των “πυρήνων-σπόρων”. Τα νετρόνια που είναι απαραίτητα για την πραγματοποίηση της r-διαδικασίας σε ένα περιβάλλον όπου η εντροπία είναι μεγάλη, είναι λιγότερα από τα αντίστοιχα σε περιβάλλον χαμηλής εντροπίας.

Όταν η ροή νετρονίων πέσει κάτω από μια ορισμένη, κρίσιμη τιμή (βλέπε Ενότητα 2.7.2), η r-διαδικασία σταματά (αυτό το σημείο ονομάζεται πάγωμα ‘freeze-out’). Τότε η κατανομή των πλούσιων σε νετρόνια πυρήνων θα οδηγηθεί μέσω των β-διασπάσεων πίσω στην κοιλάδα σταθερότητας. Η ροή της r-διαδικασίας τερματίζεται όταν ο πυρήνας γίνει τόσο βαρύς που πλέον είναι πιθανή η διάσπασή του. Εάν το τελικό σημείο στο οποίο θα φτάσει η r-διαδικασία έχει επαρκή αποθέματα νετρονίων, μετά την διάσπαση του πυρήνα, τότε μπορούν τα αντικείμενα της αντίδρασης να ξεκινήσουν ξανά διαδικασίες σύλληψης.

Η περιοχή που είναι πιο πιθανή για να πραγματοποιηθεί η r-διαδικασία είναι ο άνεμος νετρίνων (neutrino-driven wind) (βλέπε Ενότητα 2.9), όπου υλικά από τους πρόσφατα δημιουργημένους αστέρες νετρονίων, εκτοξεύονται κατά την διάρκεια της κατάρρευσης καρδιάς supernovae. Άλλα πιθανά σενάρια που αναφέρονται στην περιοχή, είναι οι συγχωνεύσεις αστέρων νετρονίων, που όμως εμφανίζονται πολύ σπάνια και έτσι δεν είναι σε θέση να εξηγήσουν την αφθονία των χημικών στοιχείων μέσω της r-διαδικασίας (βλέπε Σχήμα 2.3).

Γενικά Συμπεράσματα της μελέτης της r-διαδικασίας

Η r-διαδικασία ευθύνεται για την παραγωγή περίπου των μισών στοιχείων που είναι βαρύτερα από τον σίδηρο (Fe) τα οποία βρίσκονται στο ηλιακό σύστημα, και πιθανώς να είναι η μόνη υπεύθυνη για την παραγωγή βαρύτερων στοιχείων από το ^{209}Bi . Ξεκινώντας από παρατηρήσεις σε παλαιούς αστέρες [36,37], καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η r-διαδικασία κυριαρχεί έναντι της s-διαδικασίας στα αρχικά στάδια του Σύμπαντος, ενισχύοντας την άποψη ότι η r-διαδικασία είναι μία πρωταρχική διαδικασία (primary process) καθώς αν ήταν δευτερεύουσα (secondary process) θα έπρεπε να προυπήρχαν “πυρήνες-σπόροι” κάτι το οποίο δεν υφίσταται στα στάδια αυτά. Επιπλέον, ένα άλλο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι ο μηχανισμός της r-διαδικασίας έχει παραμείνει ουσιαστικά ο ίδιος σε όλη την διάρκεια της εξέλιξης του Σύμπαντος.

Σε αξιολογικά συμπεράσματα και σημαντικά στοιχεία για την r-διαδικασία κατέληξαν μέσω της έρευνάς τους οι πειραματικοί πυρηνικοί φυσικοί [38,39]. Συγκεκριμένα, τόνισαν πως η κλασική r-διαδικασία λαμβάνει χώρα ισορροπώντας μεταξύ των (n,γ) και (γ,n) αντιδράσεων, όπου και οι δύο είναι πολύ γρηγορότερες από τις

β-διασπάσεις. Η εξίσωση Saha μας δίνει μια σχέση για τον λόγο των αφθονιών

$$\frac{Y(Z, A + 1)}{Y(Z, A)} \propto \rho_n \exp\left(\frac{S_n(Z, A + 1)}{T}\right) \quad (2.19)$$

όπου ρ_n η πυκνότητα των νετρονίων και T η θερμοκρασία της ύλης. Όμως, η r-διαδικασία πραγματοποιείται σε πυρήνες που έχουν την ίδια ενέργεια διαχωρισμού νετρονίων, S_n , η τιμή της οποίας είναι περίπου ίση με $2 - 3 \text{ MeV}$ (εξαρτάται από την πυκνότητα των νετρονίων και την θερμοκρασία). Υποθέτοντας ότι έχουμε μια σταθερή ροή, θα επικρατούν συνθήκες β-ισορροπίας

$$\lambda_\beta(Z - 1)Y(Z - 1) = \lambda_\beta(Z)Y(Z) \quad (2.20)$$

όπου $Y(Z) = \sum_A Y(Z, A)$ είναι η συνολική αφθονία του στοιχείου Z , που είναι ίση με το άθροισμα των αφθονιών όλων των ισοτόπων του συγκεκριμένου στοιχείου και

$$\lambda_\beta(Z) = \frac{\sum_A \lambda_\beta(Z, A)Y(Z, A)}{Y(Z)} \quad (2.21)$$

είναι οι σταθμισμένες αφθονίες, με $\lambda_\beta(Z, A)$ οι ρυθμοί β-διάσπασης του πυρήνα (A, Z) . Παρατηρούμε λοιπόν, ότι οι ολικές αφθονίες είναι αντιστρόφως ανάλογες των ολικών ρυθμών, ή ανάλογες του χρόνου ζωής [10]. Επίσης, η συνολική αφθονία $Y(Z)$, μειώνεται κατά την διάρκεια της r-διαδικασίας λόγω των β^- -διασπάσεων, ενώ αυξάνεται εξαιτίας των β^+ -διασπάσεων. Έτσι, ισχύει

$$\frac{dY(Z)}{dt} = -\lambda_Z Y(Z) + \lambda_{Z-1} Y(Z - 1). \quad (2.22)$$

Για συγκεκριμένο Z , υπάρχουν συνήθως ένας ή δύο πυρήνες που έχουν το S_n στην πορεία της r-διαδικασίας. Αυτοί οι πυρήνες αποτελούν σταθμό της διαδικασίας καθώς θα πρέπει η διαδικασία να σταματήσει μέχρι να πραγματοποιηθεί η β-διάσπαση των πυρήνων και έπειτα να συνεχιστεί η πορεία προς τους άλλους πυρήνες. Με την σειρά του, αυτό σημαίνει, πως οι πυρήνες με μαγικούς αριθμούς, έχουν πολύ μεγάλη απόδοση εξαιτίας της μικρής τιμής S_n και του μεγάλου β-χρόνου ζωής. Από την παραπάνω συζήτηση συμπεραίνουμε ότι τα δύο στοιχεία που έχουν ρόλο κλειδί στην r-διαδικασία είναι η ρ_n και η T [10, 44]. Μέσω ποικίλων περιορισμών, βρίσκουμε ότι οι πυκνότητες νετρονίων θα πρέπει να κυμαίνονται στην περιοχή του $\rho_n = 10^{22} - 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ και η θερμοκρασία περίπου $T \simeq 10^9 \text{ K}$.

Θεωρώντας ότι μέσω της διαδικασίας αυτής θα πρέπει να παραχθούν μέχρι και τα χημικά στοιχεία ακτινίδες, ($Z = 89 - 103$), μπορούμε να υπολογίσουμε την διάρκεια της διαδικασίας, αθροίζοντας όλους τους χρόνους ζωής όλων των σταθμών-πυρήνων μέχρι $A \simeq 240$. Βάση αυτού, υπολογίζεται ότι η r-διαδικασία διαρκεί περίπου $2 - 3 \text{ s}$ και αναφέρεται ως κλασική r-διαδικασία. Η διαδικασία αυτή σταματά όταν το ρ_n πέσει σημαντικά κάτω από την τιμή που δώσαμε παραπάνω, και αναφέρεται ως πάγωμα “freeze-out”. Στις αστρικές εκτινάξεις, το σημείο και ο χρόνος στον οποίο

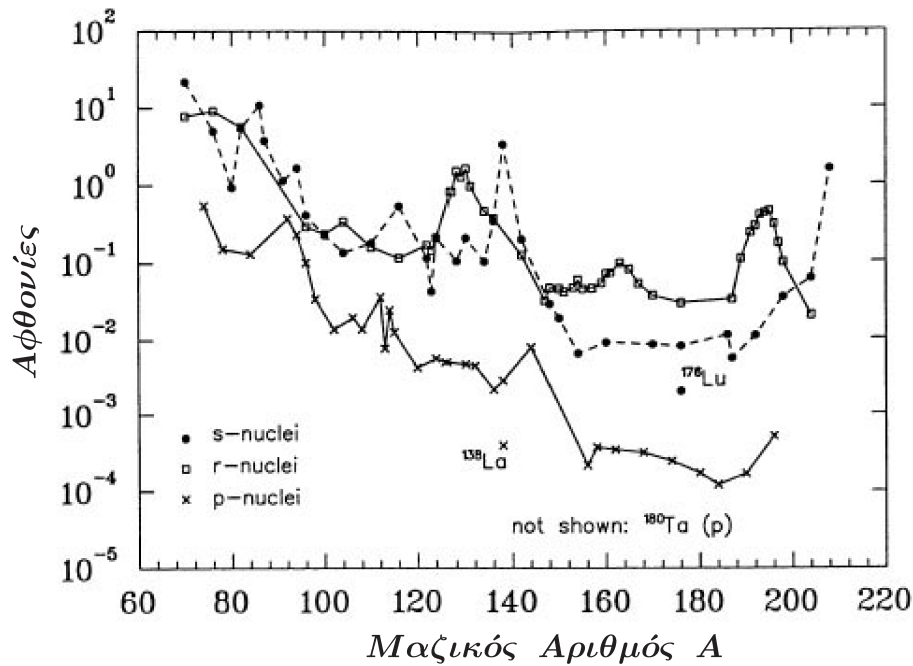
συμβαίνει προσδιορίζονται από την ταχύτητα εκροής. Μετά το πάγωμα θα πρέπει να ακολουθήσουμε τις β -διασπάσεις για να οδηγηθούμε στην κοιλάδα σταθερότητας, που θα αποτελεί και το τελικό αποτέλεσμα της πυρηνοσύνθεσης. Κατά την διάρκεια αυτής της περιόδου, μπορούν να ελευθερώνονται νετρόνια τα οποία με την σειρά τους θα εισάγουν επιπλέον αντιδράσεις διάσπασης. Η πυκνότητα, η θερμοκρασία και η διάρκεια, ποσότητες στις οποίες αναφερθήκαμε παραπάνω, υποδεικνύουν ότι για την πραγματοποίηση της r -διαδικασίας απαιτούνται συνθήκες έκρηξης.

Τέλος, μελέτες της χημικής εξέλιξης του Γαλαξία μας, μας δίνουν πληροφορίες σχετικά με τα ποσά της ύλης συγκεκριμένης σύνθεσης (λόγω αναμείξεων), που χρειάζονται για να προσεγγίσουμε τα πρότυπα των αφθονιών των στοιχείων στο περιβάλλον μας. Πρόσφατες παρατηρήσεις των αφθονιών των χημικών στοιχείων σε φτωχούς σε μέταλλα αστέρες, έδειξαν ότι οι αφθονίες των στοιχείων που προέρχονται από την r -διαδικασία είναι αρκετά μεγάλες και πολύ κοντά στις ηλιακές τιμές για $A > 130$. Αυτά είναι τα ονομαζόμενα “halo” αστέρια που τοποθετούνται έξω από τον Γαλαξία μας και πιστεύεται ότι είναι σχεδόν ίδιας ηλικίας.

2.7.3 Η p -διαδικασία

Κλείνοντας να αναφέρουμε ότι η r - και η s -διαδικασία πυρηνοσύνθεσης δεν είναι οι μόνες υπεύθυνες για την παραγωγή βαρέων στοιχείων. Στην φύση παρατηρούνται γύρω στους 30 σταθερούς, σπάνιους πυρήνες που είναι στην πλευρά σταθερότητας των πλουσίων σε πρωτόνια πυρήνων, οι οποίοι δεν είναι δυνατόν να παραχθούν μέσω της σύλληψης νετρονίων. Μεγάλη πιθανότητα έχουν οι πυρήνες αυτοί να παραχθούν μέσα από την σύλληψη πρωτονίων. Στην πορεία της εξέλιξης, σε κάποια συστήματα που προσπαθούν να φτάσουν σε (NSE) ισορροπία, απελευθερώνονται πρωτόνια τα οποία μπορούν να συλληφθούν από προυπάρχοντες “πυρήνες-σπόρους” και έτσι να δημιουργηθούν οι p -πυρήνες [163]. Εναλλακτικά, κατά την διάρκεια του “παγώματος” τα ελεύθερα πρωτόνια μπορούν να συλληφθούν από τους “πυρήνες-σπόρους” στην περιοχή του σιδήρου. Στην συνέχεια, οι β^+ -αντιδράσεις μπορούν να επιτρέψουν περαιτέρω συλλήψεις πρωτονίων σε υψηλότερες μάζες.

Όμως, για να μπορέσουν να πραγματοποιηθούν αυτές οι συλλήψεις πρωτονίων, απαιτούνται πολύ υψηλές συνθήκες θερμοκρασιών και πυκνοτήτων, που δεν συναντώνται εύκολα στη φύση. Για να ξεφύγουμε από το δίλημμα για το αν επικρατούν οι κατάλληλες συνθήκες για την πραγματοποίηση της σύλληψης πρωτονίων, θα αναφέρουμε πως η δημιουργία των p -πυρήνων δεν πραγματοποιείται μόνο μέσω αυτής της διαδικασίας. Ποικίλες αντιδράσεις διάσπασης μπορούν να οδηγήσουν στο ίδιο αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα, εάν οι προυπάρχοντες r - και η s -πυρήνες εκτεθούν σε υψηλές θερμοκρασίες, θα πραγματοποιηθούν πυρηνικές αντιδράσεις οι οποίες θα τείνουν να οδηγήσουν τις αφθονίες σε (NSE) ισορροπία. Οι πρώτες αντιδράσεις που πραγματοποιούνται είναι οι (γ, n) αντιδράσεις, οι οποίες παράγουν αρκετά πλούσιους σε πρωτόνια πυρήνες. Καθώς οι πυρήνες γίνουν αρκετά πλούσιοι σε πρωτόνια, τότε αυτοί ξεκινούν μια σειρά από (γ, p) και (γ, α) αντιδράσεις. Με τον τρόπο αυτό ο πυρήνας αρχίζει “λίωνει” προς τον σίδηρο. Εάν οι θερμοκρασία πέσει αρκετά γρήγορα,



Σχήμα 2.3: Οι αφθονίες των s-, r- και p-πυρήνων του ηλιακού συστήματος. Μόνο τα ισότοπα των οποίων το 90% ή και περισσότερο της συνολικής τους παραγωγής προέρχονται από τις απλές διαδικασίες παρουσιάζονται στο Σχήμα. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί από τις Εργασίες [40] και [41].

το σύστημα δεν θα φτάσει σε (NSE) ισορροπία, και το “λιώσιμο” δεν θα ολοκληρωθεί αφήνοντας μια αφθονία πυρήνων πλουσίων σε πρωτόνια (p-πυρήνες) [163].

Η αστροφυσική πλευρά των διαδικασιών αυτών παραμένει ακόμα και σήμερα ανεξήγητη σε μεγάλο βαθμό. Οι περισσότερες προτάσεις που αναφέρονται στις διαδικασίες αυτές, υποθέτουν ότι αυτές λειτουργούν στους λεγόμενους “πυρήνες-σπόρους”, οι οποίοι προέρχονται από άλλα είδη πυρηνοσύνθεσης. Πρόσφατα όμως βρέθηκε ότι πλούσια σε πρωτόνια ύλη μπορεί να παραχθεί σε όλες τις supernovae εκρήξεις μέσω μιας πρωταρχικής διαδικασίας (primary process) όπου οι “πυρήνες-σπόροι” μπορούν να παραχθούν την ίδια στιγμή και να μην προυπάρχουν. Αυτή η διαδικασία είναι στενά συνδεδεμένη με την παρουσία νετρίνων και ως εκ τούτου έχει βαπτιστεί νρ-διαδικασία (νρ-process) [22, 165].

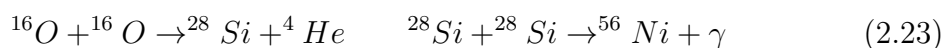
Μέσα από το Σχήμα 2.3 παρουσιάζονται οι αφθονίες των πυρήνων μέσω των ανωτέρων διαδικασιών. Παρατηρώντας το Σχήμα 2.3, βλέπουμε ότι οι αφθονίες των p-πυρήνων είναι πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες αφθονίες των πυρήνων που προέρχονται από τις διαδικασίες s και r. Ο πληθυσμός των πυρήνων μέσω της s-διαδικασίας, δείχνει ότι η κατανομή των αφθονιών των πυρήνων, παρουσιάζει κάποια μέγιστα κοντά στους μαζικούς αριθμούς $A = 87, 138$, και 208 . Αντίστοιχα, τα μέγιστα που προκύπτουν μέσω της r-διαδικασίας βρίσκονται κοντά στους πυρήνες με $A = 80, 130$ και 195 .

2.8 Εκρηκτική Πυρηνοσύνθεση

Στην ενότητα αυτή, θα αναφερθούμε στις supernova (υπερκαινοφανείς) εκρήξεις που κατέχουν μια ειδική θέση στη νουκλεοσύνθεση λόγω των βαρέων στοιχείων που παράγουν [91]. Σύμφωνα με τους Fowler και Hoyle [27, 28], η μάζα ενός αστέρα λίγο πριν από μια έκρηξη σουπερνόβα βρίσκεται κατά 57% στον εσωτερικό φλοιό που είναι πλούσιος σε ^{16}O και κατά 33% σε ένα εξωτερικό φλοιό που αποτελείται από το ^1H και ^4He . Το υπόλοιπο 10% είναι στον καταρρέοντα πυρήνα.

Ιδιαίτερη σημασία στην κατανόηση της διαδικασίας δημιουργίας βαρέων πυρήνων έχουν κυρίως τα κύματα κρούσης και το εκτινασόμενο υλικό, τα οποία στέλνονται μέσω του εσωτερικού φλοιού του αστέρα. Τα δύο αυτά στοιχεία παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην όλη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης. Επίσης, σημαντικό ρόλο στην όλη διαδικασία παίζει η φωτοδιάσπαση, κατά την οποία παράγεται ένας αξιόλογος αριθμός α-σωματιδίων και νουκλεονίων τα οποία με την σειρά τους, συμβάλλουν σημαντικά στη δημιουργία πυρήνων πέρα από $A \sim 56$ κατά τη διάρκεια της ανάκρουσης του πυρήνα [91]. Όταν, η ανάκρουση του πυρήνα είναι αρκετά ενεργητική, ένα μεγάλο μέρος των πυρήνων που βρίσκεται στα εξωτερικά στρώματα του αστέρα εκτοξεύεται στο μεσοαστρικό χώρο και γίνεται μέρος της πρώτης ύλης για το μελλοντικό σχηματισμό των αστεριών. Αν δεν γινόταν αυτές οι “εκρήξεις”, οι πυρήνες που δημιουργούνται σε ένα αστέρα θα παρέμέναν σε αυτόν, και πολύ λίγα βαριά στοιχεία θα παρέχονταν για να φτιάξουν τους πλανήτες και τα νέα αστέρια όπως αυτά που διαμορφώνουν το ηλιακό σύστημα.

Το κύμα κρούσης που δημιουργείται όταν “αναπηδά” ο καταρρέοντας πυρήνας, παρέχει την ιδανική συνθήκη για τις ενδόθερμες αντιδράσεις ώστε να συνθέσουν στοιχεία πέρα από $A \sim 56$, κατά την διάρκεια της πορείας του, διαπερνώντας τα εξωτερικά στρώματα του αστέρα [10]. Όταν το κύμα κρούσης ταξιδεύει μέσω των διαφορετικών περιοχών, μπορούν να πραγματοποιηθούν μια ποικιλία από βαρύ-ιονικές αντιδράσεις, όπως:



Στα εξωτερικά στρώματα, το κύμα κρούσης προκαλεί τη μετατροπή του υδρογόνου σε ήλιο και του ηλίου σε οξυγόνο. Παράγονται επίσης μερικά στοιχεία βαρύτερα από $A = 56$, αλλά οι αναμενόμενες αφθονίες είναι πολύ μικρότερες από τις παρατηρηθείσες τιμές. Λόγω του δραστικά διαφορετικού περιβάλλοντος, οι πυρηνικές αντιδράσεις που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια της εκρηκτικής νουκλεοσύνθεσης μπορεί να είναι αρκετά διαφορετικές από εκείνες στα υδροστατικά στάδια καύσης. Εδώ, έχουμε να κάνουμε με υψηλότερες θερμοκρασίες και πιο σύντομα χρονικά διαστήματα [91].

2.9 Άνεμος Νετρίνων- Neutrino-driven wind

Όπως προαναφέραμε, η περιοχή στην οποία λαμβάνει χώρα η r-διαδικασία δεν είναι απόλυτα κατανοητή. Η αρχική πρόταση, ήταν ο φλοιός του He, στον οποίο

πραγματοποιείται και η s-διαδικασία. Αυτό όμως, δεν μπορεί να παράγει την ροή νετρονίων που είναι απαραίτητη. Επόμενες προτάσεις περιελάμβαναν τις συγχωνεύσεις αστέρων νετρονίων, εναλλακτικές supernova εκρήξεις, μαγνητικούς ανέμους και δίσκους προσαύξεσης (accretion disks). Σήμερα, πιο πιθανή περιοχή θεωρείται ο άνεμος νετρίων.

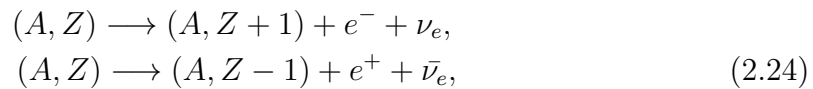
Από τις πρώτες δημοσιεύσεις που τόνισαν την δυνατότητα της πυρηνοσύνθεσης μέσω της r-διαδικασίας σε ένα ζεστό άνεμο νετρίων, πάνω από έναν αστέρα πρωτονίων-νετρονίων ήταν η εργασία των Woosley και Hoffmann [23] και του Meyer [25]. Η περιοχή αυτή (του ανέμου), τοποθετείται μόλις πίσω από το κύμα της καθυστερημένης έκρηξης, και μπροστά από την ανάκρουση του πυρήνα. Ο άνεμος νετρίων είναι εκτεθειμένος σε μια τεράστια ροή νετρίων που προέρχονται από την ψύξη του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων (proton-neutron star). Έτσι, αυξάνεται η θερμοκρασία και η εντροπία της ύλης, έχοντας χαμηλές πυκνότητες (hot bubble). Η εντροπία σε αυτές τις συνθήκες, μπορεί να φτάσει μέχρι και αρκετές εκατοντάδες ανά βαρυόνιο και η θερμοκρασία βρίσκεται γύρω στα 10^{10} K. Το σενάριο αυτό (hot bubble) συμβαίνει περίπου 1 – 20 s μετά την ανάκρουση του πυρήνα, δηλαδή μετά την n-p διαδικασία [44].

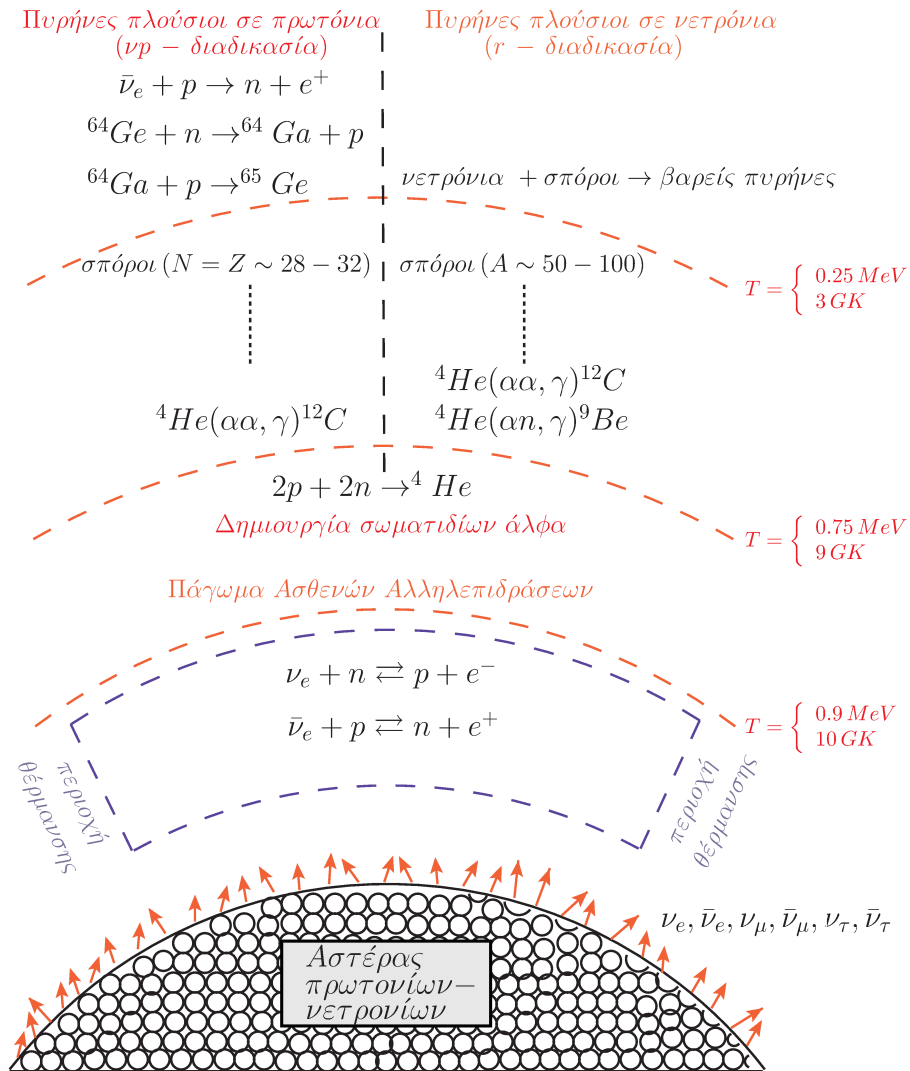
Στο σχήμα 2.4 παρουσιάζεται μια σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας αυτής. Οι υψηλές θερμοκρασίες που επικρατούν σημαίνουν ότι οι αντιδράσεις φορτισμένων σωματίων μπορούν να δημιουργήσουν πυρήνες (μέσω των α-διαδικασιών), οι οποίοι μπορούν να δράσουν σαν τους “πυρήνες-σπόρους” για τα ελεύθερα νετρόνια και έτσι να γίνει η σύλληψή τους. Για να φτάσουμε στις ακτινίδες μέσω της διαδικασίας αυτής, θα πρέπει ο λόγος των νετρονίων ανά “πυρήνες-σπόρους” να είναι περίπου ίσος με 100, δηλαδή απαιτείται λόγος $n/p \sim 7 - 8$ ($Y_e \sim 0.1$) κάτω από φυσιολογικές συνθήκες [44]. Ωστόσο, οι πολύ υψηλές τιμές της εντροπίας που επιτυγχάνονται στο μηχανισμό ‘hot bubble’ επιτρέπει ένα μεγάλο λόγο νετρονίων προς τους “πυρήνες-σπόρους”, ακόμα και σε ύλη που είναι μετρίου πλούτου σε νετρόνια με $Y_e > 0.4$.

Ο μέτριος πλούτος νετρονίων στην ύλη, μπορεί να παραχθεί κατά την διάρκεια κατάρρευσης καρδιάς supernova, καθώς η ενέργεια αντινετρίων είναι γενικά μεγαλύτερη από την ενέργεια των νετρίων. Κατά την διάρκεια της φάσης της ψύξης αναμένεται η ίδια φωτεινότητα σε όλα τα κομμάτια, το οποίο τείνει να οδηγήσει ολόκληρη την ύλη σε $Y_e < 1/2$. Τότε υπάρχει και η περίπτωση από τα νετρίνα να συλληφθούν από τα νετρόνια και να παράγουν πρωτόνια και έτσι να μειώσουν τον λόγο νετρονίων προς “πυρήνες-σπόρους” [26].

2.10 Αστρικές Ασθενής Αλληλεπιδράσεις

Είναι γνωστό ότι οι πυρηνικές διαδικασίες β -διάσπασης (β^- και β^+),





Σχήμα 2.4: Στο διάγραμμα παρουσιάζεται τα στάδια της εκροής και της πυρηνοσύνθεσης που οδηγεί στην νp -διαδικασία και στην r -διαδικασία. Επίσης παρουσιάζονται κάποιες σχετικές αντιδράσεις και θερμοκρασίες στις οποίες αυτές λαμβάνουν χώρα. Το σημείο στο οποίο οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις “παγώνουν” είναι το σημείο στο οποίο προσδιορίζεται ο λόγος Y_e . Κατά την διάρκεια σχηματισμού των άλφα σωματιδίων οι ροές νετρίνων μπορούν να εμποδίσουν την r -διαδικασία στην παραγωγή βαρύτερων πυρήνων.

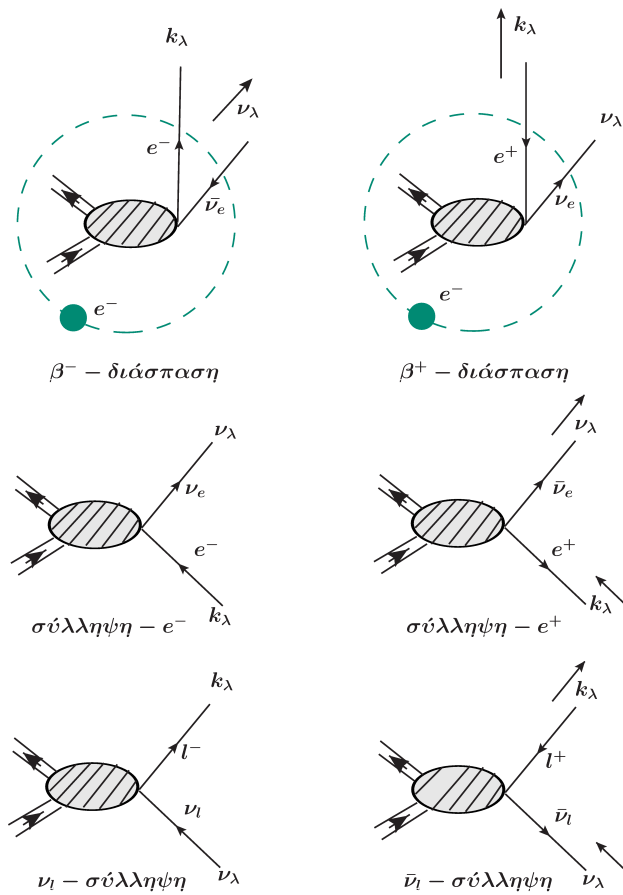
η σύλληψη ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου (e^\pm -σύλληψη) από πυρήνες,

$$\begin{aligned}
 (A, Z) + e^- &\longrightarrow (A, Z - 1)^* + \nu_e, \\
 (A, Z) + e^+ &\longrightarrow (A, Z + 1)^* + \bar{\nu}_e,
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

καθώς και οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, φορτισμένου και αφόρτιστου ρεύματος ,

$$\begin{aligned} \nu_l(\bar{\nu}_l) + (A, Z) &\longrightarrow (A, Z \pm 1)^* + l^-(l^+), \\ \nu_l(\bar{\nu}_l) + (A, Z) &\longrightarrow (A, Z)^* + \nu'_l(\bar{\nu}'_l), \end{aligned} \quad (2.26)$$

αποτελούν πολύ σημαντικές διαδικασίες στη μελέτη των θεμελιωδών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, στην κατανόηση των τελικών φάσεων της αστρικής εξέλιξης, της κατάρρευσης καρδιάς ενός μαζικού αστέρα καθώς και της έκρηξης σουπερνόβα. Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι αντιδράσεις αυτές.



Σχήμα 2.5: Σχηματική αναπαράσταση ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων.

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, στο περιβάλλον ενός αστέρα επικρατούν υψηλές τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών. Υπό αυτές τις συνθήκες, ($T \geq 10^9 K$), οι αντιδράσεις που προκαλούνται από ισχυρές ηλεκτρομαγνητικές (ΗΜ) δυνάμεις βρίσκονται σε χημική ισορροπία, και η σύνθεση της ύλης δίνεται από την (NSE) ισορροπία [171]. Σημαντική ποσότητα σε αυτές τις συνθήκες είναι ο λόγος των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια, Y_e (σε mol/g), ο οποίος θα πρέπει να ικανοποιεί τους

απαραίτητους περιορισμούς και για τον οποίο ισχύει

$$\sum_k \frac{Z_k}{A_k} X_k = Y_e, \quad \sum_k X_k = 1 \quad (2.27)$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα πυρηνικά στοιχεία που εμφανίζονται στην ύλη, Z_k είναι ο αριθμός των πρωτονίων, A_k ο μαζικός αριθμός και X_k είναι το κλάσμα της μάζας του κάθε στοιχείου [171].

Κάτω από τις προαναφερθείσες αστρικές συνθήκες, στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις κυριαρχούν κυρίως οι Gamow-Teller (GT) και Fermi (F) μεταπτώσεις. Λεπτομέρειες των μεταβάσεων αυτών παρουσιάζονται στην Ενότητα 2.13 και στο Παράρτημα Γ'. Ο Bethe [144], το 1979 αναγνώρισε την σπουδαιότητα των (GT) μεταβάσεων στην μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων.

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες λαμβάνει χώρα στο υψηλής πυκνότητας περιβάλλον του αστρικού πυρήνα όπου η ενέργεια Fermi (ή ισοδύναμα το χημικό δυναμικό) του αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων είναι επαρκώς υψηλή για να υπερκαλύψει το ενεργειακό κατώφλι που οφείλεται στις αρνητικές Q -τιμές των αντιδράσεων που συμβαίνουν στο εσωτερικό των αστέρων. Αυτή η υψηλή ενέργεια Fermi του αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων οδηγεί σε τεράστια ποσοστά ηλεκτρονιακής σύλληψης στους πυρήνες μειώνοντας τον λόγο ηλεκτρονίων προς πρωτόνια Y_e [152, 153]. Κατά συνέπεια, η σύνθεση του πυρήνα μετατοπίζεται προς βαρύτερους πυρήνες πλούσιους σε νετρόνια (συμπεριλαμβάνοντας αυτούς με $N > 40$) που κυριαρχούν την σύνθεση ύλης για πυκνότητες $\rho \geq 10^{10} \text{ g/cm}^3$ [155, 171].

Τα τελικά αυτά στάδια της εξέλιξης των συμπαγών αστέρων επηρεάζονται έντονα από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις που καθορίζουν μεταξύ άλλων φυσικών παρατηρήσιμων μεγεθών (για παράδειγμα την εντροπία του πυρήνα), τον λόγο του αριθμού των ηλεκτρονίων προς τα πρωτόνια, Y_e , στον πρώιμο υπερκαινοφανή αστέρα. Προφανώς, η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων μειώνει τον αριθμό των διαθέσιμων ηλεκτρονίων, ενώ η διαδικασία της β -διάσπασης συνεισφέρει στην αντίθετη κατεύθυνση. Οι διαδικασίες (2.24) και (2.25) παράγουν νετρίνα (ή αντινετρίνα) χαμηλών ενεργειών, σε αντίθεση με τις ανελαστικές αντιδράσεις νετρίνων-πυρήνα που λαμβάνουν χώρα στους υπερκαινοφανείς αστέρες, τα οποία για $\rho \leq 10^{11} \text{ g/cm}^3$ διαφεύγουν από τον αστέρα, μεταφέροντας ενέργεια από τον πυρήνα. Αυτός είναι ένας αποτελεσματικός μηχανισμός ψύξης του αστέρα [152, 153, 169]. Με τον τρόπο αυτό, η εντροπία του συστήματος παραμένει χαμηλά, διασφαλίζοντας ότι η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες κυριαρχεί της σύνθεσης πάνω σε ελεύθερα πρωτόνια και νετρόνια. Τα νετρίνα που εκπέμπονται μέσω των ανωτέρω αντιδράσεων μεταφέρουν πολλές χρήσιμες πληροφορίες από την καρδιά του αστέρα και η ανίχνευσή τους αποτελεί έναν ουσιαστικό μηχανισμό εξερεύνησης των μαζικών αστέρων [13]. Το σήμα των εκπεμπόμενων νετρίνων, ανιχνεύεται από σύγχρονους επίγειους ανιχνευτές πολλοί εκ των οποίων ερευνούν και φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα σε ενδο-Γαλαξιακά και εξω-Γαλαξιακά Σύμπαντα [42, 43].

Πρόσφατες μελέτες πάνω στην αστρική εξέλιξη υποδεικνύουν ότι η e^- -σύλληψη στους πυρήνες και τα νουκλεόνια παίζει ένα σημαντικό ρόλο, τόσο στα αρχικά στά-

δια της κατάρρευσης των συμπαγών αστέρων όσο και κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Στις αρχικές συνθήκες της κατάρρευσης καρδιάς όπου ισχύει $\rho \leq 10^{10} \text{ g/cm}^3$ και $300 \text{ keV} \leq T \leq 800 \text{ keV}$, το χημικό δυναμικό μ_e , είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την πυρηνική τιμή Q και η σύλληψη ηλεκτρονίων πραγματοποιείται από πυρήνες με $A \leq 60$. Σε υψηλότερες τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών ($T \simeq 1 \text{ MeV}$), το χημικό δυναμικό έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή από το Q , τα ηλεκτρόνια θα συλληφθούν από βαρύτερους πυρήνες, $A \geq 65$. Σε αυτό το περιβάλλον, η σχετική πυκνότητα και οι χρονικές κλίμακες των αντιδράσεων είναι τέτοιες που τα νετρίνα εκπέμπονται μακριά, και έτσι οι αντιδράσεις που προκαλούνται από τις ασθενής αλληλεπιδράσεις δεν θα βρίσκονται πλέον σε ισορροπία. Γίνεται λοιπόν, αντιληπτός ο σημαντικός ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων σε ένα τέτοιο περιβάλλον, αλλάζοντας τον λόγο Y_e και κατά συνέπεια την σύνθεση της ύλης. Σε ένα αστροφυσικό περιβάλλον, οι δύο κύριες συνεισφορές των πυρηνικών στοιχείων που παρατηρούνται στο Σύμπαν, προέρχονται από τις τύπου *Ia* και *II* supernova εκρήξεις [91, 171].

Ο τύπος *Ia* υπερκαινοφανούς, συνδέεται με τις θερμοπυρηνικές εκρήξεις σε ένα λευκό νάνο. Μάζα υδρογόνου, σε αρκετά μεγάλους ρυθμούς, εκτοξεύεται από έναν συνοδό αστέρα (companion star) στο διπλό σύστημα αστέρων, οδηγώντας σε μία σταθερή καύση του H , και του He στην επιφάνεια του αστέρα, οδηγώντας σε ανεξέλεγκτες θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Το φλέγον μέτωπο, θα κινηθεί προς τα έξω διασχίζοντας τον αστέρα, πυροδοτώντας έτσι την έκρηξή του. Στο στάδιο αυτό, η σύλληψη ηλεκτρονίων, θα πραγματοποιηθεί στο φλεγόμενο μέτωπο, οδηγώντας σε πλούσια σε νετρόνια ύλη.

Ο τύπος *II* υπερκαινοφανούς, συνδέεται με την κατάρρευση καρδιάς ενός μαζικού αστέρα. Εκεί, η καρδιά του μαζικού αστέρα, γίνεται ασταθής όταν εξαντληθούν τα πυρηνικά του καύσιμα. Εάν η μάζα του πυρήνα ξεπεράσει την μάζα Chandrasekhar, (M_{ch}), η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων δεν είναι ικανή να σταθεροποιήσει την καρδιά του πυρήνα και έτσι καταρρέει. Στα αρχικά στάδια της κατάρρευσης, τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από πυρήνες στην περιοχή του νικελίου (Ni), μειώνοντας έτσι τον λόγο Y_e . Καθώς τα νετρίνα συνεχίζουν να διαφεύγουν από τον αστέρα, η πίεση και η ενέργεια εκφυλισμού μειώνονται, επιταχύνοντας έτσι την έκρηξη. Μειώνοντας τον λόγο Y_e , οι αντιδράσεις β -διάσπασης γίνονται σημαντικές και μπορούν να συναγωνισθούν τις αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων.

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, παίζει ουσιαστικό ρόλο για την δυναμική της κατάρρευσης σε έναν υπερκαινοφανή αστέρα [14]. Σε έναν υπερκαινοφανή αστέρα, επικρατούν υψηλές συνθήκες πυκνοτήτων και θερμοκρασιών, οι οποίες διασφαλίζουν ότι επιτυγχάνεται πυρηνική στατιστική ισορροπία (NSE). Λαμβάνοντας υπόψη τις πυρηνικές συσχετίσεις (nuclear correlations) και την επίδραση της θερμοκρασίας σε αυτές τις συνθήκες, επιτυγχάνεται η μετακίνηση των νουκλεονίων (νετρονίων) από τον pf φλοιό στον sdg (για λεπτομέρειες βλέπε Κεφ. 6.4) [168, 169]. Με τον τρόπο αυτό οι μεταβάσεις GT παύουν να είναι απαγορευμένες όπως ήταν βάση του μοντέλου Ανεξάρτητων Σωματιδίων (IPM) [;]. Υπό αυτές τις συνθήκες η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες υπερτερεί έναντι της σύλληψης ηλεκτρονίων από ελεύθερα πρωτόνια [91, 169, 172] σε αντίθεση με αυτά που πίστευαν προηγουμένως.

Στο τέλος της ζωής τους οι αστέρες με μάζες που υπερβαίνουν κατά προσέγγιση τις $10 M_{\odot}$, φτάνουν στο σημείο της εξέλιξής τους που ο φλοιός του σιδήρου, Fe, δεν παρέχει άλλη πυρηνική ενέργεια. Κατά την διάρκεια της φάσης αυτής, όπου η πίεση κατά κύριο λόγο οφείλεται στο σχετικιστικό αέριο των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων, η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων μεταβάλλει τον λόγο Y_e και κατά συνέπεια μεταβάλλεται και η πίεση του αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων στην καρδιά του πυρήνα (βλέπε Εξ. 2.15). Η πίεση αυτή, δεν είναι σε θέση πλέον να αντιμετωπίσει την βαρυτική συστολή και όταν η μάζα του πυρήνα υπερβεί την κρίσιμη τιμή της μάζας Chandrasekhar, M_{ch} , ξεκινά η κατάρρευση του πυρήνα.

Στα πλαίσια της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής οι ρυθμοί e^- -σύλληψης και β-διάσπασης μελετώνται στα πλαίσια μιας βελτιωμένη εκδοχή της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια (QRPA) η οποία εφαρμόζεται για την κατασκευή όλων των προσβάσιμων τελικών (διεγερμένων) καταστάσεων (λεπτομέρειες της μεθόδου δίνονται στο Κεφ. 3.7). Για την περιγραφή της βασικής κατάστασης ορίζουμε τους αριθμούς κατάληψης απλού σωματιδίου, που υπολογίζονται από τη θεωρία BCS (βλέπε Κεφ. 3.5). Εστιάζουμε κυρίως στις μεταβάσεις GT στην περιοχή των μέτρια βαρέων πυρήνων (περίπου $A=56$) οι οποίοι είναι ιδιαίτερης σημασίας για επίγεια πειράματα και προσφέρουν τα κύρια συστατικά του αστρικού πυρήνα στον σχηματισμό των υπερκαινοφανών αστέρων.

2.11 Προσομοιώσεις SN-Συνθηκών

Ο λόγος των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια είναι σημαντική ποσότητα για την κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες. Η πλήρης κατανόηση των συνθηκών αυτών και του σημαντικού ρόλου που παίζουν σε αυτές οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις, μπορεί να γίνει μέσω προσομοιώσεων των τελικών καταστάσεων και της φάσης της έκρηξης ενός μαζικού αστέρα. Ένα σημαντικό στοιχείο για επιτυχείς αστρικές προσομοιώσεις είναι το ενεργειακό φάσμα των εξερχόμενων νετρίνων. Τα νετρίνα αυτά, κατά την διάρκεια της φάσης κατάρρευσης (collapse phase), παράγονται μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες και ελεύθερα πρωτόνια. Έτσι, αρχικά για την πραγματοποίηση των προσομοιώσεων αυτών, θα πρέπει να ορισθούν οι ρυθμοί αντιδράσεων σύλληψης ηλεκτρονίων από πρωτόνια και από πυρήνες ως εξής

$$R_p = Y_p \lambda_p, \quad R_N = \sum_i Y_i \lambda_i \quad (2.28)$$

όπου το άθροισμα τρέχει πάνω σε όλα τα πυρηνικά ισότοπα που εμφανίζονται στον αστέρα. Στους υπολογισμούς των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, R_N , απαιτείται η γνώση της πυρηνικής σύνθεσης του αστέρα καθώς και οι αντίστοιχοι ρυθμοί σύλληψης για κάθε πυρηνικό ισότοπο της αστρικής σύνθεσης ξεχωριστά. Αυτό αποτέλεσε και το κίνητρό μας για την παρούσα έρευνα. Στο Κεφάλαιο 6 υπολογίζονται αναλυτικά οι ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων από συγκεκριμέ-

νους πυρήνες που είναι σημαντικοί κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του αστέρα κάτω από τις αντίστοιχες αστρικές συνθήκες. Οι υπολογισμοί αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις προαναφερθείσες προσομοιώσεις, στον υπολογισμό του R_N .

Οι υπολογισμοί των αντίστοιχων ρυθμών των Εξ. (2.28) θα πρέπει να πραγματοποιηθούν σε ένα μεγάλο εύρος των παραμέτρων θερμοκρασίας, T , και πυρηνικής πυκνότητας, ρ , που μπορούν να επικρατούν στον υπό μελέτη αστέρα. Έτσι, για ένα συγκεκριμένο ισότοπο του οποίου η αφθονία είναι γνωστή στον αστέρα που μελετάμε, κύριος στόχος της μελέτης μας, αποτέλεσε ο υπολογισμός των ρυθμών σύλληψης (ή των αντίστοιχων ενεργών διατομών) ηλεκτρονίων από διάφορα πυρηνικά ισότοπα, λ , (βλέπε Κεφ. 6) ο οποίος υπεισέρχεται στον υπολογισμό του γινομένου $Y \cdot \lambda$. Παρόμοιοι υπολογισμοί των ρυθμών ηλεκτρονιακής σύλληψης σε κάποια πυρηνικά ισότοπα καθώς και του αντίστοιχου φάσματος εξερχομένων νετρίνων έχουν πραγματοποιηθεί στις Εργασίες [160, 169, 171] χρησιμοποιώντας την μέθοδο των φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model). Στην δική μας περίπτωση, χρησιμοποιούμε μια εξελιγμένη μορφή της QRPA για τους αντίστοιχους υπολογισμούς.

2.12 Υπολογισμοί Ρυθμών Γεγονότων Ασθενών Αντιδράσεων

Ένας από τους κύριους στόχους μας στην παρούσα Διδακτορική διατριβή είναι να υπολογίσουμε τους ρυθμούς γεγονότων ανά μονάδα χρόνου στις ασθενείς αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων και να γενικεύσουμε την μέθοδο αυτή ώστε να περιλαμβάνει όλες τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως [Εξ. (2.24)-(2.26)]. Ο προσδιορισμός των ρυθμών σύλληψης υπό αστρικές συνθήκες, των διαδικασιών σύλληψης ηλεκτρονίων, σύλληψης ποζιτρονίων και β -διασπάσεων (διαδικασίες που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της πυρηνοσύνθεσης), έγινε από τους Fuller, Fowler και Newman [141].

Οι ρυθμοί γεγονότων ανά μονάδα χρόνου για αυτές τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις δίνονται απο τον τύπο:

$$\lambda^\alpha = \frac{\ln 2}{K} \sum_i \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(A, Z, T)} \sum_j B_{ij} \Phi_{ij}^\alpha \quad (2.29)$$

όπου τα αθροίσματα πάνω στα i, j είναι πάνω σε όλες τις καταστάσεις του μητρικού και του θυγατρικού πυρήνα αντίστοιχα. Ο εκθέτης α αναφέρεται στις β^+ , β^- , ec ή pc [171]. Η σταθερά K μπορεί να προσδιοριστεί από τις επιτρεπτές μεταβάσεις Fermi (συνήθως χρησιμοποιείται η τιμή $K = 6146 \pm 6s$) και η $G(Z, A, T)$ αναπαρίσταται η συνάρτηση επιμερισμού του μητρικού πυρήνα, η οποία δίνεται μέσω της σχέσης $G(Z, A, T) = \sum_i \exp(-E_i/(kT))$. B_{ij} , είναι η μειωμένη πιθανότητα μετάβασης, ο υπολογισμός της οποίας παρουσιάζεται στην Ενότητα 2.13 [171]. Το ολοκλήρωμα

στον χώρο των φάσεων αναπαριστάται ως εξής:

$$\Phi_{ij}^{ec} = \int_{w_l}^{\infty} wp(Q_{ij} + w)^2 F(Z, w) S_e(w) (1 - S_V(Q_{ij} + w)) dw \quad (2.30)$$

$$\Phi_{ij}^{\beta+} = \int_1^{Q_{ij}} wp(Q_{ij} - w)^2 F(-Z + 1, w) (1 - S_p(w)) (1 - S_V(Q_{ij} - w)) dw \quad (2.31)$$

$$\Phi_{ij}^{\beta-} = \int_1^{Q_{ij}} wp(Q_{ij} - w)^2 F(Z + 1, w) (1 - S_e(w)) (1 - S_V(Q_{ij} - w)) dw \quad (2.32)$$

$$\Phi_{ij}^{pc} = \int_{w_l}^{\infty} wp(Q_{ij} + w)^2 F(-Z, w) S_p(w) (1 - S_V(Q_{ij} + w)) dw \quad (2.33)$$

όπου w είναι η ολική ενέργεια, μάζα ηρεμίας και κινητική ενέργεια, του ηλεκτρονίου ή του ποζιτρονίου σε μονάδες $m_e c^2$ και $p = \sqrt{w^2 - 1}$ είναι η ορμή σε μονάδες $m_e c^2$. Η ολική ενέργεια Q_{ij} που είναι διαθέσιμη στην β διάσπαση σε μονάδες $m_e c^2$ ισούται με:

$$Q_{ij} = \frac{1}{m_e c^2} (M_p - M_d + E_i - E_j) \quad (2.34)$$

όπου M_p, M_d είναι οι πυρηνικές μάζες του μητρικού και του θυγατρικού πυρήνα αντίστοιχα, ενώ E_i, E_j είναι η ενέργεια διέγερσης της αρχικής και τελικής κατάστασης. Στα ολοκληρώματα στο χώρο των φάσεων, εμφανίζεται το w_l που είναι η ολική ενέργεια κατωφλίου, ηρεμίας και κινητική, σε μονάδες $m_e c^2$, στην περίπτωση της σύλληψης ηλεκτρονίων και ποζοτρονίων. Εξαρτώμενη από την τιμή Q_{ij} στην αντίστοιχη εκπομπή ηλεκτρονίων (ή ποζιτρονίων) έχουμε $w_l = 1$ εάν $Q_{ij} > -1$, ή $w_l = |Q_{ij}|$ εάν $Q_{ij} < -1$. Τέλος, S_e, S_p και S_V είναι η συνάρτηση κατανομής για τα ηλεκτρονια, τα ποζιτρόνια και τα νετρίνα αντίστοιχα. Κάτω από τις αστρικές συνθήκες που ενδιαφερόμαστε, τα ηλεκτρόνια περιγράφονται καλά μέσω της κατανομής Fermi-Dirac, με θερμοκρασία T και χημικό δυναμικό μ ως

$$S_e = \frac{1}{\exp[(E_e - \mu_e)/(kT)] + 1}. \quad (2.35)$$

Αντίστοιχα, η κατανομή των ποζιτρονίων δίνεται με ανάλογο τρόπο κάνοντας την αντικατάσταση $\mu_p = -\mu_e$.

Η σχέση που συνδέει το χημικό δυναμικό, μ_e , με την πυκνότητα ρ είναι:

$$\rho Y_e = \frac{1}{\pi^2 N_A} \left(\frac{m_e c}{\hbar} \right)^3 \int_0^{\infty} (S_e - S_p) p^2 dp \quad (2.36)$$

όπου N_A είναι ο αριθμός Avogadro. Κλείνοντας να αναφέρουμε ότι ο όρος $F(Z, w)$ που εμφανίζεται στις Εξ. (2.30) είναι η γνωστή συνάρτηση Fermi η οποία λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση Coulomb στην συνάρτηση κύματος των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων (λεπτομέρειες της συνάρτησης Fermi παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α'.3).

2.13 Υπολογισμός των συνεισφορών Gamow-Teller Fermi στις ενεργές διατομές

Κατά τη διάρκεια της τελικής φάσης της εξέλιξης των μαζικών αστερών, η e^- -σύλληψη και η πυρηνική β -διάσπαση διέπονται από μεταβάσεις Fermi (F) και Gamow-Teller (GT) (επιτρεπτές μεταβάσεις) του θυγατρικού πυρήνα. Εκτός από τον προσδιορισμό της πυρηνικής δομής, μια κατάλληλη περιγραφή των δύο αυτών ειδών μεταβάσης, (ειδικά του τύπου GT στους πυρήνες), επηρεάζει ευθέως την πληροφορία που λαμβάνουμε για τα πρώιμα στάδια της κατάρρευσης του πυρήνα σε υπερκαινοφανείς αστέρες τύπου II. Όπως μπορούμε να δούμε (βλέπε [152, 153, 155, 171]) οι ρυθμοί e^- -σύλληψης κυρίως προσδιορίζονται από τις μεταβάσεις F και GT, καθώς και τις πρώτης και δεύτερης τάξης απαγορευμένες μεταβάσεις (βλέπε Παράρτημα Γ'), οι οποίες συνεισφέρουν στους ρυθμούς της e^- -σύλληψης στο περιβάλλον ενός υπερκαινοφανούς.

Στα πλαίσια της παρούσας μελέτης, ιδιαίτερη προσοχή δίνεται στις έντονες, κυρίως αρχες, $\lambda = 1^+$ και $\lambda = 1^-$ μεταβάσεις, οι οποίες στην προσέγγιση μεγάλου μήκους κύματος ($q \rightarrow 0$) κυριαρχούνται από τους τελεστές F, (τ_{\pm}), και GT, ($\sigma \cdot \tau_{\pm}$), αντίστοιχα. Η εξάρτηση των τελεστών αυτών από τη μεταφερόμενη ορμή λαμβάνεται υπόψη στα πλαίσια της μεθόδου QRPA [94–96]. Αξίζει να αναφέρουμε ότι η κοινή μέθοδος RPA είναι αρκετά κατάλληλη για την περιγραφή των μεταβάσεων F, GT καθώς και των απαγορευμένων μεταβάσεων στις ενεργές διατομές όλων των ημιλεπτονικών αντιδράσεων. Ωστόσο, αυτή η μέθοδος, δεν περιλαμβάνει όλες τις πυρηνικές διορθώσεις που είναι απαραίτητες για την σωστή αναπαράγωγή της μειωμένης κατανομής GT. Αυτές οι διορθώσεις περιγράφονται καλύτερα στα πλαίσια σύγχρονων προσεγγίσεων όπως η μέθοδος QRPA και το μοντέλο φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model). Έτσι η διόρθωση λόγω της εξάρτησης της μεταφερόμενης ορμής απαιτεί μια αξιόλογη υπολογιστική προσπάθεια εκτελώντας ολοκληρωμένους υπολογισμούς στα πλαίσια της μεθόδου QRPA όπως έχει γίνει και σε άλλες διαδικασίες [94–96] χρησιμοποιώντας τον πλήρη $\lambda = 1^+$ πολυπολικό τελεστή [152, 162, 171].

Έτσι, στην περίπτωση των F και GT μεταβάσεων, οι ποσότητες που μας ενδιαφέρουν άμεσα είναι οι ανηγμένες πιθανότητες μετάβασης $B(F)_{ij}$ και $B(GT)_{ij}$ αντίστοιχα, οι οποίες υπολογίζονται βάση των σχέσεων

$$B(F)_{ij} = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle j || \sum_k t_{\pm}^k || i \rangle \right|^2, \quad B(GT)_{ij} = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle j || \sum_k t_{\pm}^k \sigma^k || i \rangle \right|^2. \quad (2.37)$$

Οι ποσότητες αυτές, αποτελούν χρήσιμες ποσότητες για τον υπολογισμό των ρυθμών γεγονότων ανά μονάδα χρόνου καθώς υπεισέρχονται στην Εξ. (2.29) μέσω της ποσότητας B_{ij} η οποία ορίζεται ως:

$$B_{ij} = B(F)_{ij} + (g_A/g_V)_{eff}^2 B(GT)_{ij}. \quad (2.38)$$

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι για την σύγκριση των θεωρητικών αποτελεσμάτων των ανηγμένων πιθανοτήτων μετάβασης με τα αντίστοιχα

πειραματικά δεδομένα, χρειάζεται να πολλαπλασιάσουμε τα GT πλάτη με έναν επιπλέον συντελεστή μείωσης (quenching) με τυπική τιμή 0.6 [152, 153, 171]. Έτσι, στην Εξ. (2.38) έχει αντικατασταθεί η ποσότητα $(g_A/g_V)_{bare}^2$ με την αντίστοιχη $(g_A/g_V)_{eff}^2$ για την οποία ισχύει

$$\left(\frac{g_A}{g_V}\right)_{eff} = 0.74 \left(\frac{g_A}{g_V}\right)_{bare} . \quad (2.39)$$

όπου $(g_A/g_V)_{bare} = (-1.254)$

2.13.1 Ikeda Sum Rules

Ένας πρώτος έλεγχος για την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων όταν χρησιμοποιούμε τις κατανομές των τελεστών Fermi και GT, $(\tau_{\pm}, \sigma \cdot \tau_{\pm})$, μπορεί να γίνει μέσω της αναπαγωγής των κανόνων Ikeda [156] για τον μητρικό πυρήνα (με Z πρωτόνια και N νετρόνια). Σύμφωνα με τους κανόνες αυτούς θα πρέπει να ισχύει:

$$\sum B(F_-) - \sum B(F_+) = (N - Z) \quad (2.40)$$

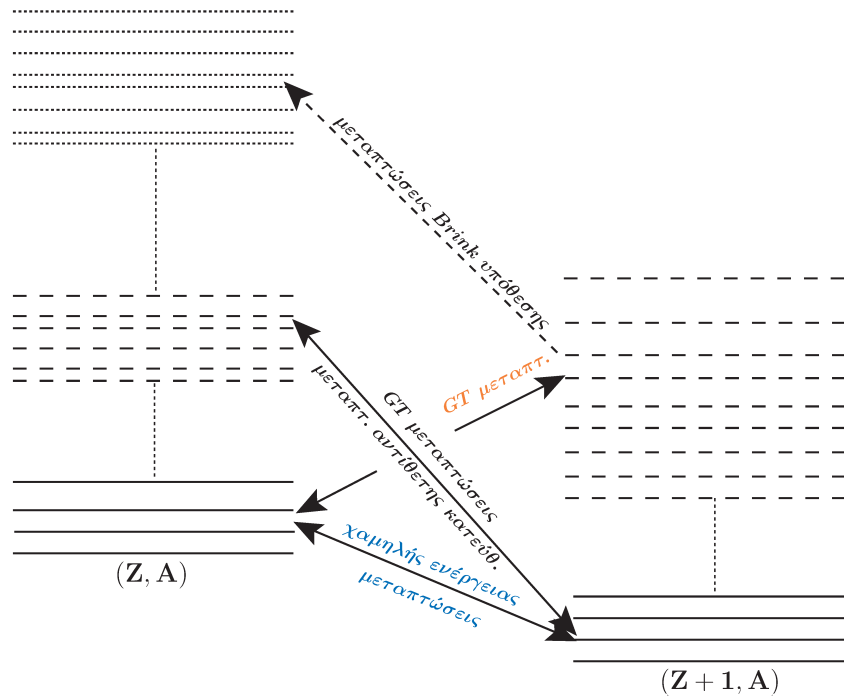
$$\sum B(GT_-) - \sum B(GT_+) = 3(N - Z) \quad (2.41)$$

όπου οι ποσότητες $B(F_{\pm})$ και $B(GT_{\pm})$ αναπαριστούν όπως αναφέραμε προηγουμένως τις ανηγμένες πιθανότητες των μεταβάσεων Fermi και GT αντίστοιχα.

2.14 Προσέγγισης των ρυθμών γεγονότων στις ασθενής αλληλεπιδράσεις

Πέραν από την υπόθεση Brink που μπορεί να φανεί πολύ χρήσιμη στους υπολογισμούς των ρυθμών γεγονότων ανά μονάδα χρόνου των ασθενών αλληλεπιδράσεων καθώς και των αντίστοιχων ενεργών διατομών τους, μια άλλη εξίσου χρήσιμη προσέγγιση είναι ο αναλυτικός υπολογισμός όλων των πιθανών μεταβάσεων, θεωρώντας ότι ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται είτε στην βασική είτε σε κάποια διεγερμένη κατάσταση χαμηλής ενέργειας. Στην μελέτη μας ακολουθήσαμε αυτή την προσέγγιση, υποθέτοντας ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρεθεί σε οποιαδήποτε διεγερμένη του κατάσταση μέχρι περίπου τα 3 MeV (η συνεισφορά από τις υπόλοιπες καταστάσεις υψηλότερης ενέργειας είδαμε ότι είναι πολύ μικρότερη συγκρινόμενη με τις υπόλοιπες).

Σαφώς η θεώρηση των χαμηλής ενέργειας καταστάσεων εγγυάται την αξιοπιστία στη περιγραφή των προαναφερθέντων ρυθμών (rates) στις χαμηλές θερμοκρασίες και πυκνότητες, ενώ καταστάσεις σε υψηλότερες ενέργειες διέγερσης γίνονται πολύ σημαντικές σε υψηλότερες θερμοκρασίες και πυκνότητες. Αυτό είναι απόλυτα αληθές και στην περίπτωση των β^- διασπάσεων, όπου οι αντίστοιχοι ρυθμοί συχνά κυριαρχούνται από τις συνεισφορές των μεταβάσεων που πραγματοποιούνται προς



Σχήμα 2.6: Οι πιθανές μεταπτώσεις του πυρήνα κάτω από αστρικές συνθήκες τα πίσω (back resonances) σε αυτές τις συνθήκες. Έτσι θα πρέπει στην συνεισφορά των καταστάσεων χαμηλής ενέργειας να συμπεριληφθούν και οι συνεισφορές από τις (back resonance) καταστάσεις. Αυτό μπορεί εύκολα να πραγματοποιηθεί καθώς η συνεισφορά από τις (back resonance) καταστάσεις μπορεί να υπολογιστεί από την συνεισφορά των καταστάσεων χαμηλής ενέργειας στην αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή, καταστάσεις στις οποίες επικρατεί η σύλληψη ηλεκτρονίων (electron-capture) στις καταστάσεις χαμηλής ενέργειας γίνεται η (back resonance) στην β^- διάσπαση και το αντίστροφο.

Η συνεισφορά από τις (back resonance) καταστάσεις που προσδιορίζονται με αυτόν τον τρόπο δεν αντλούν το συνολικό GT φάσμα που βασίζεται στις διεγερμένες καταστάσεις. Συγκεκριμένα η σύλληψη ηλεκτρονίου υψηλής ενέργειας στις (back resonance) καταστάσεις θα οδηγήσει σε καταστάσεις πολύ υψηλής ενέργειας στον θυγατρικό πυρήνα που δεν συμπεριλαμβάνονται στο χώρο μοντέλων που χρησιμοποιούμε. Για να διορθώσουμε αυτές τις μεταβάσεις που δεν έχουν συμπεριληφθεί, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Brink hypothesis δηλαδή να υπολογίσουμε το ολικό GT πλάτος πιθανότητας και το κεντρώδες (centroid), E_c , της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα και να τοποθετήσουμε το πλάτος πιθανότητας από τις back resonance καταστάσεις σε μία ενέργεια $E_i + E_c$ όπου E_i η ενέργεια της back resonance κατάστασης του μητρικού πυρήνα. Σχηματικά όλες οι πιθανές μεταπτώσεις του πυρήνα φαίνονται στο Σχήμα 2.6.

Όπως παρατηρούμε τυπικά θεωρούμε εκατοντάδες καταστάσεις και για τον μητρικό και για τον θυγατρικό πυρήνα. Ο υπολογισμός των ρυθμών γεγονότων ανά

μονάδα χρόνου (rates) μπορεί να γίνει περιορίζοντας το άθροισμα πάνω σε όλες τις αρχικές καταστάσεις μόνο σε αυτές της βασικής κατάστασης, κάτι που μοιάζει με την εφαρμογή της Brink hypothesis. Με βάση την υπόθεση αυτή τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα και οι παράγοντες φάσης (phase space factors) χάνουν την εξάρτησή τους από την κατάσταση του μητρικού πυρήνα και το άθροισμα πάνω στις αρχικές καταστάσεις ακυρώνει την συνάρτηση επιμερισμού. Τονίζουμε ότι ο περιορισμός αυτός μόνο πάνω στις αρχικές καταστάσεις είναι μια πολύ καλή προσέγγιση μόνο σε χαμηλές τιμές θερμοκρασίας και πυκνότητας. Σε μέτριες και υψηλές πυκνότητες οι back resonance μεταπτώσεις γίνονται όλο και περισσότερο σημαντικές. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό από το γεγονός ότι σε αυτές τις υψηλές πυκνότητες η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων είναι τόσο υψηλή ώστε διασπάσεις από τις χαμηλής ενέργειας καταστάσεις είναι αποτελεσματικά εμποδισμένες.

2.14.1 Brink hypothesis

Η υπόθεση Brink, χρησιμοποιείται για την περιγραφή της κατανομής πλάτους οποιασδήποτε διεγερμένης κατάστασης του μητρικού πυρήνα. Η υπόθεση Brink αναφέρει ότι: η κατανομή πλάτους από μια διεγερμένη κατάσταση του μητρικού πυρήνα $[B(GT)_{ij}$ με $|i\rangle \neq g.s.$], είναι ταυτόσημη με εκείνη από την θεμελιώδη κατάσταση μετατοπισμένη κατά την ενέργεια διέγερσης της κατάστασης αυτής. Πιο συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε ως $S_0(E)$ την GT κατανομή του θυγατρικού πυρήνα βασιζόμενη στην θεμελιώδη κατάσταση (ground state) του μητρικού πυρήνα, τότε υποθέτουμε ότι η κατανομή $S_i(E)$ που βασίζεται στην διεγερμένη κατάσταση του μητρικού πυρήνα με ενέργεια διέγερσης E_i είναι η ίδια με την $S_0(E)$, μετατοπισμένη μόνο κατά ενέργεια E_i δηλαδή:

$$S_0(E) = S_i(E + E_i). \quad (2.42)$$

Η υπόθεση αυτή μπορεί να παραβιαστεί σε συγκεκριμένες μεταπτώσεις όταν αυτές συμβαίνουν σε χαμηλές ενέργειες διέγερσης. Έτσι η Brink hypothesis δεν θα πρέπει να χρησιμοποιείται εάν συγκεκριμένες μεταπτώσεις χαμηλής ενέργειας κυριαρχούν στους ρυθμούς γεγονότων ανά μονάδα χρόνου (rates) ή είναι πολύ σημαντικές. Τέτοιες μεταπτώσεις μπορούν να συμβούν κάτω από χαμηλές συνθήκες θερμοκρασίας και πυκνότητας. Ως εκ τούτου, η εφαρμογή της Brink hypothesis δεν είναι μια καλή προσέγγιση σε χαμηλές θερμοκρασίες και πυκνότητες όπου οι ρυθμοί γεγονότων ανά μονάδα χρόνου είναι ευαίσθητοι σε μεταπτώσεις χαμηλής ενέργειας που μπορούν να ποικίλλουν σημαντικά μεταξύ πολλών αρχικών καταστάσεων. Η υπόθεση ωστόσο μπορεί να γίνει αποδεκτή σε υψηλότερες πυκνότητες και θερμοκρασίες όπου αρκετά ηλεκτρόνια υψηλής ενέργειας είναι διαθέσιμα να φτάσουν αποτελεσματικά το κεντρώδες centroid της GT κατανομής του θυγατρικού πυρήνα. Σε αυτές τις συνθήκες, όπου συνεισφέρουν πολλές καταστάσεις, οι μεταβολές στα φάσματα μετάπτωσης χαμηλών ενεργειών τείνουν να καταργηθούν και έτσι η Brink hypothesis γίνεται μια καλή προσέγγιση.

Κεφάλαιο 3

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΔΟΜΗΣ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, αρχικά ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στην περιγραφή της δομής των πυρήνων. Μέσα από μια σύντομη περιγραφή των πυρηνικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην σύγχρονη έρευνα των ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων, θα παρουσιάσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των μοντέλων αυτών στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων. Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε λεπτομερειακά τη μέθοδο που υιοθετήσαμε στην παρούσα έρευνα, για τον υπολογισμό των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, μεταπτώσεων στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων. Η μέθοδος αυτή είναι η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματίδια, QRPA, (Quasi-Particle Random Phase Approximation) που χρησιμοποιήθηκε στο Κεφ. 4 για την μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων από πυρηνικά συστήματα, στο Κεφ. 5 για την μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε συνθήκες εργαστηρίου και στο Κεφ. 6 όπου μελετήθηκε η διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων αλλά υπό αστρικές συνθήκες.

Η ρεαλιστική περιγραφή της δομής του πυρήνα καθίσταται απαραίτητη για την λεπτομερή μελέτη των ασθενών αλληλεπιδράσεων παρουσία πυρήνων [111]. Η πολυπλοκότητα του προβλήματος στην εν λόγω περιγραφή, έγκειται στο γεγονός της ύπαρξης πολλών σωματιδίων στον πυρήνα, και γίνεται ακόμα πιο πολύπλοκη καθώς αυξάνεται ο αριθμός των νουκλεονίων. Συνεπώς, για την μελέτη των ασθενών αλληλεπιδράσεων, στην μελέτη της πυρηνικής δομής κρίνεται απαραίτητη η χρήση μιας κατάλληλης προσεγγιστικής μεθόδου καθώς η λύση του προβλήματος πολλών σωματιδίων με ακριβείς μεθόδους κρίνεται αδύνατη [112]. Η προσέγγιση της θεωρίας μέσου πεδίου, συνήθως είναι το σημείο εκκίνησης στην περιγραφή του προβλήματος πολλών σωματιδίων. Στην συνέχεια του παρόντος Κεφάλαιου θα δούμε αναλυτικά την μέθοδο που ακολουθήσαμε στους δικούς μας υπολογισμούς.

Στο τέλος του Κεφαλαίου αυτού, θα παραθέσουμε αναλυτικά τα αποτελέσματα της μελέτης μας πάνω στο συγκεκριμένο θεωρητικό κομμάτι της παρούσας έρευ-

νάς. Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά όλες τις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν στην μέθοδό μας, μέσω των οποίων θα αποκτήσουμε την απαραίτητη αξιοπιστία για να μπορέσουμε να συνεχίσουμε με την μελέτη των ασθενών αλληλεπιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που αποτελεί και το κύριο μέρος της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής.

3.2 Μοντέλα Πυρηνικής Δομής

Η μελέτη της πυρηνικής δομής έχει ξεκινήσει δεκαετίες νωρίτερα με χρήση διάφορων πυρηνικών μοντέλων. Από τα πρώτα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αυτό της υγρής σταγόνας (liquid drop model που αναπτύχθηκε σε αναλογία με το αντίστοιχο μοντέλο της υδροστατικής. Ένα από τα σημαντικότερα αποτελέσματα της μελέτης του μοντέλου αυτού, είναι η ανάπτυξη του ημι-εμπειρικού τύπου μάζας των Bethe και Weizacker ο οποίος χρησιμοποιείται ευρέως ακόμα και σήμερα στην Αστροφυσική. Ο τύπος αυτός περιέχει έναν αριθμό από όρους καθένας εκ των οποίων έχει ειδική εξάρτηση από τη μάζα, το φορτίο και τον αριθμό των νετρονίων του πυρήνα. Εξελιγμένες μορφές του μοντέλου αυτού χρησιμοποιούνται σήμερα σε μελέτες σχάσης καθώς η πολυπλοκότητα της διαδικασίας της σχάσης κάνει την εφαρμογή πιο μικροσκοπικών μεθόδων, δύσκολη.

Από φυσικής άποψης, οι ποικίλες μορφές που αναπτύχθηκαν για το μοντέλο υγρής σταγόνας, μπορούν να φανούν χρήσιμες στην πρόβλεψη των ιδιοτήτων ενός συστήματος πολλών σωμάτων, όπως είναι οι μεσαίου βάρους πυρήνες που μελετάμε στην εργασία αυτή. Πολλά πειράματα έδειξαν ότι καθένα από τα νουκλεόνια ενεργεί σχεδόν σαν ανεξάρτητο σωματίδιο και αισθάνεται την έλξη από τα υπόλοιπα σαν μια μέση έλξη, αλλά καθώς ένα άλλο νουκλεόνιο πλησιάζει τότε αυτά σκεδάζονται λόγω της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου σε μικρή απόσταση. Επιπλέον τα πειράματα αυτά έδειξαν ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι της τάξης μεγέθους του πυρήνα, έτσι δεν περιμένει κανείς τα νουκλεόνια να έρχονται κοντά συχνά, ωστόσο, είναι λογικό να θεωρήσουμε τον πυρήνα σαν ένα μέσο πεδίο που δημιουργείται από όλα τα υπόλοιπα νουκλεόνια. Στην αρχή αυτή, είναι επίσης βασισμένο το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων (independent particle model) (IPM) του πυρήνα για το οποίο οι Mayer και Jensen βραβεύτηκαν το 1963 με το βραβείο Νόμπελ. Το μοντέλο των ανεξάρτητων σωματιδίων, βασισμένο σε ένα άλλο μέσο πεδίο δυναμικού, ανάλογο με εκείνο της ατομικής φυσικής, ερμηνεύει ένα πλήθος ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής.

Μετά την ανάπτυξη των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν για την περιγραφή του συστήματος πολλών σωματιδίων, το επόμενο σημαντικό βήμα από πυρηνικής άποψης ήταν η ερμηνεία των ιδιοτήτων του μέσου πεδίου από τη βασική γνώση της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου. Στην ατομική φυσική, το πρόβλημα του κεντρικού δυναμικού Coulomb επιλύθηκε χρησιμοποιώντας την μέθοδο Hartree-Fock. Δυστυχώς η απλή εφαρμογή τέτοιων ιδεών στους πυρήνες δεν είναι εφικτή λόγω της παρουσίας των ισχυρών δυνάμεων. Σήμερα είναι διαθέσιμος ένας μεγά-

λος αριθμός από εξελιγμένες μεθόδους όπως, το πυρηνικό μοντέλο φλοιών (nuclear shell model), η προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA), η μέθοδος της συνεχούς RPA (CRPA) με χρήση συναρτήσεων Green, η μέθοδος CRPA με χρήση της αλληλεπίδρασης Skyrme και άλλες, οι οποίες δίνουν πιο ακριβή αποτελέσματα. Οι μέθοδοι αυτοί όμως είναι μέθοδοι υψηλών υπολογιστικών απαιτήσεων και μπορούν να εφαρμοστούν σχετικά εύκολα σε ελαφρείς και μέσους πυρήνες, απαιτείται όμως σχετικά μεγάλη προσπάθεια για την βελτίωσή τους (π.χ large-scale shell model) ή η χρήση διάφορων τεχνικών και προσεγγίσεων (π.χ QRPA) για να μπορεί να περιγραφεί κάθε είδους πυρήνας.

Τα προαναφερθέντα μοντέλα, συνήθως χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης ενός πυρήνα. Όμως, σε εφαρμογές που μελετώνται πυρηνικές αντιδράσεις, απαιτείται ακριβής περιγραφή του φάσματος των πυρηνικών διεγέρσεων. Για την περιγραφή αυτού του φάσματος, απαιτείται ένα ακριβές μοντέλο το οποίο μπορεί να περιγράψει και τις διεγέρσεις ενός απλού σωματιδίου (single particle excitations), αλλά και τις πολύ σημαντικές σύμφωνες πυρηνικές καταστάσεις (coherent nuclear states), όπου πολλά υψηλο-ενεργειακά σωματίδια δημιουργούν ευρείες δομές στο φάσμα, οι οποίες δεν μπορούν να περιγραφούν από το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων. Για τις διεγέρσεις ενός απλού σωματιδίου, το μοντέλο φλοιών είναι το καταλληλότερο μοντέλο για την περιγραφή τους, ενώ η μέθοδος RPA είναι πιο ακριβής μέθοδος για την περιγραφή των σύμφωνων πυρηνικών καταστάσεων. Σήμερα βέβαια γίνεται χρήση του μοντέλου φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model), όπου λαμβάνοντας υπόψη όλες τις δισωματιδιακές αλληλεπιδράσεις, ο αριθμός των οποίων αυξάνεται ραγδαία με συνέπεια οι αντίστοιχοι πίνακες να γίνουν τεράστιοι, περιορίζοντας την μέθοδο μόνο σε ελαφρείς πυρήνες. Όμως χρησιμοποιώντας τεχνικές ενεργών αλληλεπιδράσεων και ένα κατακερματισμένο χώρο μοντέλου, αδρανούς καρδιάς γίνεται δυνατή η εφαρμογή του μοντέλου αυτού και σε σχετικά βαρείς πυρήνες.

Στην παρούσα εργασία, η μελέτη επικεντρώνεται στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις για μια ομάδα ισοτόπων χρησιμοποιώντας την μέθοδο QRPA η οποία ενσωματώνει τα χαρακτηριστικά και του απλού σωματιδίου καθώς και τα συλλογικά χαρακτηριστικά. Αυτή η μέθοδος ξεκινάει από ένα μοντέλο IPM και στην συνέχεια διαγωνιοποιεί την εναπομένουσα αλληλεπίδραση (residual interaction) σε μια βάση που περιλαμβάνει όλες τις απεικονίσεις (configurations) που παρέχονται μετακινώντας μόνο ένα σωματίδιο κάθε φορά. Η βάση αυτή περιορίζεται στις διεγέρσεις ενός σωματιού-οπής οι οποίες είναι πολύ λιγότερες από αυτές που χρησιμοποιούνται στο (large scale shell model) κάνοντας τη μέθοδο αυτή πιο γρήγορη στις εφαρμογές της.

3.3 Ρεαλιστικοί Υπολογισμοί Πυρηνικής Δομής

Ο πυρήνας ενός ατόμου, στην πυρηνική φυσική, προσεγγιστικά μπορεί να περιγραφεί σαν ένα σημειακό σωματίδιο. Τα νουκλεόνια του πυρήνα (N νετρόνια, Z πρω-

τόνια) αλληλεπιδρούν ισχυρώς μεταξύ τους, ενώ στα πρωτόνια επιπρόσθετα ασκείται ακόμα μία δύναμη, η ηλεκτρομαγνητικής φύσεως δύναμη Coulomb. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω στοιχεία, οι πυρηνικές δυνάμεις μπορούν να περιγραφούν χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι βασικοί μηχανισμοί που τις διέπουν, όπως είναι οι μεσονικοί ή κουάρκ βαθμοί ελευθερίας. Για την περιγραφή της κατάστασης του πυρήνα, χρησιμοποιείται η προσέγγιση των ημισωματίων, όπου το ισχυρώς αλληλεπιδρόν σύστημα των A νουκλεονίων περιγράφεται σαν σύστημα ασθενώς αλληλεπιδρώντων ημισωματίων όπου η πυρηνική Χαμιλτονιανή, με κινητική ενέργεια, T και δυναμική ενέργεια V , γράφεται:

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A t(\mathbf{r}_i) + \sum_{i,j=1}^A v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = H_{MF} + V_{RES}, \quad (3.1)$$

όπου r_i οι συντεταγμένες του i νουκλεονίου και H_{MF} είναι η πυρηνική Χαμιλτονιανή του μέσου πεδίου (mean field)

$$H_{MF} = T + \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) \equiv T + V_{MF} = \sum_{i=1}^A [t(\mathbf{r}_i) + v(\mathbf{r}_i)] \equiv \sum_{i=1}^A h(\mathbf{r}_i). \quad (3.2)$$

Όπως θα δούμε και στην συνέχεια, στην περίπτωση μας, για την περιγραφή του ισχυρού πυρηνικού πεδίου θεωρούμε ένα δυναμικό Woods-Saxon σαν μέσο πεδίο το οποίο περιγράφει κατά το βέλτιστο τρόπο το συνολικό αποτέλεσμα της περιβάλλουσας πυρηνικής ύλης (λεπτομέρειες παρουσιάζονται στην Ενότητα 3.2). Η εναπομένουσα αλληλεπίδραση (residual interaction), V_{RES} , η οποία υπεισέρχεται στην Εξ. (3.1), είναι αρκετά μικρή με συνέπεια να μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία διαταραχών και έτσι να γράφεται ως:

$$V_{RES} = V - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) = \sum_{i,j=1}^A v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i). \quad (3.3)$$

Αξίζει να αναφερθεί στο σημείο αυτό ότι, στην μελέτη μας, για την περιγραφή της ισχυρής αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων, χρησιμοποιούμε το μονοπολικό μέρος του δυναμικού Bonn-CD ανταλλαγής ενός μεσονίου (monopole part of one meson exchange potential), συχνά αναφερόμενο και ως εναπομένουσα αλληλεπίδραση (residual interaction). Στην παρούσα μελέτη, η εναπομένουσα αλληλεπίδραση του δυναμικού Bonn-CD λαμβάνεται υπόψη, όπως θα δούμε στην συνέχεια, στις παρακάτω δύο φάσεις:

(i) Κατά την λύση των εξισώσεων BCS, μέσω της αλληλεπίδρασης ζεύγους νουκλεονίων, η οποία για την βασική κατάσταση υπολογίζεται αρχικά για ένα σύστημα A νουκλεονίων, με δυναμικό Bonn-CD, για συνδιασμούς του τύπου $[j^2; J = 0]$. Στη συνέχεια, η απαραίτητη ανακανονικοποίηση για το μελετούμενο πυρηνικό σύστημα (A, Z) , πραγματοποιείται μέσω των παραμέτρων ζεύγους για πρωτόνια, g_{pair}^p , και για

νετρόνια, g_{pair}^n , ξεχωριστά. Οι παράμετροι αυτοί προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να αναπαράγουν επιτυχώς τα εμπειρικά ενεργειακά χάσματα $\Delta_p(n)$, αντίστοιχα.

(ii) Κατά την λύση των εξισώσεων QRPA. Το δυναμικό δύο σωματιών Bonn-CD, υπεισέρχεται στην κατασκευή των πινάκων \mathcal{A} και \mathcal{B} καθώς και στον προσδιορισμό των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα, μέσω των παραμέτρων g_{ph} (particle-hole), για το κανάλι σωματίου-οπής, και g_{pp} (particle-particle), για το κανάλι αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους αυτές, γίνεται η ανακανονικοποίηση της αλληλεπίδρασης του υπό μελέτη πυρήνα.

Επομένως, στην προσέγγιση του μέσου πεδίου θεωρούμε ότι κάθε νουκλεόνιο κινείται σε ένα εξωτερικό πεδίο, V_{MF} , που δημιουργείται από τα υπόλοιπα $A - 1$ νουκλεόνια και έτσι το σύστημα των ισχυρώς αλληλεπιδρώντων πολλών-φερμιονίων μετατρέπεται σε ένα σύστημα A μη-αλληλεπιδρώντων φερμιονίων (ημισωματίδια) σε ένα εξωτερικό κεντρικό δυναμικό $v(\mathbf{r})$. Το δυναμικό του μέσου πεδίου είναι κεντρικό (δηλαδή εξαρτάται μόνο συναρτήσει της απόστασης του μελετούμενου σωματίου \mathbf{r} από το κέντρο του πυρήνα). Είναι γνωστό ότι τα κεντρικά δυναμικά μέσου πεδίου, $V = V(r)$ περιγράφουν σφαιρικούς πυρήνες. Οι αποκλίσεις από αυτή την σφαιρικότητα επιβάλλουν εξάρτηση του δυναμικού από τις σφαιρικές συντεταγμένες, δηλαδή την πολική και αζιμουθική γωνία θ, ϕ . Οι πυρήνες που έχουν επιλέγει να μελετηθούν στην παρούσα εργασία είναι όλοι σφαιρικοί ώστε να μπορούν να περιγραφούν μέσω ενός μέσου πεδίου. Για την πληρέστερη αναπαραγωγή των μονοσωματιδιακών ενεργειών του μέσου πεδίου θα πρέπει να ληφθεί υπόψη πέραν του κεντρικού δυναμικού και η αλληλεπίδραση σπίν-τροχιάς $\vec{L} \cdot \vec{S}$ (βλέπε Σχ. 3.1). Τονίζουμε ότι το κεντρικό δυναμικό μόνο του, δεν μπορεί να αναπαραγάγει την πειραματικά παρατηρούμενη συμπεριφορά των μονοσωματιδιακών ενεργειών του μέσου πεδίου αλλά είναι αναγκαία και η εισαγωγή του δυναμικού $\vec{L} \cdot \vec{S}$ (σπίν-τροχιάς) (βλέπε Σχ. 3.1). Για την περιγραφή του συστήματος των A -νουκλεονίων μέσα στο δυναμικό V_{MF} πρέπει να επιλυθεί η εξίσωση Schrodinger:

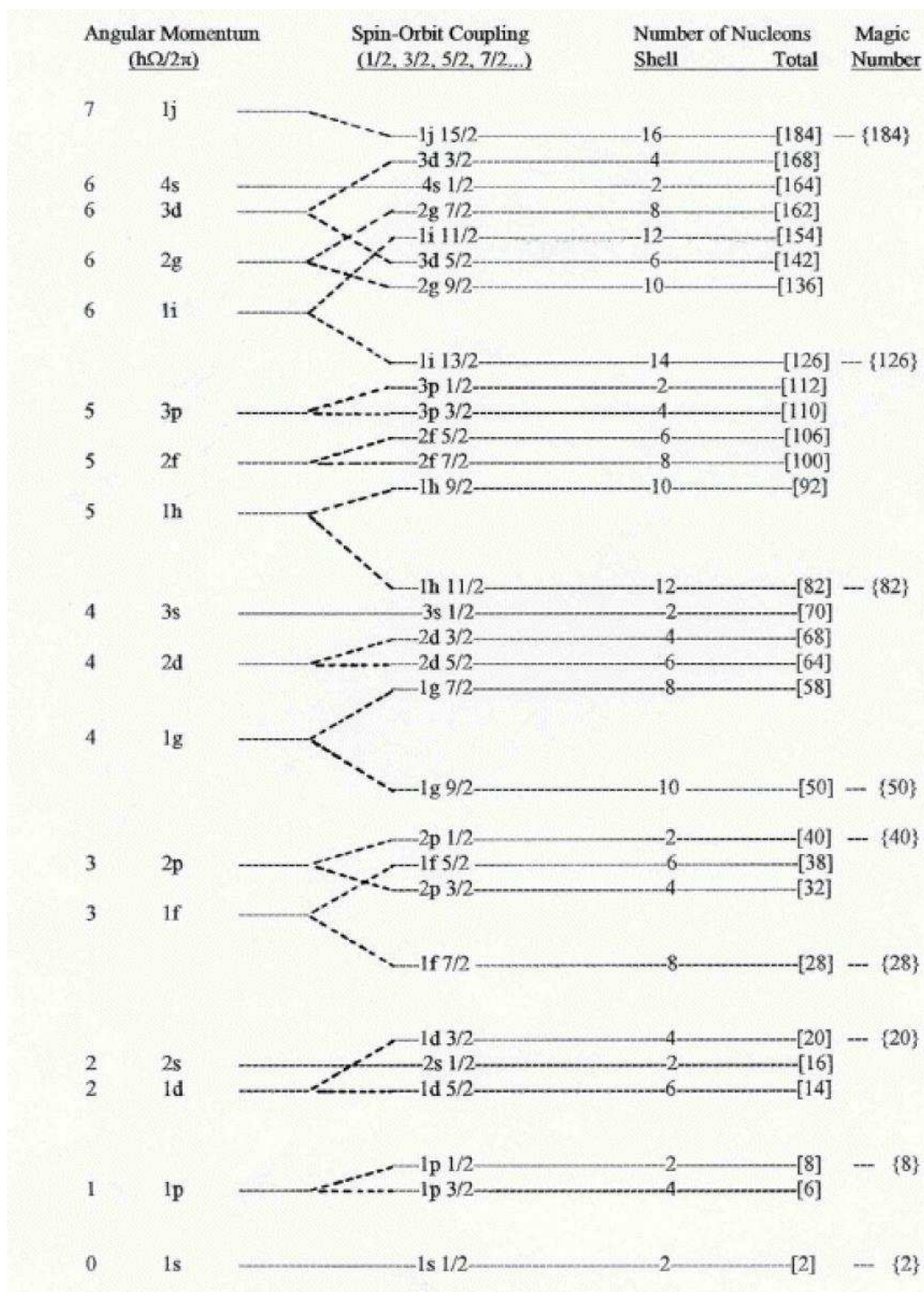
$$H_{MF}\psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) = \mathbf{E}\psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A), \quad (3.4)$$

η οποία ισοδυναμεί με A όμοιες μονονουκλεονικές εξισώσεις:

$$h(\mathbf{r})\phi_\alpha(\mathbf{r}) = \varepsilon_\alpha\phi_\alpha(\mathbf{r}), \quad h(\mathbf{r}) = t(\mathbf{r}) + v(\mathbf{r}) = \frac{-\hbar^2}{2m_N}\nabla^2 + v(\mathbf{r}), \quad (3.5)$$

όπου οι σταθερές της μεθόδου διαχωρισμού των μεταβλητών ε_{α_i} ικανοποιούν τη σχέση:

$$E = \sum_{i=1}^A \varepsilon_{\alpha_i}. \quad (3.6)$$



Σχήμα 3.1: Μονοσωματιδιακά επίπεδα σφαιρικών ισοτόπων όπως προκύπτουν με χρήση του δυναμικού του αρμονικού ταλαντωτή, ενός μέσου πεδίου (Woods-Saxon) και του δυναμικού σύζευξης σπιν-τροχιάς (Σχήμα από το 'Elementary Theory of Nuclear Shell Structure' [8]).

3.4 Το Δυναμικό Woods-Saxon

Σε μια πρώτη προσέγγιση, τα συστατικά των υπό μελέτη πυρήνων, δηλαδή τα πρωτόνια και τα νετρόνια μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητα σωματίδια που έλκονται προς το πυρηνικό κέντρο από την ισχυρή πυρηνική κεντρική δύναμη. Αυτή η έλξη, όπως έχει ήδη αναφερθεί, μπορεί να περιγραφεί από ένα μέσο πεδίο, για παράδειγμα το δυναμικό του αρμονικού ταλαντωτή και το δυναμικό Woods-Saxon [178–181]. Έτσι, για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, αρχικά θεωρούμε ένα δυναμικό τύπου Woods-Saxon ως μέσο πεδίο για την περιγραφή του ισχυρού πυρηνικού πεδίου. Το δυναμικό Woods-Saxon περιλαμβάνει έναν επιπλέον όρο που εκφράζει την δίορθωση Coulomb και έναν όρο που εκφράζει τον όρο σύζευξης σπιν-τροχιάς [178–181]. Έτσι, το δυναμικό μέσου πεδίου θα είναι της μορφής:

$$V(r) = V_{central}(r) - V_{so}(r) + V_c(r) \quad (3.7)$$

ανάλογο εκείνου της ατομικής φυσικής και ερμηνεύει πλήθος ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής. Υπενθυμίζουμε ότι, για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης ως κεντρικό δυναμικό στην Εξ. (3.7), χρησιμοποιούμε το δυναμικό Woods-Saxon, το οποίο δίνεται από την έκφραση:

$$V_{central}(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{r-R}{\alpha}\right]}, \quad (3.8)$$

όπου V_0 είναι η γνωστή παράμετρος βάρους του κεντρικού δυναμικού, R είναι η πυρηνική ακτίνα και α η παράμετρος πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα (surface-thickness or surface diffuseness parameter).

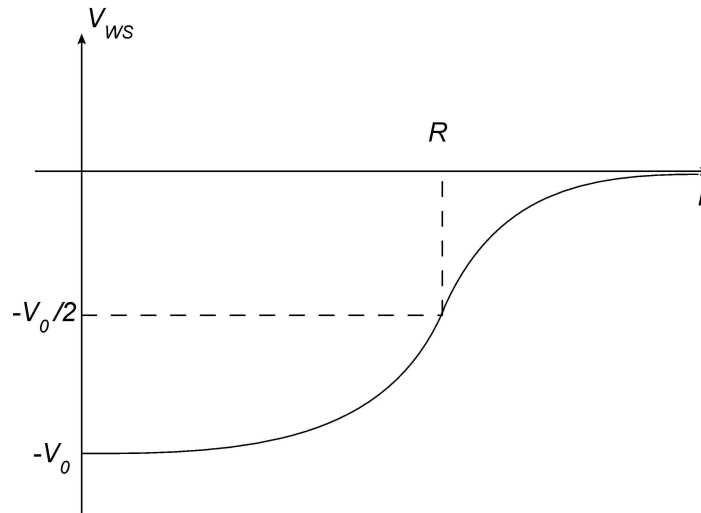
Το δυναμικό ισχυρής αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς όπως φαίνεται από τον δεύτερο όρο της Εξ. (3.7) είναι ανάλογο του γινομένου $(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$ και δίνεται μέσω της σχέσης:

$$V_{so}(r) = \left(\frac{\hbar}{m_n c^2}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{V_s}{1 + e^{(r-R_s)/\alpha_s}}\right) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}. \quad (3.9)$$

Τέλος, ο τρίτος όρος της Εξ. (3.7) προέρχεται από την αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων που παράγεται από μία ομογενώς φορτισμένη σφαίρα ακτίνας R_c και δίνεται από την εξίσωση:

$$V_c(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{2R_c} \left[3 - \left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right], & r \leq R, \\ \frac{(Z-1)e^2}{r}, & r > R \end{cases} \quad (3.10)$$

Οι τιμές των παραμέτρων V_0 , V_s , R , R_s που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς μας είναι ίδιες για όλες τις κυματοσυναρτήσεις του πυρηνικού φάσματος.



Σχήμα 3.2: Απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon, με την παράμετρο V_0 να δείχνει το βάθος του δυναμικού, R είναι η πυρηνική ακτίνα και a η σταθερά πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήσαμε την παραμετροποίηση της ομάδας από το πανεπιστήμιο IOWA [;], με

$$V_{0n} = -53.3 + 27.0 \frac{(N - Z)}{A}$$

$$V_{0p} = -53.3 - 27.0 \frac{(N - Z)}{A} - 0.4 \frac{Z}{A^{1/3}}$$

και $\alpha = 0.65$, $R = 1.25$. Αντίστοιχα οι παράμετροι του δυναμικού ισχυρής αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς είναι $R_s = 1.25$, $\alpha_s = 0.47$ και $V_s = 15.0$. Ο κώδικάς μας, μας παρέχει την δυνατότητα να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλες γνωστές παραμετροποιήσεις όπως την παραμετροποίηση Bohr-Motelson [182] και την Bertch [183]. Σε υπέρβαρους πυρήνες η αντίστοιχη παραμετροποίηση είναι η Tanaka [178]. Στο Σχ. 3.2 δίνεται η απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon.

3.5 Περιγραφή της Βασικής Κατάστασης του Πυρήνα

3.5.1 Υπεραγωγιμότητα Μετάλλων και η Θεωρία BCS

Τα νουκλεόνια του πυρήνα παρουσιάζουν την τάση να συζευγνύονται και να έχουν μηδενική ολική στροφορμή. Η σημασία του φαινομένου αυτού, στην πυρηνική φυσική για χρόνια αγνοούνταν μέχρι τη στιγμή που το 1950 ο Mayer την χρησιμοποίησε για να εξηγήσει γιατί οι άρτιοι-άρτιοι πυρήνες έχουν ολικό σπίν μηδέν, ενώ οι περιττοί πυρήνες έχουν το σπίν του τελευταίου μη συζευγμένου σωματίου.

Αυτές οι θεωρίες οδήγησαν τον Flowers (1952) και τους Racoli και Talmi (1952) να εισάγουν το σύστημα seniority για την περιγραφή της σύζευξης στην πυρηνική φυσική.

Στην κατανόηση του φαινομένου σύζευξης βοήθησε πολύ η θεωρία της υπεραγωγιμότητας. Για αρκετό καιρό η πλήρης ομοιότητα μεταξύ των ιδιοτήτων της υπερρευστότητας του He και της υπεραγωγιμότητας των μετάλλων αποτελούσε μυστήριο. Ήταν κατανοητό ότι οι ιδιότητες της υπερρευστότητας του He οφειλόταν στην μποζονική φύση των ατόμων του. Το τελευταίο, βρίσκεται σε αντίθεση με το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια στα μέταλλα είναι φερμιόνια.

Η επίλυση του προβλήματος ήρθε από τον Cooper (1956), ο οποίος έδειξε ότι δύο φερμιόνια αντίθετων σπίν προσελκύουν το ένα το άλλο σχηματίζοντας μια δέσμια κατάσταση. Το ζεύγος αυτό θα έχει μηδενικό σπίν και θα συμπεριφέρεται σαν ένα μποζόνιο. Η αρχική παρατήρηση της θεωρίας BCS είναι ότι η ύπαρξη μιας ελκτικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε δύο ηλεκτρόνια μπορεί να οδηγήσει στην δημιουργία ζευγαριών ηλεκτρονίων (ζεύγη Cooper). Ένα τέτοιο ζεύγος, έχει μικρότερη ενέργεια απ' ό,τι τα δύο ηλεκτρόνια ξεχωριστά, και επομένως, κατά τον σχηματισμό τέτοιων ζευγών, η κανονική κατάσταση ενός αγωγού γίνεται ασταθής και μπορεί να μεταπέσει στην υπεραγώγιμη κατάσταση. Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στα ηλεκτρόνια υποθέτουμε ότι διατηρεί την ολική ορμή και το σπίν. Το ολικό σπίν ενός ζεύγους θα είναι είτε 0 είτε 1. Εάν είναι μηδέν, τότε η κυματοσυνάρτηση του σπίν είναι αντισυμμετρική και επομένως, η κυματοσυνάρτηση θέσης πρέπει να είναι συμμετρική, ενώ αν το ολικό σπίν είναι 1 τότε η κυματοσυνάρτηση θέσης θα είναι αντισυμμετρική.

Αυτή η ιδέα αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας BCS της υπεραγωγιμότητας των Bardeen, Cooper και Schriffier (1957). Η υιοθέτηση της θεωρίας BCS στην πυρηνική φυσική αναγνωρίστηκε και ολοκληρώθηκε σύντομα από τους Bohr, Wettelson και Pines (1958) και από τον Belyaev (1959) στην διερευνητική του εργασία. Έτσι η θεωρία BCS εφαρμόστηκε στους πυρήνες και σύντομα έγινε ένα από τα καθιερωμένα πρότυπα της μικροσκοπικής πυρηνικής θεωρίας.

Η θεωρία BCS μας επιτρέπει να λαμβάνουμε υπόψην όλα τα νουκλεόνια του πυρήνα και μπορεί να γενικευτεί για διάφορα είδη αντιδράσεων. Αυτή η μέθοδος μπορεί να μας παρέχει την ακριβή λύση ενός προβλήματος ιδιοτιμών, το οποίο μπορεί να προέρχεται από μια μεταβολική αρχή. Είναι πολύ σημαντικό σε αυτές τις περιπτώσεις να κάνουμε τη σωστή ανάλυση της κυματοσυνάρτησης της βασικής κατάστασης του πυρήνα.

3.5.2 Οι Εξισώσεις BCS στην Πυρηνική Φυσική

Σε αναλογία με την μέθοδο BCS που αναπτύχθηκε για να προσδιορίσει τη βασική κατάσταση ενός υπεραγωγού, στην πυρηνική η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα μπορεί να περιγραφεί σαν να βρίσκεται σε ένα είδος υπεραγώγιμης φάσης όπου όλα τα νουκλεόνια έχουν συζευχθεί ανά δύο σε μηδενική ολική στροφορμή για να σχηματίσουν ζεύγη τα οποία συμπεριφέρονται σαν μποζόνια. Έτσι η

βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από μια BCS κυματοσυνάρτηση πολλών σωματιδίων ως:

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{\bar{k}}^\dagger) |\text{core}\rangle \quad (3.11)$$

όπου ο τελεστής $c_k^\dagger c_{\bar{k}}^\dagger$ δημιουργεί ένα ζεύγος όμοιων νουκλεονίων. Επίσης οι μεταβλητές παράμετροι u_k και v_k αναπαριστούν το πλάτος πιθανότητας, με v_k^2 (u_k^2) να είναι οι πιθανότητες κατάληψης (μη-κατάληψης) ενός ζεύγους συζυγών καταστάσεων (k, \bar{k}) [120, 121].

Ωστόσο οι πιθανότητες αυτές δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους καθώς η κανονικοποίηση της (3.11) για κάθε μονοσωματιδιακή κατάσταση δίνει

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1. \quad (3.12)$$

Δεδομένου ότι η κυματοσυνάρτηση BCS είναι ορισμένη κατά ένα παράγοντα φάσης, είναι πάντα δυνατόν να επιλέξουμε τους συντελεστές u_k και v_k να είναι πραγματικοί και θετικοί. Όπως παρατηρούμε, το γινόμενο διατρέχει μόνο τον μισό χώρο αναπαράστασης ($k > 0$). Για κάθε κατάσταση με $k > 0$ υπάρχει και μια συζυγής κατάσταση με $\bar{k} < 0$ και η κατάσταση (k, \bar{k}) δημιουργεί ολόκληρο το μονο-σωματιδιακό χώρο. Σε μία βάση, για παράδειγμα αρμονικού ταλαντωτή είναι:

$$|k\rangle = |nljm\rangle \quad |\bar{k}\rangle = |nlj - m\rangle, \quad m > 0 \quad (3.13)$$

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η BCS βασική κατάσταση δεν έχει καθορισμένο αριθμό σωματιδίων (πολυσωματιδιακό σύστημα) δηλαδή δεν είναι ιδιοκατάσταση του τελεστή αριθμού σωματιδίων

$$\hat{N} = \sum_k a_k^\dagger a_k \quad (3.14)$$

Έτσι χρησιμοποιώντας τους γραμμικούς μετασχηματισμούς Bogoliubov-Valatin (BV)

$$c_k^\dagger = u_k a_k^\dagger + v_k \tilde{a}_k, \quad c_k = u_k \tilde{a}_k^\dagger - v_k a_k \quad (3.15)$$

$$a_k^\dagger = u_k c_k^\dagger - v_k \tilde{c}_k, \quad \tilde{a}_k^\dagger = u_k \tilde{c}_k^\dagger + v_k c_k \quad (3.16)$$

είναι δυνατό να αναπαραστήσουμε την βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα με σωματάρια αλληλεπιδρώντα ανά ζεύγη, με μία αναπαράσταση στην οποία τα ημισωματάρια δεν αλληλεπιδρούν (εικόνα αερίου Fermi [175–177]). Το τελευταίο χαρακτηριστικό είναι πολύ πρακτικό σε πολλές περιπτώσεις με μοναδικό τίμημα ότι στους μετασχηματισμούς (BV) Εξ. (3.15) σαφώς, δεν διατηρούνται πλέον οι αριθμοί των σωματιδίων καθώς τώρα αναμειγνύονται οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής [120]. Οι μετασχηματισμοί (BV) σε μορφή πινάκων γράφονται ως

$$\begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & v_\tau \\ -v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

οι οποίοι όντας ορθογώνιοι αντιστρέφονται ως

$$\begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & -v_\tau \\ v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις όπου c^\dagger (c) είναι οι τελεστές δημιουργίας (καταστροφής) για σημειακά σωμάτια και αντίστοιχα οι a^\dagger (a) είναι οι τελεστές δημιουργίας (καταστροφής) για ημισωμάτια [120, 121]. Επίπλέον, ισχύει

$$\tilde{c}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} c_{J_\nu - m_\nu}, \quad \tilde{a}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} a_{J_\nu - m_\nu}. \quad (3.19)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τελεστές c_ν^\dagger και a_ν^\dagger μετασχηματίζονται σαν συναλλοίωτοι, ενώ οι τελεστές c_ν και a_ν μετασχηματίζονται σαν ανταλλοίωτοι. Όπως φαίνεται από και από τις Εξ. (3.17) και (3.18) οι τελεστές c_ν^\dagger , a_ν^\dagger συζευγνύονται με τους χρονικά 'κατοπτρικούς' τελεστές \tilde{c}_ν και \tilde{a}_ν , οι οποίοι μετασχηματίζονται σαν συναλλοίωτοι τανυστές.

Σύμφωνα με τη μέθοδο BCS, χρησιμοποιώντας και τους γραμμικούς μετασχηματισμούς (BV), κάθε τελεστής a_k^\dagger δημιουργεί ένα ημισωματίδιο, που είναι ένας νέος τύπος φερμιονίου (γενικευμένα φερμιόνια), που είναι μερικώς σωμάτια (partly particle) με πλάτος πιθανότητας u_k και μερικώς οπές (partly hole) με πλάτος πιθανότητας v_k . Αυτό σημαίνει ότι η ημισωματιδιακή τροχιά είναι άδεια με πιθανότητα u_k^2 (πλάτος κατάληψης τροχιάς) και κατειλημμένη με πιθανότητα v_k^2 (πλάτος μη-κατάληψης της τροχιάς). Έτσι μια τροχιά j είναι κατειλημμένη με $(2j + 1) v_j^2$ σωμάτια και $(2j + 1) u_j^2$ οπές. Επομένως τα ημισωμάτια είναι φερμιόνια ακριβώς όπως το σωμάτιο από τα οποία δημιουργείται.

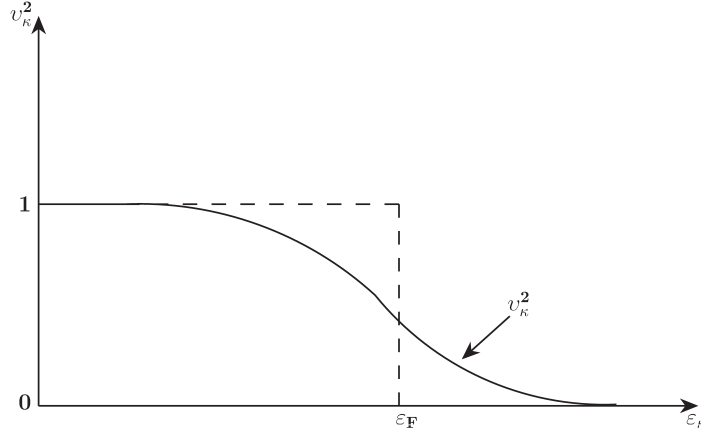
Αν επιλέξουμε το μηδέν της ενεργειακής κλίμακας να βρίσκεται πάνω στην ενέργεια Fermi, στην αδιατάραχτη κατάσταση θα έχουμε $v_k^2 = 1$ όταν $\varepsilon_k < \varepsilon_F$ και $v_k^2 = 0$ όταν $\varepsilon_k > \varepsilon_F$. Η ύπαρξη της αλληλεπίδρασης όμως, διαφοροποιεί την κατάσταση αυτή, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει την αδιατάραχτη μεταβολή, ενώ η συνεχής γραμμή αναφέρεται στην περίπτωση παρουσίας διαταραχής. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το κενό $|BCS\rangle$ αποτελεί πλέον ένα κενό σωματίου-οπής και ο τελεστής δημιουργίας ημισωματίου a_α^\dagger δημιουργεί ένα σωμάτιο πάνω από την επιφάνεια Fermi, ενώ ο τελεστής δημιουργίας ημισωματίου a_β^\dagger δημιουργεί μια οπή κάτω από την επιφάνεια Fermi.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για ένα πολυσωματιδιακό σύστημα, όπως είναι η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα, η Χαμιλτονιανή μπορεί να πάρει τη μορφή

$$\hat{H} = \sum_{k_1, k_2 \leq 0} t_{k_1 k_2} c_{k_1}^\dagger c_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4 \leq 0} \bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}^\dagger c_{k_4} c_{k_3}, \quad (3.20)$$

όπου θεωρούμε ότι για τον τελεστή της κινητικής ενέργειας ισχύει $T = \sum_{k_1, k_2} t_{k_1 k_2} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}$. Οι παράμετροι u και v μπορούν να προσδιοριστούν από τη μεταβολή της ενέργειας της βασικής κατάστασης

$$E = \langle BCS | \hat{H} | BCS \rangle. \quad (3.21)$$



Σχήμα 3.3: Η μεταβολή της πιθανότητας κατάληψης της τροχιάς v_k^2 σαν συνάρτηση της ϵ_k χωρίς και με την παρουσία διαταραχής. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην αδιατάραχτη κατάσταση, ενώ η συνεχής δηλώνει την παρουσία διαταραχής.

Η μεταβολή της ενέργειας της βασικής κατάστασης πραγματοποιείται ξεχωριστά για πρωτόνια και νετρόνια και προσδιορίζεται με ελαχιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής ενώ περιορίζεται ώστε να ικανοποιεί την συνθήκη

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N \quad (\text{ή } Z). \quad (3.22)$$

Δηλαδή η μέση τιμή του σωματιδιακού τελεστή \hat{N} να έχει την πραγματική τιμή των πρωτονίων Z και των νετρονίων N αντίστοιχα. Το τελευταίο επιτυγχάνεται θεωρώντας έναν επιπλέον όρο στην Χαμιλτονιανή

$$H' = H - \lambda \hat{N}, \quad (3.23)$$

όπου το λ προσδιορίζεται μέσω της συνθήκης (3.22) και ονομάζεται χημικό δυναμικό ή ενέργεια Fermi και εκφράζει την αύξηση της ενέργειας E εξαιτίας της μεταβολής του αριθμού των σωματιδίων (όταν ολοένα και περισσότερα σωματίδια προστίθενται)

$$\lambda = \frac{dE}{dN} = \frac{d}{dN} \langle BCS | H | BCS \rangle. \quad (3.24)$$

Γράφοντας την Χαμιλτονιανή ενός πολυσωματιδιακού συστήματος συναρτήσει των BCS ημισωματιδίων

$$H = H_0 + H_{11} + H_{20} + V_{res}. \quad (3.25)$$

πέρα από την ελαχιστοποίηση της ενέργειας της βασικής κατάστασης το πρόβλημα μεταβολής της BCS οδηγεί στην εξαφάνιση των όρων H_{20} και H_{02} της Χαμιλτονιανής. Αυτή η ιδιότητα, αντιστοιχεί στην έλλειψη διεγέρσεων των ημισωματιδιακών

ζευγών κατά μήκος της επιφάνειας Fermi αλλά, επιπλέον, καταδυναμώνει την αποτελεσματικότητα των μετασχηματισμών (BV) από τη βάση του μέσου πεδίου στη βάση BCS, για την απορρόφηση της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης στη δομή της ημισωματιδιακής βασικής κατάστασης $|BCS\rangle$. Σύμφωνα με την ανωτέρω ανάλυση, οδηγούμαστε στις παρακάτω εξισώσεις BCS

$$2\tilde{\epsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0 \quad k > 0, \quad (3.26)$$

όπου $\tilde{\epsilon}_k$ οι μονοσωματιδιακές ενέργειες ημισωματίου που δίνεται από την έκφραση

$$\tilde{\epsilon}_k = \frac{1}{2} \left(t_{kk} + t_{\bar{k}\bar{k}} + \sum_{k' \leq 0} (\bar{v}_{kk'kk'} + \bar{v}_{\bar{k}k'\bar{k}k'}) v_{k'}^2 \right) - \lambda. \quad (3.27)$$

Στην εξίσωση αυτή περιλαμβάνεται και η ενέργεια ζεύγους (τιμήμα της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης).

Οι παράμετροι χάσματος (gap parameters) Δ_k της Εξ. (3.26) για πραγματικά στοιχεία πίνακα δίνονται ως

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'}, \quad (3.28)$$

(για λεπτομέρειες στους υπολογισμούς των ενεργειακών χάσμάτων Δ_k βλέπε Παράρτημα Β.1). Από τις λύσεις των εξισώσεων των ενεργειακών χάσμάτων [104,105]

$$\Delta_{p(n)}^k = \frac{g_{pair}^{p(n)}}{2[j_k]} \sum_{k'} [j_{k'}] \frac{\Delta_{k'}}{E_k^{p(n)}} \langle (kk)0 | \mathcal{G} | (k'k')0 \rangle, \quad (3.29)$$

(με $[j_k] = \sqrt{2j_k + 1}$), λαμβάνουμε τα χάσματα ζεύγους (pairing gaps) για τα πρωτόνια Δ_p^k και τα νετρόνια Δ_n^k μέσω της ανακανονικοποίησης των στοιχείων πίνακα ζεύγους πρωτονίων και νετρονίων $\langle (kk)0 | \mathcal{G} | (k'k')0 \rangle$ της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης (residual interaction), χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους g_{pair}^p και g_{pair}^n . Η ανακανονικοποίηση αυτή, είναι απαραίτητη καθώς αρχικά η εναπομένουσα αλληλεπίδραση (Bonn-CD δυναμικό) υπολογίζεται για ένα συγκεκριμένο ισότοπο με μαζικό αριθμό A . Η χαμηλότερη ενέργεια ημι-σωματιδίων που λαμβάνεται από τις εξισώσεις χάσματος (gap equations) προσδιορίζονται μέσω των παραμέτρων ζεύγους (pairing parameters) $g_{pair}^{p(n)}$ της Εξ. (3.29) έτσι ώστε να αναπαραγάγουν τα πειραματικά (εμπειρικά) ενεργειακά χάσματα $\Delta_{p,n}^{exp}$ που δίνονται μέσω της γνωστής three point formula [105]

$$\Delta_{p(n)}^{exp} = -\frac{1}{4} \left[S_{p(n)}[(A-1, Z-1(Z))] - 2S_{p(n)}[(A, Z)] + S_{p(n)}[(A+1, Z+1(Z))] \right], \quad (3.30)$$

όπου S_p και S_n είναι οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού για πρωτόνια και νετρόνια αντίστοιχα του μητρικού πυρήνα (A, Z) , και των γειτονικών πυρήνων $(A \pm 1, Z \pm 1)$ και $(A \pm 1, Z)$.

Για καθορισμένες τιμές $\tilde{\epsilon}_k$ ($\tilde{\epsilon}_k^{p(n)} = \epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}$) και Δ_k οι εξισώσεις (3.12) και (3.26) οδηγούν στις εξισώσεις δευτέρου βαθμού για τα u_k^2 και v_k^2 με μόνες λύσεις τις

$$v_k^{2(p,n)} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}}{E_k^{p(n)}} \right], \quad (3.31)$$

$$u_k^{2(p,n)} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}}{E_k^{p(n)}} \right]. \quad (3.32)$$

Το σύνολο των Εξ. (3.27), (3.29) και (3.31) καλούνται εξισώσεις BCS και επιλύονται με χρήση επαναληπτικών μεθόδων. Οι λύσεις των αντίστοιχων BCS εξισώσεων δίνουν τις ενέργειες των ημισωματιδίων (single quasi-particle energies) [105, 120] ως:

$$E_k^{p(n)} = \sqrt{(\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)})^2 + \Delta_k^2} \quad (3.33)$$

όπου Δ_k , τα θεωρητικά χάσματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Τονίζουμε ότι, με τον ανώτερο τρόπο, στην προσέγγιση BCS εισάγονται οι πολύ σημαντικές δυνάμεις ζεύγους μεταξύ όμοιων σωματιδίων (δύο πρωτόνια, p , ή δύο νετρόνια, n) μέσω της προσαρμογής των αντίστοιχων παραμέτρων χάσματος, g_{pair}^p , για πρωτόνια και g_{pair}^n , για νετρόνια. Οι αντίστοιχες ενέργειες δίνονται από την σχέση

$$E_{\tau} = \sqrt{(\epsilon_{\tau} - \lambda_{\tau})^2 + \Delta_{\tau}^2}, \quad \tau = p, n \quad (3.34)$$

όπου ϵ_{τ} είναι οι ενέργειες καθενός σωματίου.

3.6 Αλληλεπίδραση ζεύγους

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα περιγράφεται μέσω των BCS εξισώσεων σαν να βρίσκεται σε ένα είδος υπεραγωγίμης φάσης, όπου όλα τα νουκλεόνια έχουν συζευχθεί ανά δύο σε μηδενική ολική στροφορμή σχηματίζοντας ζεύγη τα οποία συμπεριφέρονται σαν μποζόνια. Τα νουκλεόνια σθένους ενός πυρήνα αισθάνονται μια ισχυρή ελκτική δύναμη που εξουδετερώνεται από την μικρής εμβέλειας συνιστώσα της αλληλεπίδρασης των νουκλεονίων. Αυτή η μικρής εμβέλειας έλξη αποτελεί τη δύναμη ζεύγους.

Η αλληλεπίδραση για ένα ζεύγος νουκλεονίων με $J = 0$, είναι πολύ πιο ισχυρή από ότι για τα ζεύγη με $J \neq 0$. Για τον λόγο αυτό μπορούμε να απλοποιήσουμε την αλληλεπίδραση σε ένα φλοιό j θεωρώντας ότι μόνο τα κανάλια με $J = 0$ συνεισφέρουν. Αυτό υποδεικνύει την χρήση μιας απλής σχηματικής αλληλεπίδρασης (simple schematic interaction) η οποία δρά μόνο για $J = 0$ δισωματιδιακές καταστάσεις.

Αυτή η αλληλεπίδραση είναι η αλληλεπίδραση ζεύγους που παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$V_{pair} = -G \sum_{m,m'>0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger \alpha_{\bar{m}'} \alpha_{m'} \quad (\alpha_m^\dagger \equiv \alpha_{jm}^\dagger). \quad (3.35)$$

όπου οι δείκτες \bar{m} αναφέρονται στις \mathcal{R} -συζευγμένες μονοσωματιδιακές καταστάσεις που ορίζονται ως

$$\Psi_{j\bar{m}} \equiv e^{i\pi J_y} \Psi_{jm} = (-1)^{j+m} \Psi_{j-m}. \quad (3.36)$$

Οι \mathcal{R} -συζευγμένες καταστάσεις $\Psi_{j\bar{m}}$ γενικά παράγονται περιστρέφοντας την Ψ_{jm} κατά μία γωνία $-\pi$ γύρω από τον άξονα y .

Επειδή όπως προαναφέραμε, η αλληλεπίδραση ζεύγους είναι μία ελκτική δύναμη μικρής εμβέλειας, η σταθερά G θα πρέπει να είναι θετική. Διαγωνιοποιώντας την παραπάνω Χαμιλτονιανή ζεύγους, για $M = 0$, η Χαμιλτονιανή θα αναπαρασταθεί με μορφή πίνακα ως:

$$V_{pair} = -G \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \cdots \\ 1 & 1 & 1 \cdots \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \cdots \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

Τότε η ιδιοκατάσταση της χαμηλότερης τιμής παίρνει την μορφή

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{m>0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger |0\rangle = |(j^2); J=0, M=0\rangle \quad (3.38)$$

όπου $\Omega = \frac{1}{2}(2j+1)$ είναι ο αριθμός των συζευγμένων καταστάσεων [121]. Η ενέργεια σε αυτή την κατάσταση με $J=0$ είναι ίση με

$$E_0 = -G\Omega \quad (3.39)$$

ενώ όλες οι υπόλοιπες ορθογώνιες δισωματιακές καταστάσεις $|(j^2); J \neq 0\rangle$ έχουν μηδενική ενέργεια.

Ορίζοντας τον τελεστή δημιουργίας ζεύγους

$$A^\dagger = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{m>0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger \quad (3.40)$$

ο οποίος δημιουργεί ένα ζεύγος μηδενικής σύζευξης, η αλληλεπίδραση ζεύγους τώρα θα έχει την μορφή

$$V_{pair} = -G\Omega A^\dagger A. \quad (3.41)$$

Από τις σχέσεις μετάθεσης έχουμε:

$$[A, A^\dagger] = 1 - \frac{N}{\Omega} \quad (3.42)$$

όπου N είναι ο τελεστής του αριθμού των σωματιδίων με

$$\hat{N} \equiv \sum_m \alpha_m^\dagger \alpha_m = \sum_{m>0} (\alpha_m^\dagger \alpha_m + \alpha_{\bar{m}}^\dagger \alpha_{\bar{m}}). \quad (3.43)$$

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιούμε την σύμβαση σύμφωνα με την οποία στους συντελεστές δημιουργίας, c_a^\dagger , και καταστροφής, c_a , οι ελληνικοί δείκτες δηλώνουν όλους τους μονοσωματιδιακούς κβαντικούς αριθμούς, δηλαδή $\alpha = \{a, m_a\}$ και οι λατινικοί δείκτες δηλώνουν όλους τους κβαντικούς αριθμούς εκτός από το μαγνητικό δηλαδή, $a = \{n_a, \ell_a, j_a\}$.

3.7 Η pn-QRPA Μέθοδος

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά της QRPA. Επίσης, θα συνοψίσουμε τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν την μεταβολή του φορτίου. Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματτία (QRPA) έχει ήδη συζητηθεί αναλυτικά στην βιβλιογραφία [54, 92, 93, 95, 96, 98–101, 120, 121]. Ο φορμαλισμός της έχει αναπτυχθεί για να περιγραφούν διεγέρσεις φορτισμένων ρευμάτων, όπως είναι οι GT μεταβάσεις, για την περιγραφή αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων όπως η β-διάσπαση, η σύλληψη ηλεκτρονίων και άλλες. Πρόσφατα για την περιγραφή μεταβάσεων διπλά φορτισμένου ρεύματος (double charge exchange transitions) σε διπλά ανάλογες καταστάσεις, παρέχοντας μεγάλη αξιοπιστία στους αντίστοιχους υπολογισμούς. Σε αυτές τις διαδικασίες, οι μεταβάσεις από την βασική κατάσταση, $|0^+\rangle$, ενός άρτιου-άρτιου μητρικού πυρήνα (A, Z) στην βασική ή κάποια από τις διεγερμένες καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα $(A, Z - 2)$ διερευνούνται. Στην δική μας περίπτωση, εφαρμόσαμε την μέθοδο pn-QRPA για την μελέτη των διεγερμένων πυρηνικών καταστάσεων του παραγόμενου περιττού-περιττού πυρήνα στις αντιδράσεις μιονικής σύλληψης (Κεφ. 4) καθώς και τις αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες (Κεφ. 5 και Κεφ. 6).

Στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου, αρχικά ορίζουμε τους δύο ημι-φερμιονικούς τελεστές C^\dagger δημιουργίας ζεύγους πρωτονίου-νετρονίου (proton-neutron pair creation operator) και \tilde{C} τον αντίστοιχο τελεστή καταστροφής (proton-neutron pair annihilation operator) ως:

$$\begin{aligned} C^\dagger(pnJM) &= [a_{j_p m_p}^\dagger a_{j_n m_n}^\dagger]_M^J \\ &= \sum_{m_p(m_n)} \langle j_p m_p j_n m_n | JM \rangle \alpha_{j_p m_p}^\dagger b_{j_n m_n}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

και

$$C(pnJM) = [C^\dagger(pnJM)]^\dagger, \quad \tilde{C}(pnJM) = (-1)^{J+M} C(pnJ - M) \quad (3.45)$$

Οι παραπάνω τελεστές δημιουργίας και καταστροφής ζεύγους πρωτονίων-νετρονίων υπακούουν στις μποζονικές σχέσεις μετάθεσης.

Στη συνέχεια, ορίζουμε τον τελεστή σύζευξης στροφορμής φωνονίων (angular-momentum-coupled phonon operator) ως:

$$Q_{JM}^{m\dagger} = \sum_{pn} [X_{(pn)J}^m C(pnJM) - Y_{(pn)J}^m C^\dagger(pnJM)], \quad (3.46)$$

όπου οι δείκτες p και n διακρίνουν τις καταστάσεις για τα πρωτόνια και τα νετρόνια αντίστοιχα, και το m απαριθμεί όλες τις καταστάσεις της συγκεκριμένης πολυπολικότητας J^π . Ο τελεστής αυτός δρώντας στο QRPA κενό, $|\tilde{0}\rangle_{QRPA}$, δημιουργεί την διέγερση $|m\rangle \equiv |J_\mu^\pi\rangle$ δηλαδή,

$$|J_\mu^\pi\rangle = Q_{JM}^{m\dagger} |\tilde{0}\rangle_{QRPA}. \quad (3.47)$$

Τα πλάτη $X_{(pn)J}^m$ και $Y_{(pn)J}^m$ που υπεισέρχονται στην Σχέση (3.46) ονομάζονται πλάτη σκέδασης για εμπροσθοσκέδαση και οπισθοσκέδαση αντίστοιχα, και υπολογίζονται με λύση του QRPA προβλήματος ιδιοτιμών, που σε μορφή πίνακα γράφεται ως:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B} & \mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (3.48)$$

όπου για τα προαναφερθέντα πλάτη ισχύει η σχέση κανονικοποίησης:

$$Tr[X^{m\dagger} X^{m'} - Y^{m'} Y^{m\dagger}] = \delta_{mm'}. \quad (3.49)$$

Εισάγοντας ένα νέο σετ πλατών τα P^m και R^m τα οποία συνδέονται με τα προηγούμενα πλάτη $X_{(pn)J}^m$ και $Y_{(pn)J}^m$ μέσω των σχέσεων:

$$X^m = \sqrt{\frac{1}{2}} (\Omega_m^{1/2} P^m + \Omega_m^{-1/2} R^m), \quad (3.50)$$

$$Y^m = \sqrt{\frac{1}{2}} (-\Omega_m^{1/2} P^m + \Omega_m^{-1/2} R^m), \quad (3.51)$$

μπορούμε να γράψουμε τις QRPA εξισώσεις στη μορφή

$$(\mathcal{A} - \mathcal{B})P^m = R^m \quad (3.52)$$

$$(\mathcal{A} + \mathcal{B})R^m = \Omega_m^2 P^m. \quad (3.53)$$

Έτσι, το πρόβλημα ιδιοτιμών QRPA μπορεί να γραφεί ως:

$$(\mathcal{A} + \mathcal{B})(\mathcal{A} - \mathcal{B})R^m = \Omega_m^2 R^m, \quad (3.54)$$

όπου για τα P^m και R^m ισχύει:

$$2Tr[R^{m\dagger} P^{m'}] = \delta_{mm'}. \quad (3.55)$$

Για τους πίνακες \mathcal{A} και \mathcal{B} που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA ισχύει:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{pn,p'n'}^{JM} &= \langle BCS|C(pnJM)H_{qp}C^\dagger(p'n'J'M')|BCS\rangle \\ &= \delta_{pp'}\delta_{nn'}\delta_{JJ'}\delta_{MM'}(\varepsilon_p + \varepsilon_n) \\ &\quad - 2g_{pp}\langle(pn)JM|G|(p'n')JM\rangle(u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) \\ &\quad - 2g_{ph}\langle(pn^{-1})JM|G|(p'n'^{-1})JM\rangle(u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'})\end{aligned}\quad (3.56)$$

και

$$\begin{aligned}\mathcal{B}_{pn,p'n'}^{JM} &= \langle BCS|C(pnJM)\tilde{C}(p'n'J'M')H_{qp}|BCS\rangle \\ &= -2g_{pp}\langle(pn)JM|G|(p'n')JM\rangle(u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) \\ &\quad - 2g_{ph}\langle(pn^{-1})JM|G|(p'n'^{-1})JM\rangle(u_p v_n v_{p'} u_{n'} + v_p u_n u_{p'} v_{n'}),\end{aligned}\quad (3.57)$$

όπου ε_α ($\alpha = p$ ή n) είναι οι ενέργειες των ημισωματιδίων για πρωτόνια και νετρόνια, αντίστοιχα και H_{qp} είναι η πυρηνική Χαμιλτονιανή με την χρήση των μετασχηματισμών ημισωματιδίων (BV) η οποία γράφεται ως

$$\hat{H}_{qp} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} \alpha_{\alpha}^{\dagger} \alpha_{\alpha} + \hat{H}_{40} + \hat{H}_{31} + \hat{H}_{22} + \hat{H}_{13} + \hat{H}_{04} \quad (3.58)$$

Τα v_{α} και u_{α} είναι τα αντίστοιχα πλάτη κατάληψης ή μή, που όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα [Σχ. (3.31)] υπολογίζονται μέσω την BCS εξισώσεων. Τα διαγράμματα που περιγράφουν τους πίνακες \mathcal{A} και \mathcal{B} φαίνονται στο Σχήμα 3.4.

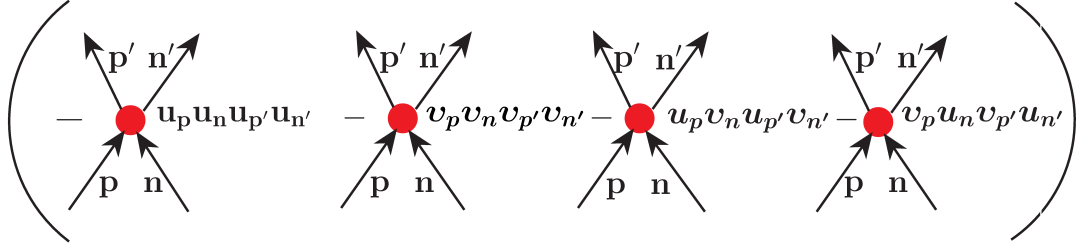
Στις κανονικές RPA εξισώσεις περιλαμβάνονται μόνο οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής. Από την άλλη, στην προσέγγιση QRPA εμφανίζονται και οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής αλλά και οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-σωματίου και οπής-οπής, καθώς, όπως έχουμε προαναφέρει, τα ημισωματάρια είναι ένας νέος τύπος φερμιονίων (μερικώς σωματάρια και μερικώς οπές). Σαν συνέπεια, οι τελεστές ζευγών ημισωματίων C^\dagger και C [Εξ. (3.44),(3.45)] περιέχουν τις διεγέρσεις ζεύγους (pair excitations), $(c_p^\dagger c_n^\dagger)$ και τις διεγέρσεις σωματίου-οπής $(c_p^\dagger c_n)$. Όταν οι τιμές u και v παίρνουν τιμές κοντά στις τιμές που έχουν για τους κλειστούς φλοιούς τους π.χ. $u_p = 0$ και $v_p = 1$ για τις καταστάσεις πρωτονίου-οπής, τότε οι πίνακες QRPA διαμορφώνονται στις σωματιδίου-οπής και σωματιδίου-σωματιδίου (ή οπής-οπής) RPA.

Τα στοιχεία πίνακα σωματίου-οπής $\langle(pn^{-1})JM|G|(p'n'^{-1})JM\rangle$ και σωματίου-σωματίου $\langle(pn)JM|G|(p'n')JM\rangle$ δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά συσχετίζονται μεταξύ τους μέσω του μετασχηματισμού Pandya, επανασύζευξης της στροφορμής ως [3, 105]

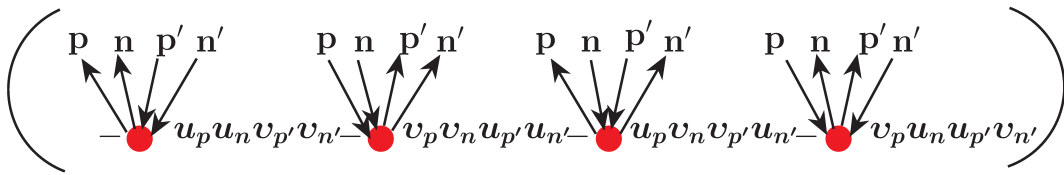
$$\langle(pn^{-1})J|G|(p'n'^{-1})J'\rangle = - \sum_{j'} [J']W(j_p j_{n'} j_n j_{p'}; J' J) \langle(n'p)J|G|(np')J\rangle \quad (3.59)$$

όπου W είναι οι γνωστοί Racah συντελεστές (βλέπε Παράρτημα Ε'.6). Πολλαπλασιάζοντας τα στοιχεία πίνακα σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής $\langle|G|\rangle$ με τις σταθερές g_{pp} και g_{ph} αντίστοιχα, λαμβάνουμε υπόψη μας την κανονικοποίηση που

$$\mathcal{A}_{pn,p'n'}^{JM} = (\varepsilon_p + \varepsilon_n) \delta_{pp'} \delta_{nn'}$$



$$\mathcal{B}_{pn,p'n'}^{JM} =$$



Σχήμα 3.4: Γραφική αναπαράσταση των πινάκων \mathcal{A} και \mathcal{B} που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA. Οι ημι-σωματιδιακές γραμμές παριστάνουν ένα σωματίδιο με πλάτος u , ενώ αντίστοιχα οι κυκλικές γραμμές αναπαριστούν τις οπές με πλάτος v .

απαιτείται, εξαιτίας του πεπερασμένου χώρου μοντέλου που χρησιμοποιήσαμε. Οι σταθερές g_{pp} και g_{ph} προσδιορίζονται μέσω της αναπαραγωγής του φάσματος χαμηλής ενέργειας (low-lying energy spectrum) του θυγατρικού πυρήνα. Οι τιμές των παραμέτρων g_{pp} και g_{ph} κυμαίνονται από 0.2 έως 1.3, έτσι ώστε να έχουν φυσική σημασία.

Ο πίνακας \mathcal{A} της Εξ. (3.48) ευθύνεται για την ανάμειξη των καταστάσεων σωματιδίου-οπής του περιττού-περιττού θυγατρικού πυρήνα. Στους πυρήνες με μεγάλη υπεροχή νετρονίων, αναμένεται ότι οι τιμές u_p και v_n θα είναι για τα ενεργά μονο-σωματιδιακά επίπεδα (active single particle levels) σημαντικά μεγαλύτερες από τις τιμές v_p και u_n . Έτσι, τα στοιχεία του πίνακα \mathcal{A} κυριαρχούνται από τις αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής και τις ημι-σωματιδιακές ενέργειες. Η συνεισφορά των αλληλεπιδράσεων σωματίου-σωματίου είναι μικρότερη, που σημαίνει ότι αυτή η αλληλεπίδραση έχει μόνο μια μικρή επίδραση στην ανάμειξη των καταστάσεων σωματίου-οπής στον θυγατρικό περιττό-περιττό πυρήνα.

Από την άλλη πλευρά, τα στοιχεία του πίνακα \mathcal{B} (Εξ. (3.48)) περιέχουν και τους δύο όρους αλληλεπίδρασης (σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής) στην ίδια τάξη μεγέθους. Αυτό υποδεικνύει ότι οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής μπορούν να ενισχύσουν σημαντικά τις συσχετίσεις (correlations) της βασικής κατάστασης, αυξάνοντας τα πλάτη οπισθοσκέδασης $Y_{(pn),J}^m$ [110].

Οι πίνακες της Εξ. (3.48) έχουν διαστάσεις $2r$, όπου r είναι ο αριθμός των

διαφορετικών δι-σωματιδιακών καταστάσεων πρωτονίου-νετρονίου, στροφορμής J και ομοτιμίας π ($\pi = \pm$). Η διαγωνιοποίηση του πίνακα δίνει r ιδιοδιανύσματα για κάθε J^π , συνδυασμός που αντιστοιχεί στις r θετικές ιδιοτιμές Ω_l ($l = 1, 2, \dots, r$) και στον ίδιο αριθμό αρνητικών ιδιοτιμών, τις οποίες αντιμετωπίζουμε σαν μη-φυσικές ποσότητες.

Στο σημείο αυτό, αναφέρουμε πως για να επιτύχουμε την αναπαραγωγή του πειραματικού φάσματος του θυγατρικού πυρήνα, μετά τον προσδιορισμό των παραμέτρων g_{pp} και g_{ph} , είναι απαραίτητη και η μετατόπιση ολόκληρου του φάσματος του θυγατρικού πυρήνα, όπως αυτό υπολογίστηκε, χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο. Η μετατόπιση αυτή γίνεται με τέτοιο τρόπο κάθε φορά, ώστε η πρώτη τιμή της ενέργειας που υπολογίζεται για κάθε πολυπολικότητα (π.χ 0^+ , 1^+ , $2^- \dots$ κτλ) να πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο την αντίστοιχη χαμηλότερη πειραματική ενέργεια. Αυτού του είδους η μετατόπιση είναι πάντα απαραίτητη όταν στους υπολογισμούς της pn-QRPA μεθόδου, γίνεται χρήση των BCS βασικών καταστάσεων. Η ίδια λογική ακολουθείται από πολλούς συγγραφείς [106, 184]. Να αναφέρουμε ότι παρόμοια μετατόπιση είναι απαραίτητη στους QRPA υπολογισμούς στα πλαίσια της διπλής β-διάσπασης, όπου οι διεγέρσεις που προέρχονται από τους ενδιάμεσους περιττούς-περιττούς πυρήνες μέσω των pn ή np αντιδράσεων από τους γειτονικούς πυρήνες δεν συμπίπτουν μεταξύ τους [106].

Για την αναπαραγωγή του φάσματος του θυγατρικού πυρήνα, θα πρέπει να τονίσουμε ότι χρησιμοποιούνται διάφοροι μέθοδοι. Πολλοί συγγραφείς προσδιορίζουν με το χέρι τις Woods-Saxon μονοσωματιδιακές ενέργειες για τα πρωτόνια και τα νετρόνια στην περιοχή των αντίστοιχων επιφανειών Fermi [148] και χρησιμοποιούν ελαφρώς διαφορετικά σετ μονοσωματιδιακών επιπέδων ενέργειας [96]. Επιπλέον, αναφέρουμε πως κάποιιοι άλλοι συγγραφείς για τον υπολογισμό των ενεργειών διεγερσης του θυγατρικού πυρήνα από την βασική κατάσταση του μητρικού άρτιου-άρτιου πυρήνα, μετατοπίζουν ολόκληρο το QRPA φάσμα περίπου κατά $\lambda_p - \lambda_n$, όπου $\lambda_p(n)$ είναι το χημικό δυναμικό των πρωτονίων (νετρονίων) [76].

Στην ενότητα που ακολουθεί, θα παρουσιαστούν αναλυτικά όλοι οι υπολογισμοί μας στα πλαίσια της BCS μεθόδου για την περιγραφή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα καθώς και της pn-QRPA μεθόδου για την περιγραφή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα.

3.8 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματά μας, στηριζόμενοι στο θεωρητικό κομμάτι της έρευνάς μας. Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενες ενότητες του Κεφαλαίου αυτού, πριν προχωρήσουμε στους υπολογισμούς των ενεργών διατομών των μελετούμενων ασθενών αλληλεπιδράσεων [σύλληψη μιονίων (Κεφ. 4) και ηλεκτρονίων (Κεφ. 5 και Κεφ. 6)] απαιτείται μια συνεπής περιγραφή της κατασκευής της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα καθώς και των πολυπολικών διεγέρσεων του θυγατρικού πυρήνα.

3.8.1 Προσδιορισμός του χώρου μοντέλου

Πριν περάσουμε στα βασικά χαρακτηριστικά κάθε μιας από τις παραπάνω καταστάσεις, η μελέτη μας θα ξεκινήσει από την περιγραφή του χώρου μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε σε κάθε μία περίπτωση ξεχωριστά. Οι πυρήνες που μελετήθηκαν στην παρούσα Διδακτορική Διατριβή είναι οι εξής: ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn , και ^{90}Zr . Αρχικά, ορίζουμε τον ενεργό χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για κάθε ισότοπο ξεχωριστά. Τονίσουμε ότι, ο χώρος μοντέλου που χρησιμοποιούμε είναι ο ίδιος για τα πρωτόνια και για τα νετρόνια και αποτελείται από τα επιμέρους τροχιακά (single particle j-shells) όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.1. Στον Πίνακα 3.1 παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές της παραμέτρου μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή, b , η παράμετρος που δείχνει την αδρανή καρδιά του ισότοπου (στην οποία τα νουκλεόνια δεν θεωρούνται ενεργά), τα ενεργά επίπεδα που θα θεωρήσουμε για κάθε πυρήνα με τους αντίστοιχους κύριους φλοιούς του αρμονικού ταλαντωτή καθώς και τα επιμέρους τροχιακά των κύριων φλοιών που χρησιμοποιούνται.

Να αναφέρουμε ότι η βάση που υιοθετήθηκε, αποτελείται από μονοσωματιδιακές κυματοσυναρτήσεις αρμονικού ταλαντωτή, του οποίου η παράμετρος μεγέθους, b προσδιορίζεται για κάθε ισότοπο ξεχωριστά μέσω των εμπειρικών σχέσεων [117]

$$\begin{aligned} b(\text{light}) &= 1.0056A^{1/6}, & \text{για ελαφρείς πυρήνες} \\ b(\text{heavy}) &= 0.8845\sqrt{A^{1/3} + 1.41}, & \text{για βαρείς πυρήνες.} \end{aligned} \quad (3.60)$$

όπου A είναι ο μαζικός αριθμός του υπό συζήτηση ισότοπου. Στην δική μας περίπτωση, για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες μας χρησιμοποιήσαμε την μέση τιμή των $b(\text{light})$ και $b(\text{heavy})$ δηλαδή $b = b(\text{mean}) = [b(\text{light}) + b(\text{heavy})]/2$. Οι ακριβέστερες διαθέσιμες εκφράσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων b [118], δεν δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.

3.8.2 Προσδιορισμός παραμέτρων στα πλαίσια της μεθόδου BCS

Για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των παραμέτρων g_{pair}^p και g_{pair}^n αντίστοιχα. Υπενθυμίζουμε ότι, οι παράμετροι αυτοί προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε η χαμηλότερη ενέργεια των ημι-σωματιδίων που λαμβάνεται επιλύοντας τις εξισώσεις χάσματος (Εξ. (3.28)) να αναπαράγουν τα αντίστοιχα θεωρητικά χάσματα που υπολογίζονται μέσω των Εξ. (3.29). Στον Πίνακα 3.2 παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές των παραμέτρων g_{pair}^p και g_{pair}^n καθώς και πειραματικά αλλά και θεωρητικά χάσματα.

Επειδή στους υπολογισμούς των πειραματικών χάσμάτων (Εξ. 3.29) υπεισέρχονται οι ποσότητες S_p και S_n (οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού) για τα πρωτόνια και τα νετρόνια αντίστοιχα του μητρικού πυρήνα (A, Z), και των γειτονικών πυρήνων ($A \pm 1, Z \pm 1$) και ($A \pm 1, Z$) στον Πίνακα ;; για διευκόλυνση του αναγνώστη παρουσιάζονται οι τιμές των ενεργειών διαχωρισμού για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες καθώς και των γειτονικών τους.

Πίνακας 3.1: Ο χώρος μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε με τις αντίστοιχες παραμέτρους του αρμονικού ταλαντωτή για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα παρουσιάζονται οι κύριοι φλοιοί N και τα επιμέρους τροχιακά που χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε πυρήνα.

Πυρήνας	b(h.o)	Χώρος Μοντέλου		
		Καρδιά	Ενεργά Επίπεδα	$N (\hbar\omega)$
^{28}Si	1.809	No	10	0,1,2,3
^{32}S	1.843	No	12	0,1,2,3,0 $g_{9/2}$,0 $g_{7/2}$
^{48}Ti	1.952	No	12	0,1,2,3,0 $g_{9/2}$,0 $g_{7/2}$
^{56}Fe	1.996	^{16}O	12	2,3,4
^{66}Zn	2.043	^{16}O	12	2,3,4
^{90}Zr	2.138	^{16}O	16	2,3,4,0 $h_{11/2}$,0 $h_{9/2}$,1 $f_{7/2}$,1 $f_{5/2}$

Πίνακας 3.2: Προσδιορισμός παραμέτρων για την κανονικοποίηση των ζευγών πρωτονίων, g_{pair}^p , και ζευγών νετρονίων, g_{pair}^n . Έχουν προσδιοριστεί με τέτοιο τρόπο ώστε τα αντίστοιχα πειραματικά χάσματα, Δ_p^{exp} και Δ_n^{exp} , να αναπαράγονται με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.

Πυρήνας	g_{pair}^n	g_{pair}^p	Δ_n^{exp} (MeV)	Δ_n^{theor} (MeV)	Δ_p^{exp} (MeV)	Δ_p^{theor} (MeV)
^{28}Si	1.1312	1.0601	3.1428	3.1429	3.0375	3.0377
^{32}S	0.8862	0.8230	2.0978	2.0979	2.0387	2.0386
^{48}Ti	0.9259	0.9833	1.5576	1.5578	1.9112	1.9111
^{56}Fe	0.9866	0.9756	1.3626	1.3626	1.5682	1.5683
^{66}Zn	1.0059	0.9271	1.7715	1.7716	1.2815	1.2814
^{90}Zr	0.9057	0.7838	1.8567	1.8568	1.1184	1.1183

3.8.3 Προσδιορισμός παραμέτρων στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA

Όπως αναφέραμε στην Ενότητα 3.7, για την ανακανονικοποίηση της εναπομένουσας δι-σωματιδιακής αλληλεπίδρασης (δυναμικό Bonn-CD) απαιτείται ο προσδιορισμός των παραμέτρων σωματιδίου-σωματιδίου, (g_{pp}) και σωματιδίου-οπής, (g_{ph}) που υπεισέρχονται στους πίνακες \mathcal{A} και \mathcal{B} των QRPA εξισώσεων. Οι παράμετροι αυτοί προσδιορίζονται, ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα, μέσω της αναπαράγωγής

Πίνακας 3.3: Οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού (σε MeV) για τα πρωτόνια και τα νετρόνια του πυρήνα-στόχου (A, Z) καθώς και των γειτονικών σε αυτόν πυρήνες $(A \pm 1, Z \pm 1)$ και $(A \pm 1, Z)$.

Πυρήνας	S_n			S_p		
	$(A - 1, Z)$	(A, Z)	$(A + 1, Z)$	$(A - 1, Z - 1)$	(A, Z)	$(A + 1, Z + 1)$
^{28}Si	13.315	17.180	8.474	8.271	11.585	2.749
^{32}S	13.055	15.044	8.642	7.296	8.864	2.277
^{48}Ti	8.880	11.627	8.142	8.486	11.445	6.758
^{56}Fe	9.298	11.197	7.646	8.067	10.184	6.028
^{66}Zn	7.979	11.059	7.052	7.454	8.924	5.269
^{90}Zr	9.318	11.970	7.194	7.077	8.355	5.159

του χαμηλής ενέργειας πειραματικού ενεργειακού φάσματος του θυγατρικού πυρήνα. Οι τιμές των παραμέτρων (g_{pp}) και (g_{ph}) για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες παρουσιάζονται αναλυτικά στους Πίνακες 3.4 και 3.5.

Αφού προσδιορίστηκαν οι παράμετροι (g_{pp}) και (g_{ph}) στην συνέχεια όπως άλλωστε αναφέραμε και αναλυτικά στην θεωρία, κρίνεται σκόπιμη η μετατόπιση ολόκληρου του φάσματος του θυγατρικού πυρήνα για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά, έτσι ώστε η πρώτη τιμή της ενέργειας που υπολογίζεται να πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο την αντίστοιχη χαμηλότερη πειραματική τιμή της ενέργειας. Αυτού του είδους η μετατόπιση είναι πάντα απαραίτητη όταν στους υπολογισμούς της pn-QRPA μεθόδου, γίνεται χρήση των BCS βασικών καταστάσεων. Οι τιμές της μετατόπισης του φάσματος κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά είναι τοποθετημένες στον Πίνακα 3.6.

3.8.4 Αναπαραγωγή Φάσματος Θυγατρικού Πυρήνα

Αφού προσδιορίσαμε όλες τις απαραίτητες παραμέτρους τόσο για την περιγραφή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα όσο και για την περιγραφή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα, στην ενότητα αυτή θα γίνει ο πρώτος έλεγχος της μεθόδου μας. Χρησιμοποιώντας για κάθε ισότοπο τον χώρο μοντέλου που φαίνεται στον Πίνακα 3.1, τις παραμέτρους που παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.2, 3.3, 3.4 και 3.5 καθώς και τις μετατοπίσεις του Πίνακα 3.6, κατασκευάζουμε το φάσμα του θυγατρικού πυρήνα για κάθε ισότοπο ξεχωριστά. Στα Σχήματα 3.5-3.10 παρουσιάζονται ένα προς ένα τα φάσματα όλων των θυγατρικών πυρήνων όλων των υπό μελέτη πυρήνων.

Παρατηρώντας τα παραπάνω Σχήματα (3.5- 3.10), βλέπουμε ότι για τις χαμηλές τιμές ενεργειών διέγερσης, ω , η συμφωνία των δύο φασμάτων είναι πάρα πολύ καλή.

Πίνακας 3.4: Προσδιορισμός παραμέτρων σωματίου-σωματίου (g_{pp}) και σωματίου-οπής (g_{ph}) για τους υπό μελέτη πυρήνες ^{28}Si , ^{32}S και ^{48}Ti και για όλες τις πολυπολικότητες.

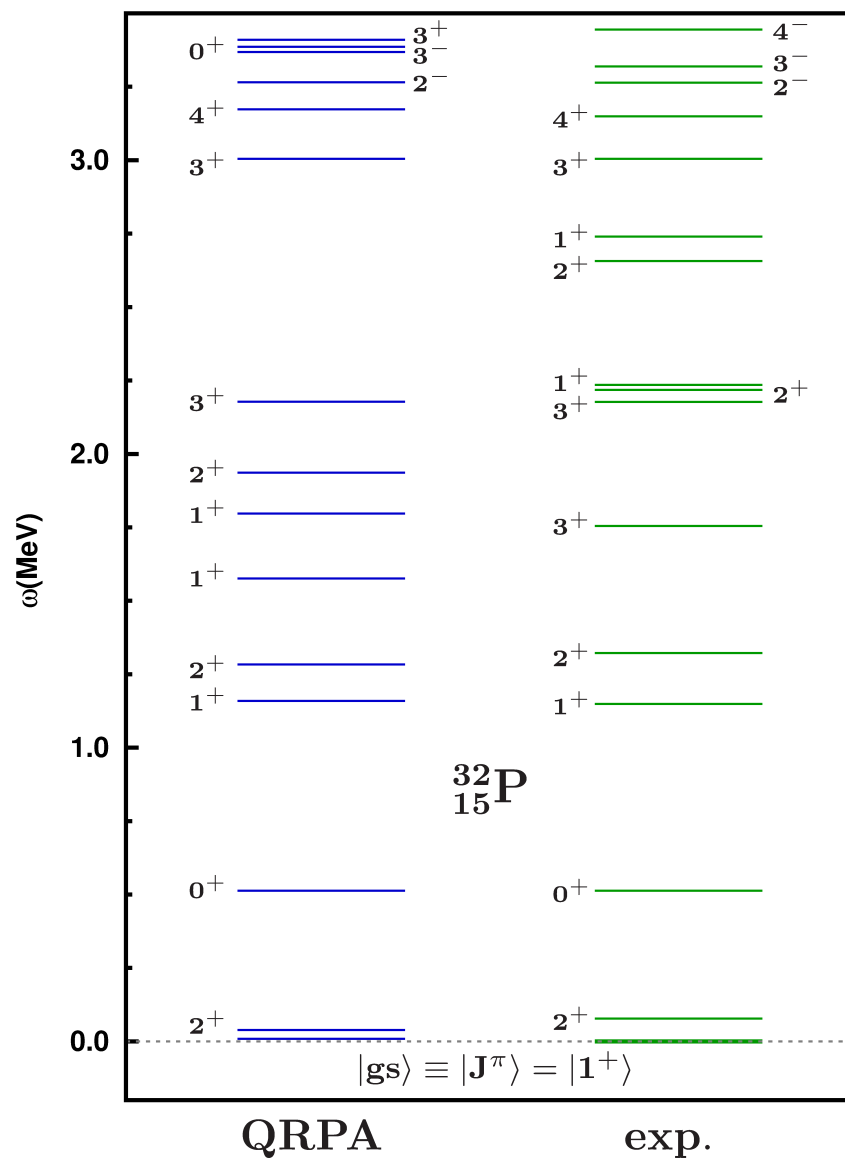
J^π	^{28}Si		^{32}S		^{48}Ti	
	g_{ph}	g_{pp}	g_{ph}	g_{pp}	g_{ph}	g_{pp}
0^+	1.153	1.004	0.934	0.859	1.200	0.646
0^-	1.000	1.000	0.200	1.300	1.000	1.000
1^+	1.200	0.200	0.340	0.581	1.300	0.723
1^-	1.000	1.000	0.466	0.621	1.000	1.000
2^+	0.599	1.273	1.193	1.082	0.302	1.021
2^-	1.202	0.689	0.717	0.223	0.915	0.200
3^+	0.200	0.745	0.207	1.098	0.210	0.966
3^-	1.006	1.066	1.160	0.455	0.202	0.371
4^+	0.200	1.200	0.683	1.200	0.200	0.295
4^-	0.504	1.191	0.200	0.872	1.200	0.339
5^+	1.000	1.000	0.200	1.300	0.200	0.200
5^-	0.317	1.200	1.200	1.247	1.000	1.000

Μέσω της σύγκρισης αυτής πραγματοποιήθηκε και ο πρώτος έλεγχος της μεθόδου μας. Τα αποτελέσματα μας ήταν πολύ ικανοποιητικά και αποκτήσαμε μεγάλη αξιοπιστία για την μέθοδό μας.

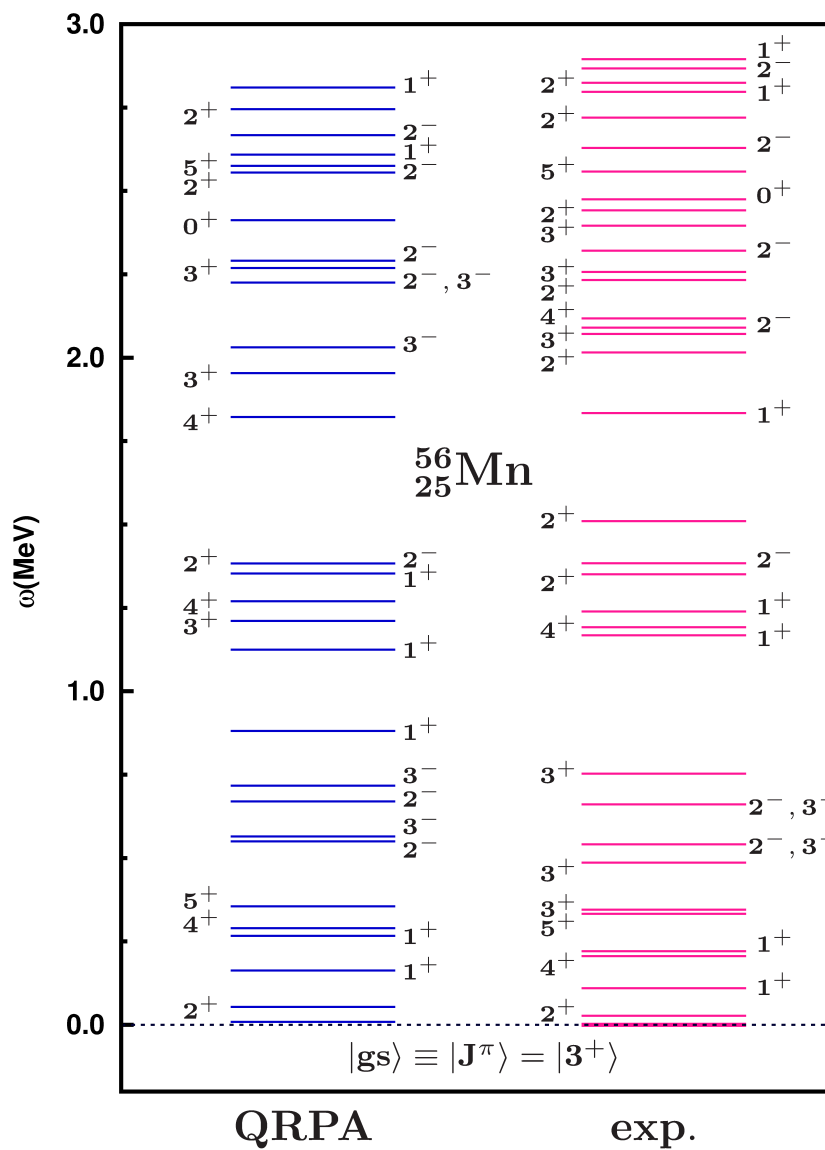
Έχοντας πλέον αποκτήσει ισχυρή αξιοπιστία για την μέθοδό μας, στα επόμενα Κεφάλαια, τα επόμενα στάδια της παρούσας έρευνας, στηρίζονται πάντα στην ίδια μέθοδο και θα μελετηθούν αναλυτικά ασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων που παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση. Στο Κεφ. 4 θα μελετήσουμε αναλυτικά την διαδικασία της σύλληψης μιονίων από πυρήνες. Αν και η μιονική σύλληψη δεν παίζει σημαντικό ρόλο στην νουκλεοσύνθεση, παρ' όλα αυτά η μελέτη της θα μας βοηθήσει στο να αποκτήσουμε ακόμα μεγαλύτερη αξιοπιστία στην μέθοδό μας καθώς είναι μια από τις λίγες ασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων που έχουν μελετηθεί αναλυτικά και έχουμε στην διαθεσή μας αρκετά, ήδη υπάρχοντα πειραματικά αλλά και θεωρητικά αποτελέσματα. Στην συνέχεια, στα Κεφ. 5 και 6 θα μελετήσουμε αναλυτικά την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες τόσο κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, όσο και υπό πραγματικές συνθήκες, δηλαδή υπό τις συνθήκες που επικρατούν σε έναν αστέρα, τονίζοντας και τον πολύ σημαντικό ρόλο που διακατέχει η διαδικασία αυτή στην πυρηνοσύνθεση.

Πίνακας 3.6: Η μετατόπιση του φάσματος σε MeV για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά

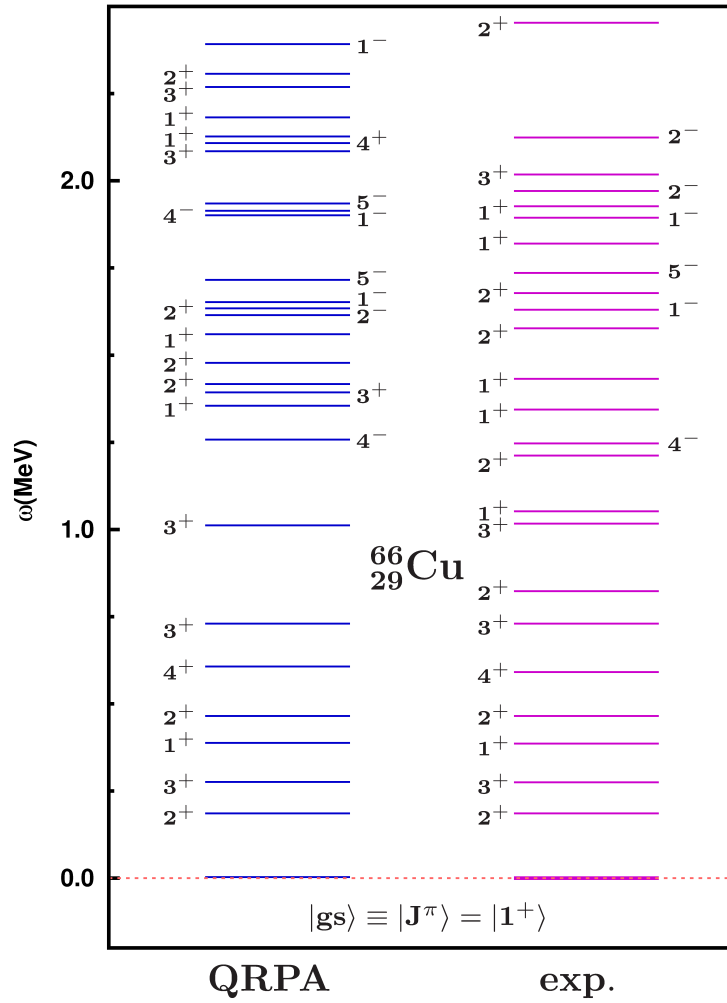
Καταστάσεις Θετικής Ομοτιμίας						
J^π	^{28}Si	^{32}S	^{48}Ti	^{56}Fe	^{66}Zn	^{90}Zr
0^+	2.60	0.00	0.65	1.60	0.90	1.00
1^+	5.00	2.50	2.65	5.90	2.50	2.85
2^+	4.35	2.43	2.10	3.10	2.55	2.78
3^+	5.90	0.00	2.70	2.30	2.50	2.82
4^+	4.90	3.56	3.25	2.50	1.75	0.00
5^+	2.70	0.84	3.35	2.00	0.55	2.40
Καταστάσεις Αρνητικής Ομοτιμίας						
J^π	^{28}Si	^{32}S	^{48}Ti	^{56}Fe	^{66}Zn	^{90}Zr
0^-	4.20	1.00	4.00	4.30	5.00	4.47
1^-	4.40	4.05	4.00	4.20	6.80	4.30
2^-	5.80	4.40	5.10	6.80	3.85	2.39
3^-	6.00	3.98	4.10	6.80	2.60	2.59
4^-	5.00	2.57	4.25	3.50	3.55	1.30
5^-	6.50	0.00	3.05	3.50	3.00	0.00



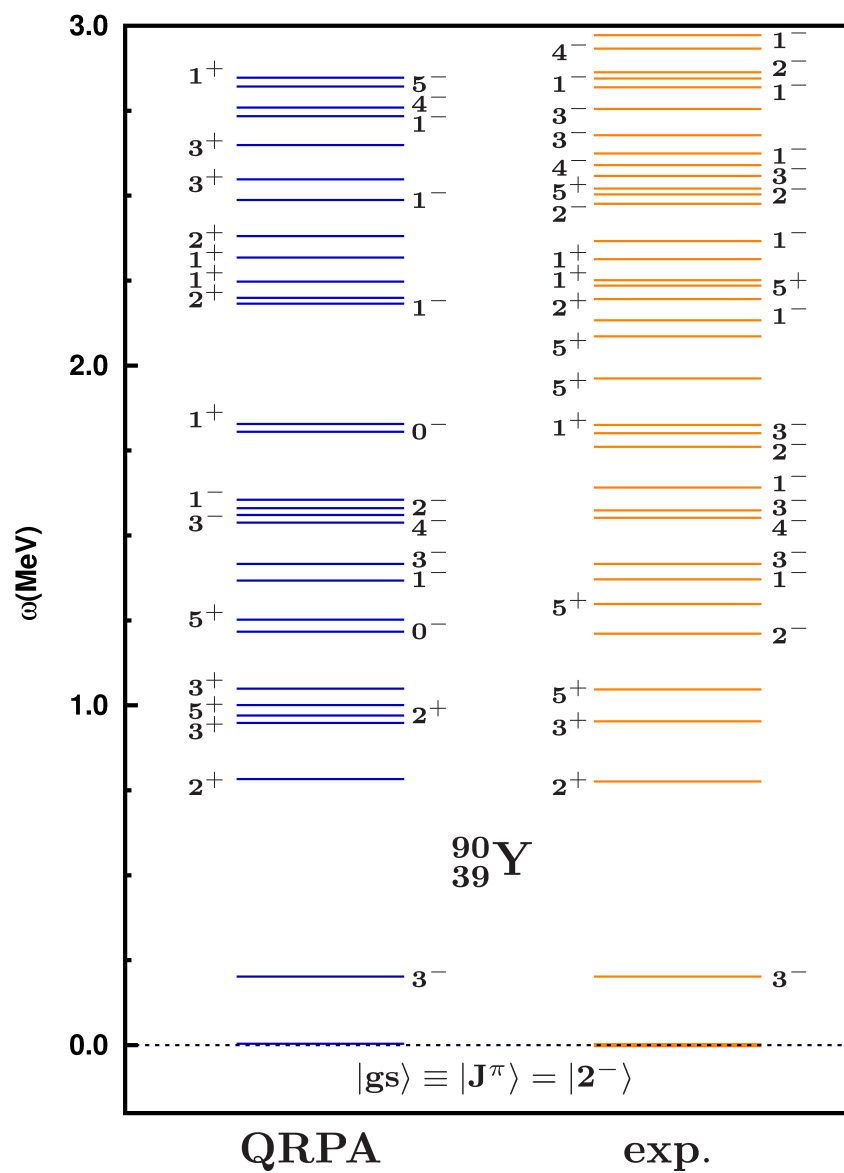
Σχήμα 3.6: Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ${}^{32}\text{P}$



Σχήμα 3.8: Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ^{56}Mn



Σχήμα 3.9: Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ${}^{66}\text{Cu}$



Σχήμα 3.10: Ίδιο με το Σχήμα 3.5 αλλά για την περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα του ${}^{90}\text{Y}$

Κεφάλαιο 4

Λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε υπολογισμούς των ρυθμών σύλληψης μιονίων μίας ομάδας ισοτόπων που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα από ελαφρά μέχρι ενδιάμεσου βάρους πυρηνικά ισότοπα ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr . Η μελέτη της σύλληψης μιονίων από πυρήνες ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων η περιγραφή των οποίων πραγματοποιείται στα πλαίσια της pn-QRPA [92–101] που περιγράψαμε στο Κεφ. ;;. Για την περιγραφή των πυρηνικών δυνάμεων χρησιμοποιείται το δυναμικό ανταλλαγής ενός μποζονίου Bonn C-D.

Οι υπολογισμοί του κεφαλαίου αυτού περιλαμβάνουν τα εξής στάδια: Στο πρώτο στάδιο γίνεται λεπτομερής μελέτη των αποκλειστικών ρυθμών (exclusive rates) κάθε συνόλου πολυπολικών καταστάσεων (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$). Στο δεύτερο στάδιο της μελέτης μας, υπολογίσαμε τους μερικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων (partial rates) εξετάζοντας την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στους ολικούς ρυθμούς σύλληψης ($J^\pi \leq 5^\pm$) και υπολογίζοντας αναλυτικά τα ποσοστά συνεισφορά τους. Στο τελευταίο στάδιο του παρόντος κεφαλαίου, παρουσιάζουμε τους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.

Ο κύριος στόχος της μελέτης της σύλληψης μιονίων από πυρήνες όπως περιγράφεται στο παρόν Κεφάλαιο είναι να παρέχουμε μία αξιόπιστη περιγραφή των στοιχείων πίνακα φορτισμένων ρευμάτων που υπεισέρχονται στην περιγραφή όλων των παρόμοιων ημι-λεπτονικών διαδικασιών, όπως των αντιδράσεων σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες (e^- -capture), της β -διάσπασης (beta-decay), της διπλής β -διάσπασης (double beta-decay) και της αντίδρασης φορτισμένου ρευματος νετρίνου-πυρήνα (neutrino-nucleus reactions). Όλες αυτές οι αντιδράσεις παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο σε πρόσφατα αναπτυσσόμενες εφαρμογές τόσο στα πειράματα όσο και στην αστροφυσική, όπως στην νετρίνο-πυρηνοσύνθεση και ανίχνευση νετρίνων

μέσω των αντιδράσεων λεπτονίων-πυρήνα.

4.2 Μιονική Σύλληψη

Όταν τα αρνητικά μίονια μ^- παράγονται σε ένα εργοστάσιο μεσονίων, επιβραδύνονται στην ύλη και έτσι είναι πιθανό να συλληφθούν σε ατομικές τροχιές. Στη συνέχεια ένας γρήγορος ηλεκτρομαγνητικός καταγισμός οδηγεί τα μίονια να μεταπέσουν σε ενδότερες κβαντικές τροχιές (1s or 2p) σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα ($\sim 10^{-13} \text{sec}$ για τον ^{12}C) συγκρινόμενο με τον μέσο χρόνο ζωής του ($\sim 2.2 \cdot 10^{-6} \text{sec}$). Έτσι έχουμε την παραγωγή μιονικών ατόμων [45–49]. Ένα δέσμιο στο άτομο μίονιο μπορεί *i*) είτε να διασπαστεί, γνωστή ως διάσπαση μιονίου στην τροχιά (muon decay in orbit), περιγραφόμενο ως εξής:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (4.1)$$

(η πιθανότητα διάσπασης σε αυτή την περίπτωση είναι διαφορετική από την πιθανότητα ενός ελεύθερου μιονίου) *ii*) είτε μπορεί να συλληφθεί απο κάποιον πυρήνα. Τα σημαντικότερα κανάλια μιονικής σύλληψης που παρατηρήθηκαν είναι:

- Η συνήθης σύλληψη του μ^- από τον πυρήνα (ordinary muon capture)

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1)^* + \nu_\mu, \quad (4.2)$$

η οποία αποτελεί ένα απο τα πιο ευαίσθητα κανάλια της μιονικής σύλληψης [45, 48, 57, 59–61, 64–72, 74–77].

- Η σπανιότερη σύλληψη του μ^- με εκπομπή φωτονίου (radiative muon capture)

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_\mu + \gamma, \quad (4.3)$$

Αυτό το κανάλι συνεισφέρει μόνο $\sim 10^{-5} - 10^{-4}$ στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης [81–84].

- Η σύλληψη του μ^- που έχει σαν συνέπεια την άμεση (direct) εκπομπή νετρονίων [85–87]

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A - 1, Z - 1) + \nu_\mu + n, \quad (4.4)$$

Η εκπομπή αυτή δικαιολογείται από το ό,τι η μέση ενέργεια διέγερσης του πυρήνα κατά την σύλληψη μ^- ($\simeq 15 - 20 \text{ MeV}$ [88]) είναι μεγαλύτερη απο την ενέργεια κατωφλίου εκπομπής νετρονίου σ' όλους τους σύνθετους πυρήνες και έτσι είναι δυνατόν η αποδιέγερσή τους να συνοδεύεται από εκπομπή νετρονίων ή πρωτονίων.

Η έρευνα της παρούσας εργασίας επικεντρώνεται στην αναλυτική μελέτη της συνήθους σύλληψης μιονίου που έχει την κύρια συμβολή στον ολικό ρυθμό σύλληψης μιονίων. Η αντίδραση (4.2) αποτελεί την συμβίωση ατομικής, σωματιδιακής και πυρηνικής φυσικής, που απασχόλησε τόσο την πειραματική όσο και την θεωρητική έρευνα [45, 48, 57, 59–61, 70–72] από τις αρχές της δεκαετίας του 1950 καθώς η μελέτη της σύλληψης μιονίων παρέχει πολλά πλεονεκτήματα και στην μελέτη της πυρηνικής δομής και στην θεμελιώδη φύση των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Πρόσφατα αναβίωσε και πάλι το ενδιαφέρον για την έρευνα την σύλληψης μιονίων [74–77] εξαιτίας του σημαντικού της ρόλου στον έλεγχο των πυρηνικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν σε αρκετές εφαρμογές στην φυσική και στην αστροφυσική [90, 148, 169]. Έτσι η μελέτη της σύλληψης μιονίων είναι πολύ συχνά ένα χρήσιμο εργαλείο για τον έλεγχο των υπολογισμών, που παρέχονται με ποικίλες πυρηνικές μεθόδους, που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων [50, 60] όπως η σύλληψη ηλεκτρονίων στους αστέρες [148, 169] που είναι κρίσιμης σημασίας στην κατάρρευση ενός αστέρα σουπερνόβα, στην σκέδαση νετρίνων-πυρήνα [148, 169] που είναι επίσης πολύ σημαντική στους αστέρες και στην ανίχνευση νετρίνων [90, 169] και άλλων αντιδράσεων [54].

Όλες οι παραπάνω αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων μπορούν να μελετηθούν αφού πρώτα γίνει ο έλεγχος της μεθόδου μας μέσω της μελέτης της αντίδρασης σύλληψης μιονίου. Η τελευταία αντίδραση προτιμάτε για τον έλεγχο της μεθόδου μας καθώς υπάρχουν περισσότερα πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα εξαιτίας του γεγονότος ότι η σύλληψη μιονίου είναι μια διαδικασία που χαρακτηρίζεται από μεγάλη μεταφερομένη ορμή q και έτσι παρέχει πολύτιμες πληροφορίες που δεν μπορούν να παρέχουν άλλες αντιδράσεις όπως η β -διάσπαση. Επιπλέον υπάρχει μια αμοιβαία σύνδεση μεταξύ της σύλληψης μιονίου και των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που προκαλούνται από αντινετρίνα (antineutrino induced charged current reactions), καθώς και οι δύο περιγράφονται από τα ίδια πυρηνικά στοιχεία πίνακα και πηγαίνουν από την ίδια αρχική στην ίδια τελική πυρηνική κατάσταση. Αυτός είναι και ο κύριος λόγος της μελέτης μας στην διαδικασία σύλληψης μιονίου, να παρέχουμε με την μέθοδο μας μια αξιόπιστη περιγραφή τέτοιων μεταπτώσεων πυρηνικών στοιχείων πίνακα που χρησιμοποιούνται σε όλες τις ημι-λεπτονικές αντιδράσεις [104–106, 108, 109, 184]. Έχοντας αυτό σαν στόχο, το πρώτο στάδιο της έρευνάς μας διεξάγουμε λεπτομερή μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου. Εν συνεχεία έχοντας αποκτήσει ένα υψηλό επίπεδο αξιοπιστίας της μεθόδου μας, στο επόμενο στάδιο θα γίνει λεπτομερής μελέτη της αντίδρασης σύλληψης ηλεκτρονίου αρχικά υπό συνθήκες εργαστηρίου (Κεφ. ;;) και στη συνέχεια λαμβάνοντας υπόψη τις αστροφυσικές συνθήκες (Κεφ. ;;).

4.3 Κινηματική διαδικασία σύλληψης μιονίου

Στην στοιχειώδη αντίδραση σύλληψης μιονίου από πυρήνες έχουμε στην αρχική κατάσταση του συστήματος τον πυρήνα (A, Z) στην κατάσταση $|i\rangle \equiv |0_{g.s}^+\rangle$ με αρχική

τετραορμή $P_i = (E_i, \mathbf{0})$ να αλληλεπιδρά με ένα μόνιο μ^- , με ενέργεια σύνδεσης ϵ_b το οποίο βρίσκεται στην τροχιά 1s γύρω του έχοντας τετραορμή $k_i = (\epsilon_\mu, \mathbf{k}_\mu)$ μέσω ανταλλαγής φορτισμένων μποζονίων W^- . Στην τελική κατάσταση έχουμε τον θυγατρικό πυρήνα $(A, Z-1)$ σε μία διεγερμένη κατάσταση $|f\rangle$ με τελική τετραορμή $P_f = (E_f, \mathbf{P}_f)$ και ένα νεutrino που εκπέμπεται με τετραορμή $k_f = (\epsilon_{\nu_\mu}, \mathbf{k}_{\nu_\mu})$. Στην περιπτωσή μας, θα θεωρήσουμε από εδώ και στο εξής ως αρχική ενέργεια του μιονίου την ενέργεια ηρεμίας του μείον την ενέργεια σύνδεσης, $\epsilon_\mu = m_\mu - \epsilon_b$, η αρχική ορμή του μιονίου είναι μηδεν καθώς μιλάμε για δέσμιο μόνιο, στον τελικό πυρήνα δεν λαμβάνουμε υπόψη την ενέργεια ανάκρουσης, και $E_f - E_i = Q_\mu + \omega$ καθώς οι δυο πυρήνες εκτός του ότι είναι σε διαφορετική κατάσταση είναι και διαφορετικοί μεταξύ τους.

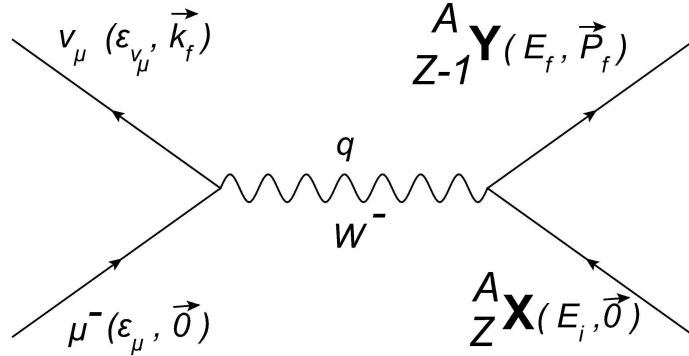
Έτσι για τον υπολογισμό της 4-ορμής έχουμε:

$$\begin{aligned} q^\lambda q_\lambda &= (\epsilon_\mu - \epsilon_{\nu_\mu})^2 - (\mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}_{\nu_\mu})^2 \\ &= \epsilon_\mu^2 - k_\mu^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} [1 - \alpha \cos\theta] \\ &= (m_\mu - \epsilon_b)^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} [1 - \alpha \cos\theta] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Και αντίστοιχα για την 3-ορμή:

$$\begin{aligned} q_\lambda^2 &= q_0^2 - \mathbf{q}^2 \Rightarrow \\ \mathbf{q}^2 &= (E_f - E_i)^2 - q_\lambda^2 \\ &= (Q_\mu + \omega)^2 - (m_\mu - \epsilon_b)^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} [1 - \alpha \cos\theta] \end{aligned} \quad (4.6)$$

όπου $\alpha = [1 - (m_\mu/\epsilon_\mu)]^{1/2}$.



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα Feynman της διαδικασίας σύλληψης μιονίου.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στους κόμβους (1) και (2) στο διάγραμμα Feynman που φαίνεται στο Σχήμα (4.1) υπολογίζουμε την ενέργεια του εξερχόμενου νεutrino ως:

$$\epsilon_{\nu_\mu} = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f \quad (4.7)$$

Στη συνέχεια, θεωρώντας την μάζα του νετρίνου μηδενική και $\hbar = c = 1$ από την σχέση ορμής -ενέργειας $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ βρίσκουμε το μέτρο της ορμής του νετρίνου ίσο με μέτρο της ενέργειας. Όμως προσεγγιστικά και μέσω του διαγράμματος Feynman το μέτρο της μεταφερομένης ορμής 3-ορμής υπολογίζεται ως [75, 119]:

$$q \equiv q_f = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f \quad (4.8)$$

4.4 Φορμαλισμός Σύλληψης Μιονίου

Η συνηθισμένη διαδικασία σύλληψης μιονίου, η οποία λαμβάνει χώρα στα μιονικά άτομα και αναπαριστάται μέσω της Εξ. (4.2) περιγράφεται μέσω της Χαμιλτονιανής που περιγράφει τις φορτισμένου ρεύματος ασθενείς αντιδράσεις, η οποία όπως αναφέραμε και προηγουμένως (βλέπε Κεφ. ;;) γράφεται σαν το γινόμενο λεπτονικού, j_μ^{lept} , και αδρονικού ρεύματος, \hat{J}^μ , ως [58, 59, 94, 97]:

$$\hat{H}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} j_\mu^{lept} \hat{J}^\mu \quad (4.9)$$

Από πυρηνικής άποψης, ο κύριος στόχος είναι να υπολογίσουμε τους μερικούς και ολικούς ρυθμούς σύλληψης της αντίδρασης (4.2), οι οποίοι στηρίζονται στον υπολογισμό των πολυ σημαντικών, όπως προαναφέραμε, πυρηνικών στοιχείων πίνακα των αποκλειστικών μεταπτώσεων της μορφής:

$$\langle f | \hat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} \langle f | \hat{J}_\mu | i \rangle. \quad (4.10)$$

όπου η ολοκλήρωση γίνεται στην περιοχή του πυρηνικού συστήματος. Η ποσότητα $\ell^\mu e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}}$ αναφέρεται στα λεπτονικά στοιχεία πίνακα γραμμένα σε καρτεσιανές συντεταγμένες και \mathbf{q} είναι η μεταφερομένη 3-ορμή. Το μέτρο της μεταφερομένης 3-ορμής προέρχεται από την κινηματική (δες Υποενότητα 4.3) της διαδικασίας σύλληψης μιονίου και προσεγγιστικά δίνεται από μέσω της σχέσης [75, 119] $q \equiv q_f = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f$.

4.5 Ρυθμοί Μιονικής Σύλληψης

Σε μία ενοποιημένη περιγραφή των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων στους πυρήνες η οποία αναπτύχθηκε από τους Donnelly και Walecka [55–59], οι υπολογισμοί των πλατών μετάπτωσης της Εξ. (Δ'.3) βασίζονται στην πολυπολική ανάλυση των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος η οποία οδηγεί σε ένα σύνολο οκτώ ανεξάρτητων μη-αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών (δες Appendix ;;). Στην έρευνά μας, υποθέτουμε ότι οι pn-QRPA διεγέρσεις $|J_m^\pi\rangle$ έχουν

καλούς χβαντικούς αριθμούς του σπιν (J), της ομοτιμίας (π) και ενέργειας που είναι βασική προϋπόθεση για είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος Donnelly-Walecka. Σε αυτό το πνεύμα οι υπολογισμοί των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης είναι γραμμένοι σε όρους των οκτώ διαφορετικών πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταξύ της αρχικής $|J_i\rangle$ και τελικής $|J_f\rangle$ κατάστασης ως:

$$\Lambda_{i \rightarrow f} = \frac{2G^2 q_f^2}{2J_i + 1} R_f \left[|\langle J_f | \Phi_{1s}(\widehat{M}_J - \widehat{L}_J) | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \Phi_{1s}(\widehat{T}_J^{el} - \widehat{T}_J^{magn}) | J_i \rangle|^2 \right] \quad (4.11)$$

όπου Φ_{1s} αναπαριστά την κυματική συνάρτηση του μιονίου στην $1s$ μιονική τροχιά. Ο όρος R_f λαμβάνει υπόψη την ανάκρουση του πυρήνα και γράφεται ως $R_f = \left(1 + q_f/M_{targ}\right)^{-1}$, με την μάζα του πυρήνα-στόχου να συμβολίζεται με M_{targ} . Για περισσότερες λεπτομέρειες για την κυματοσυνάρτηση του μιονίου δες το Παράρτημα 4.1.

Στα πλαίσια της συνηθισμένης λήψης μιονίων σε σύνθετους πυρήνες ($A \geq 12$), η πυρηνική απόκριση διέπεται από την μεταφορά της ορμής q της Εξ.(4.8) δηλαδή από την μεταφορά ενέργειας στο θυγατρικό πυρήνα της τάξης της μάζας m_μ μείον την ενέργεια σύνδεσης ϵ_b του μιονίου στο μιονικό ατόμο, που περιορίζεται από κάτω από τη διαφορά μάζας του αρχικού και τελικού πυρήνα και από πάνω από τη μάζα του μιονίου [δείτε Εξ. (4.8)]. Ο χώρος των φάσεων και η πυρηνική απόκριση ευνοούν χαμηλότερες πυρηνικές διεγέρσεις, συγκεκριμένα αναμένεται να κυριαρχήσουν οι πυρηνικές καταστάσεις στην περιοχή γιγαντιαίου συντονισμού [50].

Στην υπολογιστική μας διαδικασία ακολουθήσαμε τρία στάδια. (i) Στο πρώτο βήμα εκτελέσαμε ρεαλιστικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς -κατάσταση των αποκλειστικών ρυθμών σύλληψης μιονίου OMC στα ισότοπα ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr , ένα σύνολο που καλύπτει ένα αρκετά ευρύ φάσμα του περιοδικού πίνακα από ελαφρείς μέχρι μεσαίου βάρους μητρικούς πυρήνες. Στις ηλεκτρομαγνητικές και τις ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, η σταθερά της ελεύθερης σύζευξης νουκλεονίου g_A , όπου επηρεάζεται στους παραπάνω υπολογισμούς μέσω των παραγόντων δομής(δες Παράρτημα Δ.7), πρέπει να τροποποιηθεί για τους μεσαίου βάρους και βαρείς πυρήνες [74,75]. Έτσι και στην έρευνά μας στην μ -σύλληψη για τα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn , ^{90}Zr πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς κατάστασης -προς -κατάσταση χρησιμοποιώντας $g_A = 1.135$ (μια τιμή μικρότερη κατά περίπου 10-12% σε σύγκριση με το $g_A = 1.262$), ώστε να ληφθεί υπ' όψην το μάλλον μικρό αποτέλεσμα quenching που αναφέρεται για πυρήνες μεσαίου βάρους [74,75,113,114]. Επίσης, επικεντρωθήκαμε στη μελέτη του σχετικού πλάτους μετάπτωσης, από τις συνεισφορές των πολικών διανυσμάτων και αξονικών διανυσμάτων για κάθε διεγέρση ξεχωριστά, που προκαλείται από την αντίστοιχη συνιστώσα των τελεστών μιονικής σύλληψης. (ii)

Στο δεύτερο στάδιο των υπολογισμών μας, εξετάσαμε την κυριαρχία των πολυπολικότητων χαμηλού σπιν στο συνολικό ποσοστό της μ^- -σύλληψης. Υπολογίσαμε επίσης το ποσοστό της συμβολής τους στο συνολικό ποσοστό για τις πιο σημαντικές πολυπολικότητες. (iii) Στο τελευταίο βήμα, αξιολογήσαμε τα συνολικά ποσοστά

της σύλληψης μιονίου για το ανωτέρω σύνολο των ισοτόπων. Για όλους τους παραπάνω υπολογισμούς, οι απαιτούμενες κυματοσυναρτήσεις (για την αρχική (βασική) κατάσταση και για όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις) κατασκευάστηκαν από την επίλυση των BCS και QRPA εξισώσεων, αντίστοιχα, όπως περιγράφεται προηγουμένως (βλ. Κεφ. ;;).

4.5.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Αρχικά υπολογίσαμε τα αποκλειστικούς ρυθμούς (exclusive rates) της μ^- σύλληψης της Εξ. (4.11) για όλες τις πολυπολικότητες με $J^\pi \leq 5^\pm$. Στην Εξ. (4.11) λαμβάνονται υπ'οψήν μεταβάσεις μεταξύ της βασικής κατάστασης $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$ ενός σφαιρικού στόχου-πυρήνα και μιας διεγερμένης κατάστασης $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$ του προκύπτοντος περιττού - περιττού πυρήνα. Στις περισσότερες από τις προηγούμενες μελέτες χρησιμοποιούνταν μια μέση τιμή της κυματοσυνάρτησης μιονίου $\Phi^\mu(r)$, με το r να είναι σφαιρική συντεταγμένη (βλέπε Παράρτημα 5.1). Ωστόσο, μια ακριβής περιγραφή της αντίδρασης (4.2), και οποιασδήποτε αντίδρασης που έχει την ίδια αρχική κατάσταση με αυτή, απαιτεί την ακριβή κυματοσυνάρτηση του μιονίου, που προέρχεται από την επίλυση της εξίσωσης του Schrodinger (ή των εξισώσεων Dirac) που υπακούει ένα δέσμιο μόνιο εντός του διευρυμένου πεδίου Coulomb του πυρήνα σε τέτοια μιονικά άτομα [74, 79, 80]. Επιπλέον, υποθέτοντας, ότι η κυματοσυνάρτηση του μιονίου στην περιοχή του πυρηνικού στόχου είναι σχεδόν σταθερή, τα ολοκληρώματα που εισέρχονται στην Εξ. (4.11) μπορούν να υπολογιστούν αφαιρώντας από αυτά μια μέση τιμή $\langle\Phi_{1s}\rangle$. Ως εκ τούτου, τα αποκλειστικά ποσοστά της σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J_f^\pi}$ μπορούν να γραφούν ως:

$$\Lambda_{gs \rightarrow J_f^\pi} \equiv \Lambda_{J_f^\pi} = 2G^2 \langle\Phi_{1s}\rangle^2 R_f q_f^2 \left[\left| \langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{M}}_J - \widehat{\mathcal{L}}_J) \| 0_{gs}^+ \rangle \right|^2 + \left| \langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{T}}_J^{el} - \widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}) \| 0_{gs}^+ \rangle \right|^2 \right] \quad (4.12)$$

Με βάση την τελευταία έκφραση, αρχικά, εκτελέσαμε υπολογισμούς κατάστασης-προς-κατάσταση, για το παραπάνω σύνολο των πυρηνικών ισοτόπων, χρησιμοποιώντας τη σταθερά σύζευξης ελευθέρων πυρήνων g_A στον παράγοντα δομής αξονικού διανύσματος (axial-vector form factor). Στη συνέχεια, επαναλάβουμε αυτούς τους υπολογισμούς (με εξαίρεση τα ισότοπα ^{28}Si και ^{32}S) λαμβάνοντας υπόψη τον παράγοντα μείωσης (quenching factor) της σταθεράς σύζευξης, έχοντας $g_A = 1.135$.

Για κάθε διέγερση του θυγατρικού πυρήνα, ο κώδικας pn-QRPA μας παρέχει τις ξεχωριστές συνεισφορές που προκαλούνται από τις συνιστώσες του τελεστή της μιονικής σύλληψης. Στηριζόμενοι σε αυτή την δυνατότητα, εξετάσαμε την πολυπολική ανάλυση της απόκρισης της QRPA στην αντίδραση σύλληψης μιονίων για τους πυρήνες που μελετήθηκαν. Στα σχήματα που ακολουθούν και αναφέρονται στους αποκλειστικούς ρυθμούς σύλληψης κάθε πυρήνα, απεικονίζεται η συνεισφορά της κάθε ξεχωριστής μετάβασης. Δείχνουμε επίσης τη συνεισφορά κάθε μετάβασης

στο κομμάτι που προέρχεται από τον όρο του πολικού διανύσματος καθώς και του αξονικού διανύσματος, που προήλθαν από τις αντίστοιχες συνιστώσες της χαμιλτονιανής των ασθενών αλληλεπιδράσεων (βλέπε Κεφ. ;;). Το μεγαλύτερο μέρος των αποκλειστικών ρυθμών σύλληψης μιονίων προέρχεται από τις 1^- , 1^+ και 2^- πολυπολικές μεταβάσεις αναφερόμενες ως γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός (giant dipole resonance), συντονισμός σπιν (spin resonance) και συντονισμός διπολικού-σπιν (spin-dipole resonance).

Όπως προαναφέρθηκε, ο κώδικας μας, αρχικά, μας δίνει αποτελέσματα για τους ρυθμούς της μιονικής σύλληψης $\Lambda_{J_f^\pi}$ ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα με $J^\pi \leq 5^\pm$. Προκειμένου να μελετηθεί η εξάρτηση των ρυθμών αυτών από την ενέργεια διέγερσης ω καθ' όλο το φάσμα pn-QRPA των θυγατρικών ισotόπων, είναι απαραίτητη μια αναδιάταξη όλων των δυνατών διεγέρσεων σε αύξουσα σειρά σε σχέση με τα ω και με τις αντίστοιχες τιμές. Αυτό πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα ειδικό κώδικα (SORTBULL κατάλληλο για πίνακες). Για όλες τις αντιδράσεις, οι αποκλειστικοί ρυθμοί σύλληψης παρουσιάζουν κάποιες χαρακτηριστικές αναμφισβήτητα έντονες κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης ω και ειδικά για τις μεταβάσεις $J^\pi = 1^+, 1^-$, καθώς και για τις μεταβάσεις $J^\pi = 0^+, 0^-$ και 2^- .

Σχετικά με την έντονη συμβολή της 1^- πυρηνικής απόκρισης, η οποία δίνει πάντα την κύρια συμβολή στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης (βλ. 4.5.3), αυτό οφείλεται στην isoscalar κίνηση των νουκλεονίων στο μέσο πεδίο (δίπολική ταλάντωση ολόκληρου του πυρήνα). Οι κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις $J^\pi = 1^-$ μπορούν να συγκριθούν με την εμπειρική έκφραση, για τα μεσαίου βάρους και βαρέα ισότοπα, η οποία δίνει την ενεργειακή θέση του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού, E_{IVD} , που βασίζεται στα μοντέλα των Jensen-Steinwedel και Goldhaber-Teller (μια υδροδυναμική άποψη του γιγαντιαίου συντονισμού) ως [123]

$$E_{IVD} = 31.2A^{-1/3} + 20.6A^{-1/6} \quad (4.13)$$

(όπου A είναι η ατομική μάζα του πυρήνα). Όπως θα δούμε στις ακόλουθες ενότητες η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με τον παραπάνω εμπειρικό τύπο είναι πολύ καλή. Επιπλέον, τα αποτελέσματα μας είναι σε καλή συμφωνία με τα συμπεράσματα της αν. [76], όπου οι συγγραφείς αναφέρουν ότι για τα σταθερά ισότοπα του Ni ($^{58,60,62}Ni$) η κορυφή εμφανίζεται στην περιοχή των 18-19 MeV. Σημειώνουμε ότι παρόμοιο συμπέρασμα εξάγεται από τη μελέτη της αντιδράσης φορτισμένου ρεύματος $^{56}Fe(n_e, e^-)^{56}Co$ από τους Kolbe και Langanke [90], όπου η κορυφή του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού εμφανίζεται περίπου στα 17 MeV (βλέπε σχήμα 1 της αν. [90]).

Σε γενικές γραμμές συμπεραίνουμε ότι, ένα μεγάλο μέρος του ποσοστού OMC προέρχεται από την περιοχή της ενέργειας διέγερσης, όπου το κεντροειδές του πλάτους μετάβασης GT (GT strength) βρίσκεται για κάθε θυγατρικό πυρήνα. Όπως είναι γνωστό από μελέτες της μεθόδου closure approximation [46, 47], η μέση τιμή της ενέργειας διέγερσης στην μιονική σύλληψη (περίπου 15 MeV) είναι σχεδόν ίση με την ενέργεια του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού, που μειώνεται σταδιακά με

το A ή Z [74]. Από την άλλη πλευρά, οι GT τελεστές συμβάλλουν ελάχιστα στους βαρύτερους πυρήνες, όπου τα περισσότερα από τα ενεργά νετρόνια και πρωτόνια είναι σε διαφορετικές στοιβάδες ταλάντωσης. Σε ελαφρύτερους πυρήνες, πάντως, δηλ. για πυρήνες που έχουν N και Z μικρότερο από 40, το πλάτος GT είναι σημαντικό και συγκεντρώνεται στην περιοχή χαμηλών ενεργειών. Όσον αφορά το γιγαντιαίο συντονισμό σπιν ($J^\pi = 1^+$) για όλους τους πυρήνες, η μέγιστη κορυφή των αποκλειστικών ρυθμών στη μ -σύλληψη, βρίσκεται μεταξύ $5 - 11 \text{ MeV}$.

Κλείνοντας την υποενότητα αυτή θα πρέπει να τονίσουμε ότι δεν υπάρχει στην βιβλιογραφία παρόμοια λεπτομερής έρευνα πάνω στους αποκλειστικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης, αποτελώντας κάτι πρωτότυπο στην μελέτη της διαδικασίας αυτής.

4.5.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Το δεύτερο στάδιο της μελέτης μας περιλαμβάνει τους υπολογισμούς των μερικών ρυθμών (Partial Rates) της μ^- σύλληψης για διάφορες πολυπολικότητες χαμηλού σπιν, Λ_J (για $J^\pi \leq 4^\pm$), σε επιλεγμένο σύνολο πυρήνων. Αυτοί οι μερικοί ρυθμοί έχουν βρεθεί αθροίζοντας τις συνεισφορές όλων των επιμέρους πολυπόλων της κάθε πολυπολικότητας που μελετήθηκε ως:

$$\Lambda_{J^\pi} = \sum_f \Lambda_{gs \rightarrow J_f^\pi} = 2G^2 \langle \Phi_{1s} \rangle^2 \left[\sum_f q_f^2 R_f |\langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{M}}_J - \widehat{\mathcal{L}}_J) \| 0_{gs}^+ \rangle|^2 + \sum_f q_f^2 R_f |\langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{T}}_J^{el} - \widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}) \| 0_{gs}^+ \rangle|^2 \right] \quad (4.14)$$

όπου το f τρέχει πάνω σε όλες τις καταστάσεις της πολυπολικότητας $|J^\pi\rangle$. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, αυτοί οι υπολογισμοί έχουν πραγματοποιηθεί πρώτα χρησιμοποιώντας τη σταθερά σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου αξονικού διανύσματος με $g_A = 1.262$, και στη συνέχεια λαμβάνοντας υπόψη τον παράγοντα μείωσης (quenching factor) που αναφέρεται για πυρήνες μεσαίου βάρους με $g_A = 1.135$ [75].

Ιστορικά, η αναγκαιότητα της επανακανονικοποίησης της g_A , προήλθε από τις παρακάτω μελέτες: (i) Κατά την ανάλυση των μετρήσεων σχετικά με τις πυρηνικές β -διάσπασεις που οδηγούν σε χαμηλές διεγέρσεις [114], και (ii) στην ερμηνεία του μειωμένου πλάτους μετάβασης Gamow-Teller (Gamow-Teller strength) όπως φάνηκε στις μπροστινές γωνίες των αντιδράσεων ανταλλαγής φορτίου (p, n) και (n, p) [113]. Στην β^- διάσπαση και στις αντιδράσεις (p, n) η μειωμένη τιμή της g_A σχετίζεται κυρίως με το γεγονός ότι παραλείπονται οι συσχετίσεις των νουκλεονίων, εκτός του χώρου μοντέλων που χρησιμοποιήθηκε, και την μη θεώρηση των ρευμάτων ανταλλαγής μεσονίων. Η μειωμένη τιμή της g_A πρόσφατα προτάθηκε να χρησιμοποιηθεί σε άλλες διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων, όπως η επαγόμενες από νετρίνα πυρηνικές αντιδράσεις [75]. Όπως έχει βρεθεί [77], η θεώρηση της μειωμένης τιμής της g_A που αντικαθιστά την σταθερά σύζευξης του αξονικού διανύσματος του ελεύθερου νουκλεονίου $g_A = 1.262$, οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τους πειραματικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων.

Δεδομένου ότι οι παράγοντες δομής αξονικού διανύσματος $F_A(q^2)$ πολλαπλασιάζουν και τους τέσσερις τελεστές (βλέπε εξισώσεις (Δ'.29)-(Δ'.36)), η μειωμένη τιμή της g_A πρέπει να εισάγετε στους πολυπολικούς τελεστές δημιουργώντας τις προαναφερθείσες διεγέρσεις $0^-, 1^\pm \dots$ κλπ. Στην Εργασία [74], η μειωμένη τιμή της g_A χρησιμοποιείται μόνο για τις πραγματικές μεταβάσεις Gamow-Teller. Στη μελέτη μας, διαπιστώνουμε ότι για την αναπαραγωγή των πειραματικών δεδομένων, καθώς ο μαζικός αριθμός A του πυρήνα αυξάνει, η μείωση της τιμής g_A γίνεται πιο σημαντική και δεν μπορεί να αγνοηθεί, όπως πράξαμε στην περίπτωση των ελαφρών ισotόπων ^{28}Si και ^{32}S .

Από την μελέτη των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης σε όλους τους υπό μελέτη πυρήνες καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η μεγαλύτερη συμβολή προέρχεται από τις πολυπολικές μεταβάσεις 1^- που αποτελεί την πιο σημαντική πολυπολικότητα, συνεισφέροντας περισσότερο από το 39% του συνολικού ποσοστού της μιονικής σύλληψης. Τέτοια σημαντική συμβολή βρίσκεται στα ισότοπα του ^{16}O και ^{48}Ca τα οποία μελετώνται στην εργασία [52]. Η συνήθης σύλληψη μιονίων εξελίσσεται κυρίως μέσω των μεταβάσεων σπιν, οι σημαντικότερες των οποίων είναι οι μεταβάσεις Gamow-Teller ($j_0(kr)\sigma t^-, j_0(kr)\sigma t^+$ τελεστής), και των μεταβάσεων διπόλου-spin ($j_1(kr)[Y_1 \otimes \sigma]^J t^+$ τελεστής) όπου j_0 και j_1 είναι οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel μηδενικής και πρώτης τάξης, αντίστοιχα [76].

4.5.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Στο τελευταίο στάδιο της παρούσας εργασίας μας, υπολογίσαμε τους ολικούς ρυθμούς (total rates) μιονικής σύλληψης στο επιλεγμένο σύνολο πυρήνων. Οι ρυθμοί αυτοί προκύπτουν αθροίζοντας πάνω σε όλους τους μερικούς ρυθμούς μετάβασης σε δύο βήματα. Αρχικά, θα αθροίσουμε τη συμβολή της κάθε τελικής κατάστασης της συγκεκριμένης πολυπολικότητας, και στη συνέχεια, θα αθροίσουμε σε όλες τις πολυπολικές αποκρίσεις (μέχρι $J^\pi = 4^\pm$), ως:

$$\Lambda_{tot} = \sum_{J^\pi} \Lambda_{J^\pi} = \sum_{J^\pi} \sum_f \Lambda_{J_f^\pi} \quad (4.15)$$

Τέτοιου είδους υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δύο φορές: μία με $g_A = 1.262$ (σταθερά σύζευξης αξονικού διανύσματος ελεύθερου νουκλεόνιου) και άλλη με τη μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$ (quenched value of g_A) [74, 75]. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 4.1, όπου για χάρη σύγκρισης περιλαμβάνουμε και ήδη υπάρχοντα πειραματικά αποτελέσματα, καθώς και θεωρητικά αποτελέσματα από τις Αναφ. [74] και [75]. Επιπλέον, στον πίνακα 4.1 δείχνουμε τις ξεχωριστές συνεισφορές στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης του πολικού-διανύσματος (Λ_{tot}^V) του αξονικού διανύσματος (Λ_{tot}^A), και του όρου επικάλυψης (Λ_{tot}^{VA}).

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.1, τα αποτελέσματα μας που ελήφθησαν με την μειωμένη τιμή του g_A είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τις πειραματικές τιμές των ρυθμών της ολικής μιονικής σύλληψης. Για όλες τους πυρήνες που μελετήθηκαν οι

Πίνακας 4.1: Ξεχωριστές συνεισφορές ολικών ρυθμών προερχόμενων από τους αντίστοιχους όρους του πολικού-διανύσματος (Polar-vector), του αξονικού-διανύσματος (Axial-vector) καθώς και του όρου επικάλυψης (Overlap part) στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης. Επιπλέον γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA λαμβάνοντας υπ' όψην την μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$ για τους πυρήνες μέσaiου βάρους (^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr) και την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$ για τους ελαφρείς πυρήνες ^{28}Si και ^{32}S , με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα αλλά και με τα θεωρητικά δεδομένα των Αναφορών [74], Ρεφ [75].

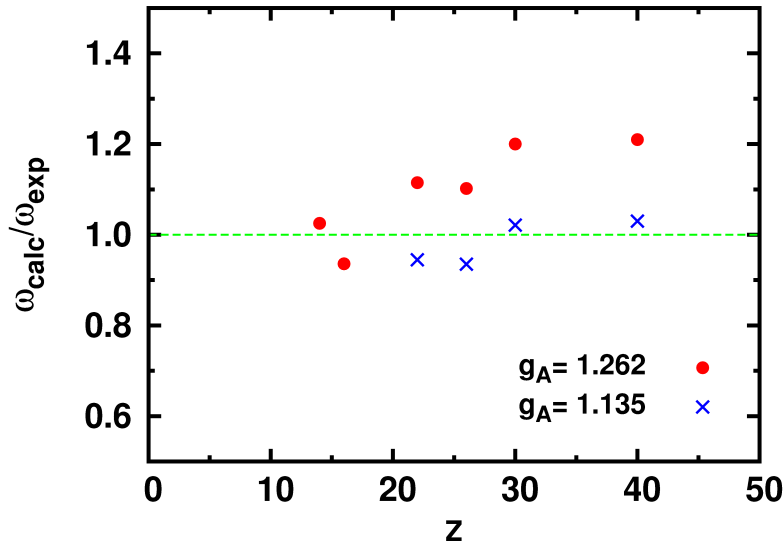
Ολικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{tot} (\times 10^6) s^{-1}$							
Πυρήνας	Υπολογισμοί με pn-QRPA				Πείραμα	Θεωρητικές Μέθοδοι	
	Λ_{tot}^V	Λ_{tot}^A	Λ_{tot}^{VA}	Λ_{tot}	Λ_{tot}^{exp}	Λ_{tot}^{theor} [74]	Λ_{tot}^{theor} [75]
^{28}Si	0.150	0.751	-0.009	0.892	0.871	0.823	0.789
^{32}S	0.204	1.078	-0.017	1.265	1.352	1.269	1.485
^{48}Ti	0.628	1.902	-0.081	2.447	2.590	2.214	2.544
^{56}Fe	1.075	3.179	-0.129	4.125	4.411	4.457	4.723
^{66}Zn	1.651	4.487	-0.204	5.934	5.809	4.976	5.809
^{90}Zr	2.679	7.310	-0.357	9.631	9.350	8.974	9.874

αποκλίσεις από τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα είναι μικρότερες από 7% όταν χρησιμοποιείται η μειωμένη τιμή του g_A (η απόκλιση είναι πολύ μεγαλύτερη όταν χρησιμοποιείται η $g_A = 1.262$). Έτσι, για την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μας, είναι απαραίτητο να ληφθεί υπόψη η μειωμένη τιμή του g_A . Για να γίνει αυτό πιο αντιληπτό, στο Σχήμα 4.2 σχεδιάσαμε την αναλογία των δικών μας θεωρητικών ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίων διαιρεμένα με τους πειραματικούς, δηλαδή

$$\lambda = \frac{\omega_{calc}}{\omega_{exp}} \quad (4.16)$$

τους λόγους για τα αποτελέσματα που λήφθηκαν με τις δύο παραπάνω τιμές της g_A (με και χωρίς μείωση). Οι γεμάτοι κύκλοι αντιπροσωπεύουν τα αποτελέσματα για την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου g_A και τα σύμβολα X, τα αποτελέσματα για την μειωμένη τιμή της g_A . Είναι προφανές ότι η καλύτερη συμφωνία των υπολογισμών μας είναι με μειωμένη τιμή της g_A . Εμείς επιπλέον, συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας με τα διαθέσιμα υπολογιζόμενα αποτελέσματα των Marketin [75] και Zinner [74] που λήφθηκαν με τη χρήση διαφόρων προσεγγίσεων, και η σύγκριση είναι πολύ καλή.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι, σε μέσaiου βάρους πυρήνες η συνεισφορά προ-



Σχήμα 4.2: Λόγοι των θεωρητικών υπολογισμών και των πειραματικών αποτελεσμάτων της διαδικασίας σύλληψης μιονίου σαν συνάρτηση του ατομικού αριθμού Z . Οι γεμάτοι κύκλοι και τα σύμβολα X αντιστοιχούν στους ρυθμούς υπολογισμένους χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελεύθερων νουκλεονίων g_A και την μειωμένη τιμή της g_A αντίστοιχα.

έρχεται κυρίως από μεταβάσεις για τις οποίες η μεταφορά της γωνιακή στροφορμής είναι $L = 0, 1$ και 2 , αλλά, σε βαρείς πυρήνες, οι συνεισφορές από τις υψηλότερες πολυπολικότητες γίνονται αισθητές.

4.6 Το ισότοπο του ^{28}Si

Η έρευνα μας ξεκινά από τον πιο ελαφρύ πυρήνα ^{28}Si στην μελέτη της αντίδρασης [124, 125]



Ο μητρικός πυρήνας του πυριτίου ^{28}Si είναι ένας ελαφρύς σταθερός πυρήνας με $A=28$ και $Z=14$ και ατομική μάζα 28.0855 amu όπου η αφθονία του αγγίζει το 92.2% των ισωτόπων του Si . Το πυρίτιο είναι το όγδοο κατά σειρά αφθονίας μάζας στοιχείο στο σύμπαν και δεύτερο στο φλοιό των μαζικών αστέρων.

4.6.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$

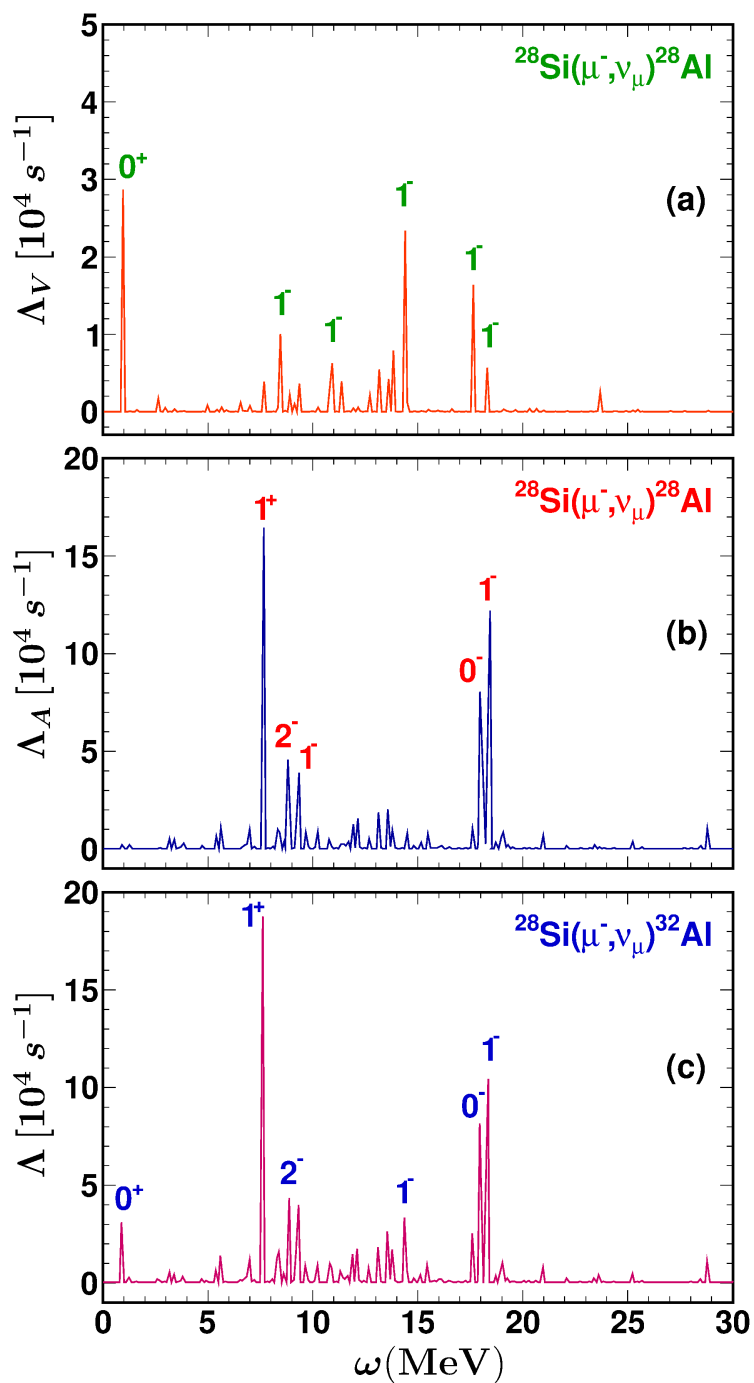
Όπως προαναφέραμε το πρώτο στάδιο της μελέτης μας, για όλους τους πυρήνες, περιλαμβάνει τους αποκλειστικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης. Για τους υπολο-

γισμούς μας βασιστήκαμε στην έκφραση των αποκλειστικών ρυθμών Εξ. (4.12) όπου λαμβάνονται υπ'οψηφην μεταβάσεις μεταξύ της βασικής κατάστασης $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$ πυρήνα στόχου ^{28}Si και όλων των δυνατών διεγερμένων καταστάσεων $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$ του προκύπτοντος περιπτού - περιπτού πυρήνα ^{28}Al . Συνολικά στο χώρο μοντέλου που έχει επιλεγεί για τον μητρικό πυρήνα ^{28}Si (δες Κεφ. 3.8.1) υπάρχουν συνολικά 286 τελικές καταστάσεις για $J^\pi \leq 5^\pm$. Όλες αυτές οι καταστάσεις μελετήθηκαν και υπολογίστηκαν μία προς μία. Στο Σχήμα 4.3 απεικονίζεται η συνεισφορά κάθε μίας από αυτές τις μεταπτώσεις ξεχωριστά. Οι 286 συνολικά καταστάσεις έχουν τοποθετηθεί κατά αύξουσα σειρά συναρτήσεως της ενέργειας διέγερσης ω .

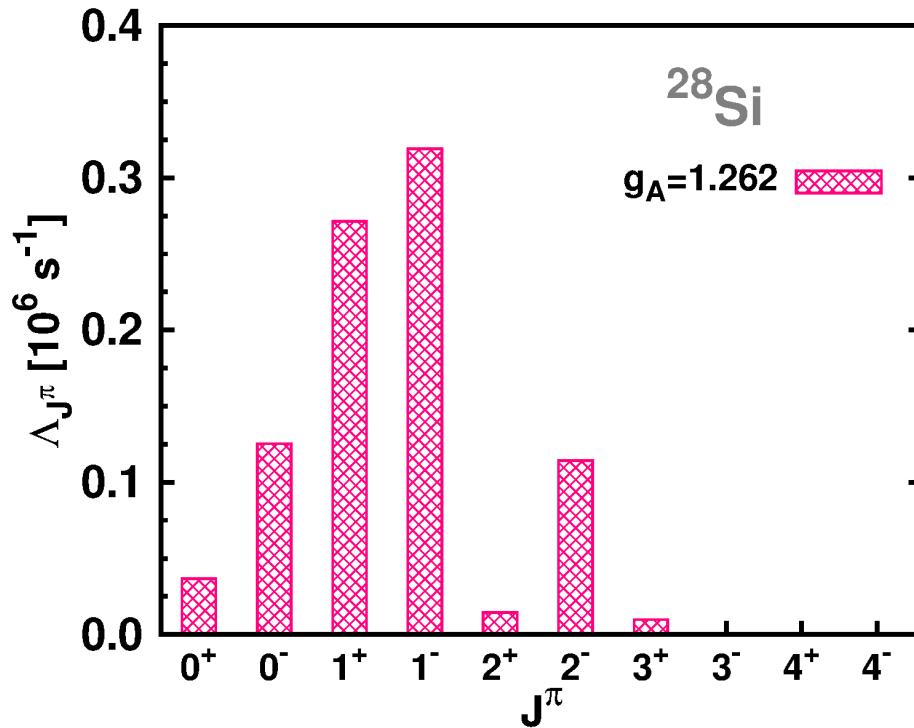
Λεπτομερέστερα, στο θυγατρικό πυρήνα ^{28}Al η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην 1_7^+ QRPA μετάβαση και βρίσκεται σε ενέργεια $\omega = 7.712\text{MeV}$ (βλέπε Σχήμα 4.3). Άλλες δύο χαρακτηριστικές κορυφές είναι στις ενέργειες $\omega = 18.135\text{MeV}$ και $\omega = 18.261\text{MeV}$ που αντιστοιχούν στις 0_9^- και 1_{26}^- μεταβάσεις αντίστοιχα. Επιπλέον στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζονται όλες οι δυνατές μεταπτώσεις που συνεισφέρουν στο πολικό κομμάτι (panel a) και οι αντίστοιχες του αξονικού κομματιού (panel b) που προέρχονται από τις αντίστοιχες συνιστώσες της Χαμιλτονιανής ασθενών αλληλεπιδράσεων. Όπως παρατηρούμε στο πολικό κομμάτι συμμετέχουν κυρίως συνεισφορές που αντιστοιχούν σε μεταβάσεις 0^+ και 1^- . Χαρακτηριστικές είναι εδώ οι κορυφές που αντιστοιχούν στην μετάβαση 0_1^+ που βρίσκεται σε ενέργεια $\omega = 0.971\text{MeV}$ και στην 1_{22}^- σε ενέργεια $\omega = 14.384\text{MeV}$. Αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι έχουμε κυρίως συνεισφορές από τις μεταβάσεις $0^-, 1^+$ και 2^- . Εδώ οι χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις $1_7^+, 0_9^-$ και 1_{26}^- που βρίσκονται αντίστοιχα σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 7.71\text{MeV}, \omega = 18.13\text{MeV}$ και $\omega = 18.26\text{MeV}$. Να αναφέρουμε σε αυτό το σημείο ό,τι η συνεισφορά που προέρχεται από τον όρο του πολικού διανύσματος είναι αρκετά μικρότερη από αυτή του αξονικού διανύσματος (χαρακτηριστική και η διαφορετική βαθμονόμηση του άξονα ψ σε κάθε περίπτωση). Τέλος θα πρέπει να τονίσουμε ό,τι οι γραφικές παραστάσεις του Σχ. 4.3 έχουν σχεδιαστεί με τη χρήση του προγράμματος ROOT του Cern με binning πλάτος 0.112.

4.6.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$

Σε αυτό το στάδιο της έρευνας μας, μελετάμε τις κυρίαρχες πολυπολικές συνεισφορές στους μερικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίου, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ισότοπο του πυριτίου ^{28}Si κάνοντας χρήση της Εξ. (4.14). Καθώς ο πυρήνας ^{28}Si αποτελεί έναν ελαφρύ πυρήνα οι υπολογισμοί αυτοί έγιναν μόνο για τη σταθερά σύζευξης νουκλεονίου $g_A = 1.262$ καθώς η παράγοντας μείωσης (quenching) μπορεί να αγνοηθεί [77]). Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας για τους μερικούς ρυθμούς μ^- -σύλληψης απεικονίζεται στο Σχ. 4.4, από τα οποία κάποιος μπορεί να δει ότι, όπως αναμένεται, οι πιο σημαντικές πολυπολικές μεταβάσεις είναι οι $J^\pi = 1^+$ και 1^- .



Σχήμα 4.3: Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Δ_V (panel(a)) και Axial-Vector Δ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{28}Si .



Σχήμα 4.4: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις για το ισότοπο του ^{28}Si . Οι κυρίαρχες συνεισφορές στον πυρήνα αυτό προέρχονται από τις $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 1^+$ πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$.

Πιο αναλυτικά, η συνεισφορά από όλες τις 1^- μεταβάσεις δίνει περίπου το 36% του συνολικού μερικού ρυθμού σύλληψης μιονίου, ενώ οι μεταβάσεις 1^+ περίπου το 30%. Σημαντική συμβολή, περίπου 14%, προέρχεται από την πολυπολικότητα $J^\pi = 0^-$ και περίπου 13% από την $J^\pi = 2^-$. Στην δεύτερη στήλη του Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για κάθε πολυπολική μετάβαση χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$.

Επιπλέον ο Πίνακας 4.3 δείχνει τις ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας. Επίσης στον ίδιο πίνακα φαίνεται το μέρος που προέρχεται από το polar κομμάτι καθώς και από το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα. Είναι σαφές ότι σε όλες τις περιπτώσεις το axial κομμάτι έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου.

Πίνακας 4.2: Τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στους ολικούς ρυθμούς μερικής μιονικής σύλληψης υπολογισμένα χρησιμοποιώντας τον pn-QRPA κώδικα μας.

	^{28}Si	^{32}S	^{48}Ti	^{56}Fe	^{66}Zn	^{90}Zr
0^-	14.03	13.30	10.78	9.64	7.94	6.89
0^+	4.11	1.27	7.24	7.92	8.22	8.99
1^-	35.74	38.01	43.88	42.18	44.21	42.43
1^+	30.42	30.28	16.24	22.46	21.29	20.43
2^-	12.81	13.54	16.97	12.72	13.32	13.57
2^+	1.62	2.36	2.67	2.79	2.85	4.16
3^-	0.10	0.15	0.23	0.32	0.34	0.52
3^+	1.09	0.97	1.82	1.78	1.58	2.65
4^-	0.06	0.10	0.14	0.16	0.23	0.30
4^+	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03

Πίνακας 4.3: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{28}Si . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0^+	0.03669	0.00000	0.03669	0^-	0.00000	0.12527	0.12527
1^+	0.00608	0.23790	0.27150	1^-	0.09871	0.26668	0.31898
2^+	0.00499	0.01167	0.01444	2^-	0.00299	0.09978	0.11434
3^+	0.00021	0.00864	0.00976	3^-	0.00037	0.00061	0.00085
4^+	0.00001	0.00001	0.00002	4^-	0.00001	0.00058	0.00066

4.6.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$

Στο τελευταίο στάδιο των υπολογισμών μας, υπολογίσαμε για το ισότοπο του πυριτίου ^{28}Si τους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης στηριζόμενοι στην Εξ. (4.15) χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων. Παρατηρώντας την 4 γραμμή του Πίνακα 4.1 βλέπουμε ότι τα αποτελέσματά μας είναι σε καλή

συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα, έχοντας απόκλιση μόλις 2.4%. Εξίσου καλή είναι και η συμφωνία μας με τα αποτελέσματα των εργασιών [74] και [75], όπου οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχα 8.4% και 13%.

Τέλος στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα ολικά μέρη του πολικού και αξονικού διανύσματος καθώς και του όρου επικάλυψης για το ισότοπο ^{28}Si .

4.7 Το ισότοπο του ^{32}S

Ο δεύτερος σε σειρά πυρήνας στον οποίο μελετήθηκε η διαδικασία της σύλληψης μιονίου είναι το θείο ^{32}S . Το θείο χαρακτηρίζεται από τους αριθμούς $A=32$ και $Z=16$ έχει ατομική μάζα 32.065 amu και είναι ένα σταθερό ισότοπο του οποίου η αφθονία αγγίζει το 95.02% των ισοτόπων του S . Το θείο όπως και το πυρίτιο βρίσκεται στο δεύτερο φλοιό ενός μαζικού αστέρα. Η σύλληψη μιονίου από το ισότοπο του θείου ^{32}S περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



4.7.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$

Όπως και στην περίπτωση του πυριτίου έτσι και εδώ ξεκινάμε τους υπολογισμούς μας βασιζόμενοι στην Εξ. (4.12). Σύμφωνα με τον χώρο μοντέλου που επιλέξαμε για το ισότοπο του θείου (δες Κεφ. 3.8.1) ξεκινώντας από την βασική κατάσταση $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$ του μητρικού πυρήνα ^{32}S συνολικά υπολογίσαμε ότι υπάρχουν 440 δυνατές τελικές καταστάσεις $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$ στον θυγατρικό πυρήνα ^{32}P για $J^\pi \leq 5^\pm$. Όλες οι 440 δυνατές τελικές καταστάσεις έχουν τοποθετηθεί κατά αύξουσα σειρά συναρτήσεως της ενέργειας διέγερσης ω στο Σχήμα 4.5 όπου απεικονίζεται η συνεισφορά κάθε μίας από αυτές τις μεταπτώσεις ξεχωριστά.

Πιο αναλυτικά, στο θυγατρικό πυρήνα ^{32}P το μέγιστο της κορυφής αντιστοιχεί στην 1_5^+ μετάβαση σε $\omega = 4.855\text{MeV}$. Άλλη χαρακτηριστική κορυφή είναι στο $\omega = 15.564\text{MeV}$ η οποία αντιστοιχεί στην μετάβαση 1_{28}^- όπως φαίνεται στο Σχ. 4.5. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως επιπρόσθετα στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζονται οι συνεισφορές κάθε μετάβασης στο κομμάτι του του πολικού (panel a) και αξονικού διανύσματος (panel b). Οι κύριες τις συνεισφορές στους αποκλειστικούς ρυθμούς που προέρχονται από τον όρο του πολικού διανύσματος παρατηρούμε ότι αντιστοιχούν κυρίως σε μεταβάσεις 0^+ και 1^- . Χαρακτηριστικές είναι εδώ οι κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_9^- και 1_{21}^- που βρίσκονται στις ενέργειες $\omega = 8.54\text{MeV}$ και η 1_{21}^- σε ενέργεια $\omega = 11.88\text{MeV}$ αντίστοιχα. Όσον αφορά το αξονικό κομμάτι έχουμε κυρίως συνεισφορές από τις μεταβάσεις $0^-, 1^+, 1^-$ και 2^- . Εδώ οι χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_5^+ και 1_{28}^- που βρίσκονται αντίστοιχα σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 4.85\text{MeV}$ και $\omega = 15.56\text{MeV}$. Αναφέρουμε πως και εδώ η συμβολή της αξονικής συνιστώσας είναι πολύ μεγαλύτερη

από αυτή της πολικής συνιστώσας. Τέλος θα πρέπει να τονίσουμε ό,τι οι γραφικές παραστάσεις του Σχ. 4.5 έχουν σχεδιαστεί με τη χρήση του προγράμματος ROOT του Cern με binning πλάτος 0.105.

4.7.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$

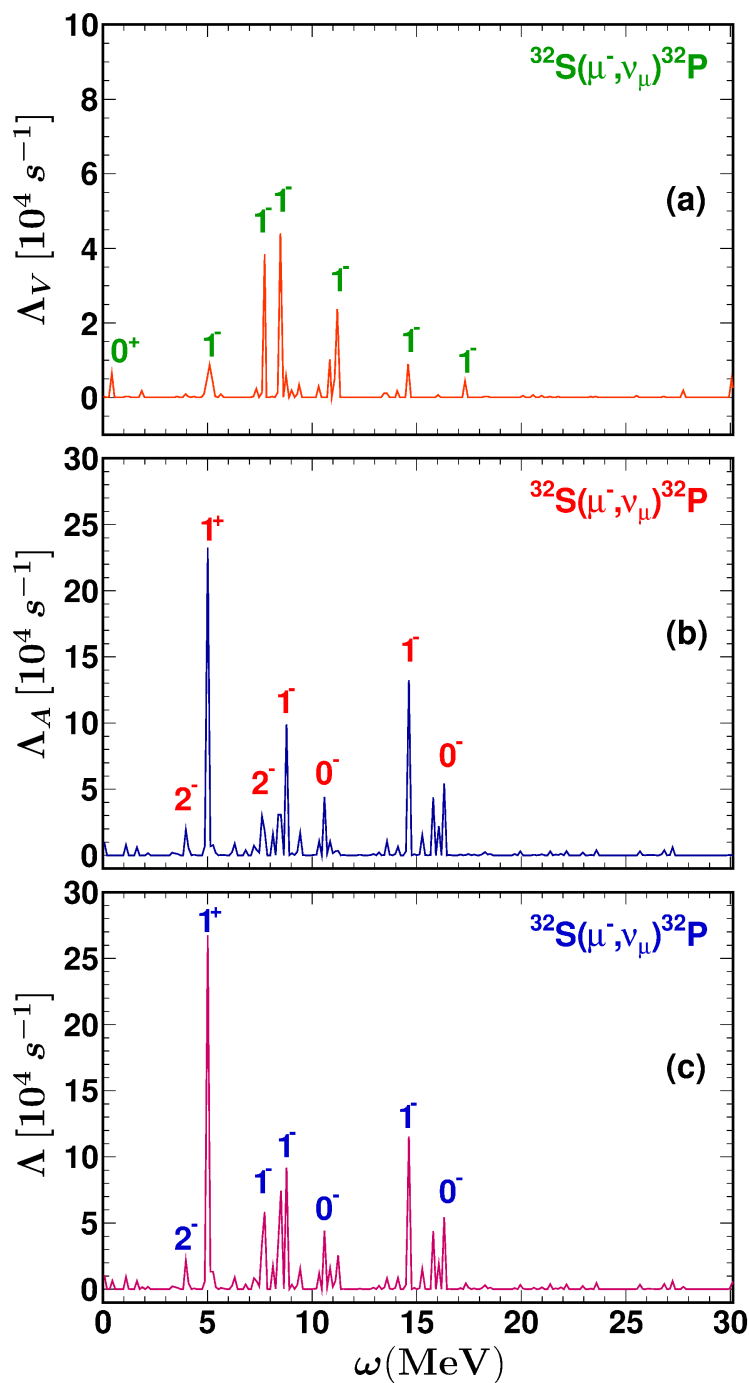
Όπως και στην περίπτωση του ισότοπου του πυριτίου, το δεύτερο στάδιο της ερευνάς μας περιλαμβάνει τον υπολογισμό των μερικών ρυθμών (partial rates) σύλληψης μιονίου έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ισότοπο του θείου ^{28}S με βάση την Εξ. (4.14). Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, έτσι και εδώ οι υπολογισμοί αυτοί έγιναν μόνο για τη σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$ καθώς ο παράγοντας μείωσης (quenching factor) μπορεί να αγνοηθεί [77] αφού πρόκειται για έναν ελαφρύ πυρήνα. Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας για τους μερικούς ρυθμούς μ^- -σύλληψης απεικονίζεται στο Σχ. 4.6, από τα οποία κάποιος μπορεί να δει ότι, όπως αναμένεται, οι πιο σημαντικές πολυπολικές μεταβάσεις είναι οι $J^\pi = 1^+$ και 1^- .

Μία παρόμοια εικόνα με αυτή που είδαμε στο ισότοπο του πυριτίου έχουμε και εδώ, όπου οι κυρίαρχες συνεισφορές στο συνολικό ποσοστό μιονικής σύλληψης έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ισότοπο του θείου, είναι η $J^\pi = 1^-$ (38%) και η $J^\pi = 1^+$ (30%). Από το υπόλοιπο σύνολο των πολυπολικοτήτων αρκετά σημαντικά ποσοστά προέρχονται από τις μεταβάσεις της μη-κανονικής ομοτιμίας (ubnormal parity) 0^- και 2^- έχοντας ποσοστά περίπου 13% και 14% αντίστοιχα. Στην τρίτη στήλη του Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για κάθε πολυπολική μετάβαση χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$.

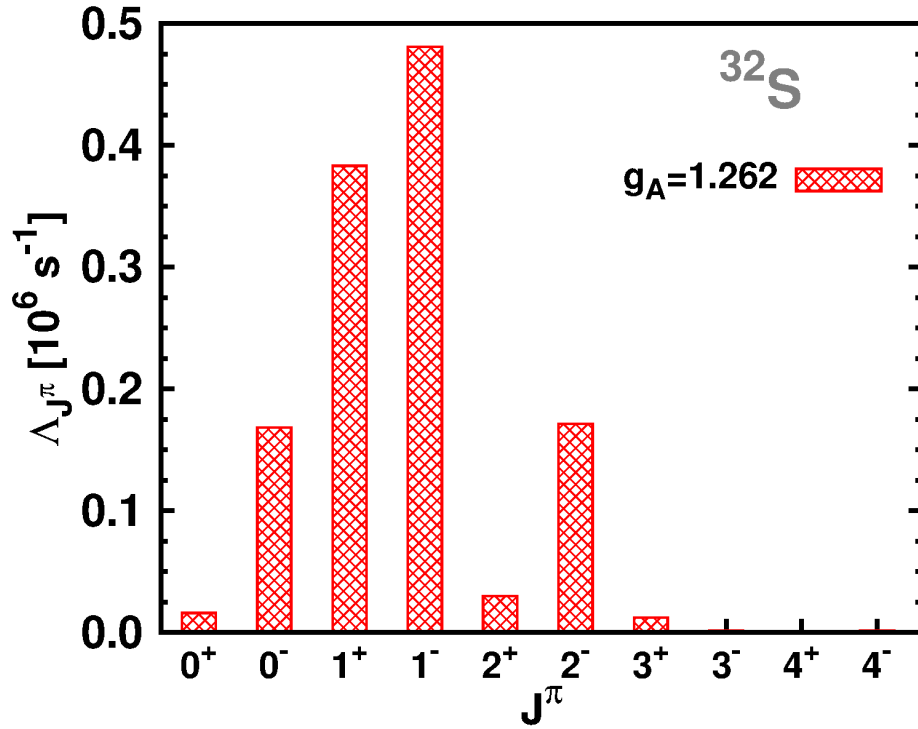
Επιπλέον ο Πίνακας 4.4 δείχνει τις ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας. Επίσης στον ίδιο πίνακα φαίνεται το μέρος που προέρχεται από το polar κομμάτι καθώς και από το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα. Είναι σαφές ότι σε όλες τις περιπτώσεις το axial κομμάτι έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου.

4.7.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$

Κλείνοντας τους υπολογισμούς μας για το ισότοπο του θείου ^{32}S παραθέτουμε σε αυτή την ενότητα τα αποτελέσματα των ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου βάση της Εξ. (4.15) και κάνοντας χρήση της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.262$ αφού το θείο είναι ένας ελαφρύς μητρικός πυρήνας. Στην πέμπτη (5) γραμμή του Πίνακα 4.1 φαίνονται τα αποτελέσματά μας (ολικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης καθώς και οι συνεισφορές του πολικού κομματιού, του αξονικού και του



Σχήμα 4.5: επιμέρους συνεισφορές του Polar-Vector Δ_V (panel(a)) και Axial-Vector Δ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{32}S .



Σχήμα 4.6: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις στα ισότοπα ^{32}S . Οι κυρίαρχες συνεισφορές στον πυρήνα αυτό προέρχονται από τις $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 1^+$ πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου $g_A = 1.262$.

Πίνακας 4.4: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (σε 10^6 s^{-1}) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{32}S . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) \text{ s}^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0^+	0.01610	0.00000	0.01610	0^-	0.00000	0.16830	0.16830
1^+	0.00804	0.33645	0.38315	1^-	0.16547	0.38543	0.48090
2^+	0.00889	0.02479	0.02991	2^-	0.00446	0.14951	0.17132
3^+	0.00028	0.01087	0.01226	3^-	0.00078	0.00133	0.00184
4^+	0.00003	0.00006	0.00008	4^-	0.00003	0.00118	0.00133

όρου επικάλυψης) για το ισότοπο του θείου καθώς και υπάρχοντα πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα. Η συμφωνία μας τόσο με τα πειραματικά δεδομένα όσο και με τα αποτελέσματα των εργασιών [74] και [75] είναι αρκετά καλή, με αντίστοιχες αποκλίσεις 6.4%, 0.3% και 14.8%.

4.8 Το ισότοπο του ^{48}Ti

Ο τρίτος σε σειρά πυρήνας που μελετήθηκε στην διαδικασία της σύλληψης μιονίου είναι το τιτάνιο ^{48}Ti . Το τιτάνιο έχει μαζικό αριθμό $A=48$, ατομικό αριθμό $Z=22$ και ατομική μάζα 47.867 amu. Είναι ένα σταθερό ισότοπο που η αφθονία του αγγίζει το 73.72% των ισωτόπων του τιτανίου.

Η σύλληψη μιονίου από το ισότοπο του τιτανίου ^{48}Ti περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



4.8.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$

Στην περίπτωση του ισωτόπου ^{48}Ti η έρευνα μας έδειξε πως στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήσαμε (δες Κεφ. 3.8.1) συνολικά υπάρχουν 440 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ^{48}Sc όπως και στην περίπτωση του ^{32}P . Τοποθετώντας όλες αυτές τις δυνατές καταστάσεις κατά αύξουσα σειρά σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω παρατηρούμε ότι οι χαρακτηριστικές έντονες κορυφές βρίσκονται στις ενέργειες $\omega = 4.319 \text{ MeV}$, $\omega = 9.672 \text{ MeV}$, $\omega = 10.666 \text{ MeV}$ και $\omega = 18.868 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 0_1^+ , 2_{17}^- , 1_{13}^+ και 1_{26}^- (Σχήμα 4.7)

Επίσης στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζονται οι συνεισφορές κάθε μετάβασης στο πολικό κομμάτι, (panel a), και στο αξονικό κομμάτι (panel b). Οι κύριες τις συνεισφορές στους αποκλειστικούς ρυθμούς που προέρχονται από τον όρο του πολικού διανύσματος παρατηρούμε ότι αντιστοιχούν κυρίως σε μεταβάσεις 0^+ και 1^- . Χαρακτηριστικές είναι εδώ οι κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 0_1^+ για $\omega = 4.32 \text{ MeV}$ και 1_{11}^- για $\omega = 9.38 \text{ MeV}$ και η 1_{19}^- στην ενέργεια $\omega = 14.20 \text{ MeV}$. Στο panel b που παρουσιάζονται οι συνεισφορές από το αξονικό κομμάτι έχουμε κυρίως τις έντονες κορυφές για τις μεταβάσεις $0^-, 1^+, 1^-$ και 2^- . Εδώ οι πιο έντονες κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_{13}^+ και 1_{26}^- που βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες διέγερσης $\omega = 15.04 \text{ MeV}$ και $\omega = 18.87 \text{ MeV}$. Καθώς το ^{48}Ti αποτελεί έναν μεσαίου βάρους πυρήνα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον εμπειρικό τύπο της Εξ. (4.13) και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας με αυτόν. Συμφωνά λοιπόν με τον εμπειρικό τύπο το γιγαντιαίο μέγιστο των 1^- μεταπτώσεων τοποθετείται στην ενέργεια διέγερσης 18.668 MeV που είναι σε άριστη συμφωνία με τα δικά μας αποτελέσματα που όπως είπαμε τοποθετούν αυτό το μέγιστο στην ενέργεια $\omega = 18.87 \text{ MeV}$. Τέλος θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις

του Σχ. 4.5 έχουν σχεδιαστεί με τη χρήση του προγράμματος ROOT του Cern με binning πλάτος 0.105.

4.8.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$

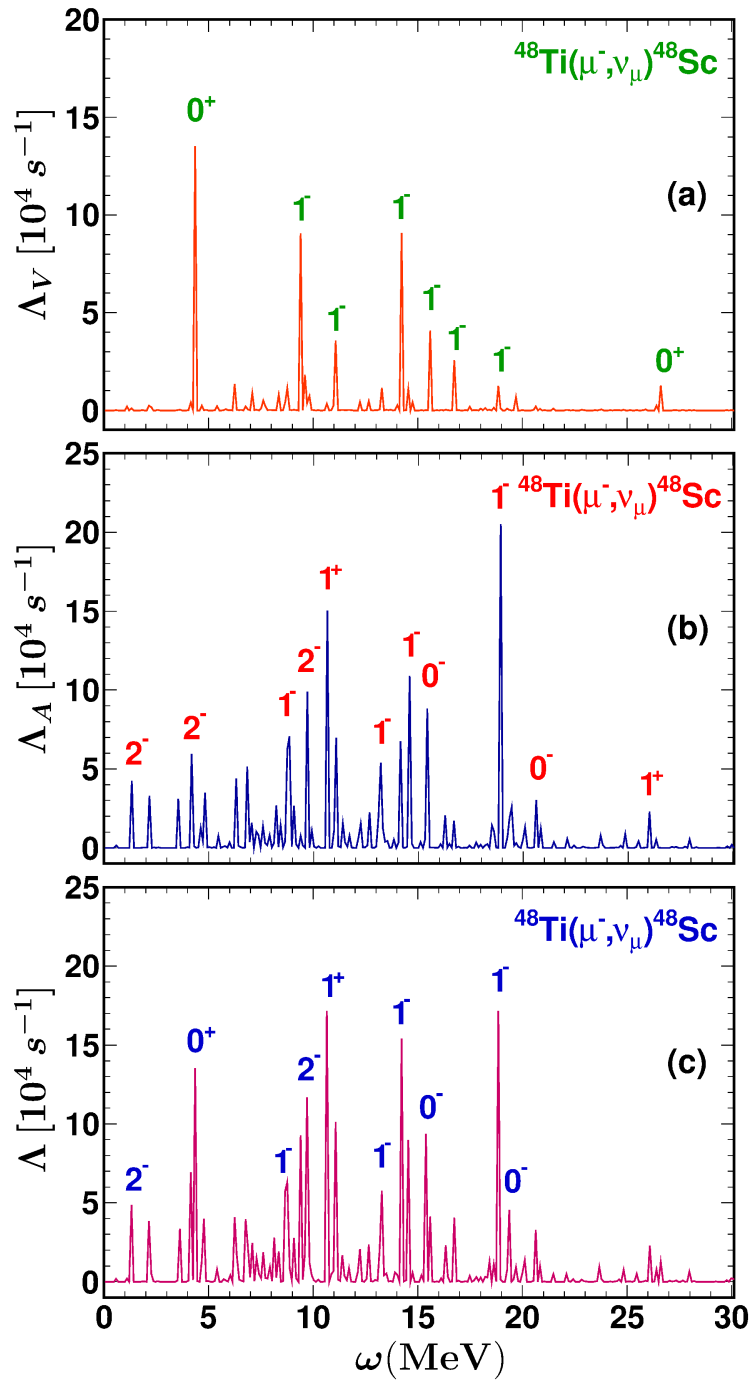
Για τον υπολογισμό των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης βασιστήκαμε στην Εξ. (4.14). Στην περίπτωση του τιτανίου, ^{48}Ti , όπως επίσης και για τους υπόλοιπους πυρήνες μεσαίου βάρους ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr που θα μελετηθούν παρακάτω εκτελέσαμε τους υπολογισμούς μας δύο φορές: την πρώτη φορά χρησιμοποιώντας την σταθερά σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.262$ και στην συνέχεια χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$ (quenched value of g_A) που χρησιμοποιείται και στις εργασίες [74, 75], και διαπιστώσαμε ότι οι υπολογισμοί μας είναι σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα των τελευταίων εργασιών χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$. Στο Σχήμα 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματά μας χρησιμοποιώντας και τις δυο τιμές της g_A .

Για το ισότοπο ^{48}Ti , διαπιστώσαμε ότι ένα μεγάλο μέρος του συνολικού ποσοστού προέρχεται από την $J^\pi = 1^-$ και την 2^- , όπως φαίνεται στο Σχ. 4.8. Πιο αναλυτικά, η πολυπολικότητα 1^- συνεισφέρει περίπου το 44%, η 2^- περίπου 17%, η 1^+ περίπου 16% και η 0^- περίπου 11%. Σημαντική συμβολή (περίπου 7%) προέρχεται επίσης από την πολυπολικότητα 0^+ . Τα επιμέρους ποσοστά κάθε πολυπολικότητας για μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ παρουσιάζονται αναλυτικά στην τέταρτη στήλη του Πίνακα 4.2.

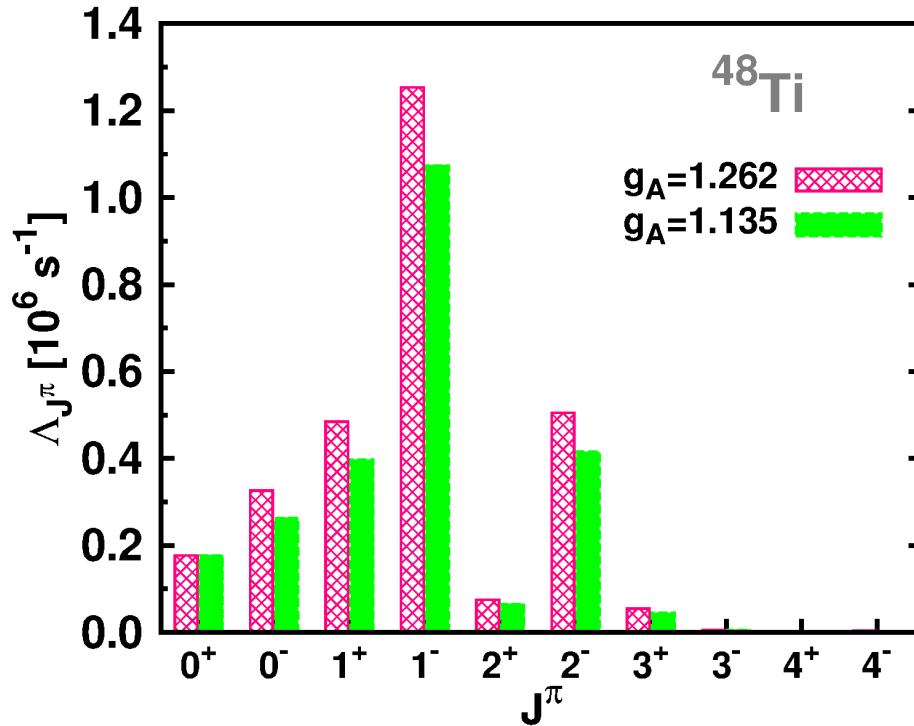
Οι ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την RQ-RPA μέθοδό μας είναι τοποθετημένες στον Πίνακα 4.5. Επίσης στον ίδιο πίνακα φαίνεται το μέρος που προέρχεται από το polar κομμάτι καθώς και από το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα. Είναι σαφές ότι σε όλες τις περιπτώσεις το axial κομμάτι έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου.

4.8.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$

Τέλος για το ισότοπο του τιτανίου ^{48}Ti πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς για τους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίου σύμφωνα με την Εξ. (4.15) κάνοντας χρήση της μειωμένης τιμής της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.135$. Στην έκτη (6) γραμμή του Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας μας για το ισότοπο του τιτανίου. Παρουσιάζονται αναλυτικά οι ολικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου καθώς και τα ποσά που συνεισφέρουν σε αυτούς ο όρος που προέρχεται από το πολικό διάνυσμα, το αξονικό διάνυσμα καθώς επίσης και από τον όρο επικάλυψης. Παρατηρούμε ότι συμφωνία μας με τα πειραματικά δεδομένα



Σχήμα 4.7: Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Δ_V (panel(a)) και Axial-Vector Δ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{48}Ti .



Σχήμα 4.8: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} για διαφορετικές πολυπολικές μεταπτώσεις για τον πυρήνα ^{48}Ti . Η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις $J^\pi = 1^-$ μεταπτώσεις. Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δυο φορές, την πρώτη χρησιμοποιώντας την σταθερά $g_A = 1.262$ και την επόμενη φορά λαμβάνοντας υπόψη την quenched value of $g_A = 1.135$.

είναι πολύ καλή, έχοντας απόκλιση μόλις 5.5% καθώς και με τα αποτελέσματα της εργασίας [75] όπου η απόκλιση είναι 3.8%. Αρκετά καλή είναι και η συμφωνία μας με τα αποτελέσματα της εργασίας [74] όπου η απόκλιση αγγίζει το 10.5%.

4.9 Το ισότοπο του ^{56}Fe

Από τα πιο σημαντικά ισότοπα από άποψη πυρηνικής φυσικής αλλά και από αστροφυσικής άποψης είναι ο σίδηρος ^{56}Fe . Ο σίδηρος, ^{56}Fe , διαθέτει μαζικό αριθμό $A=56$, ατομικό αριθμό $Z=26$ και ατομική μάζα 55.847 amu. Είναι ένα σταθερό ισότοπο που η αφθονία του αγγίζει το 91.754% των ισοτόπων του σιδήρου. Βρίσκεται στον κεντρικό φλοιό ενός μαζικού αστέρα και παίζει σημαντικό ρόλο καθώς με την καύση του ξεκινάει η διαδικασία κατέρρευσης του αστέρα.

Η σύλληψη μιονίου από το ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



Πίνακας 4.5: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (σε 10^6 s^{-1}) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{48}Ti . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

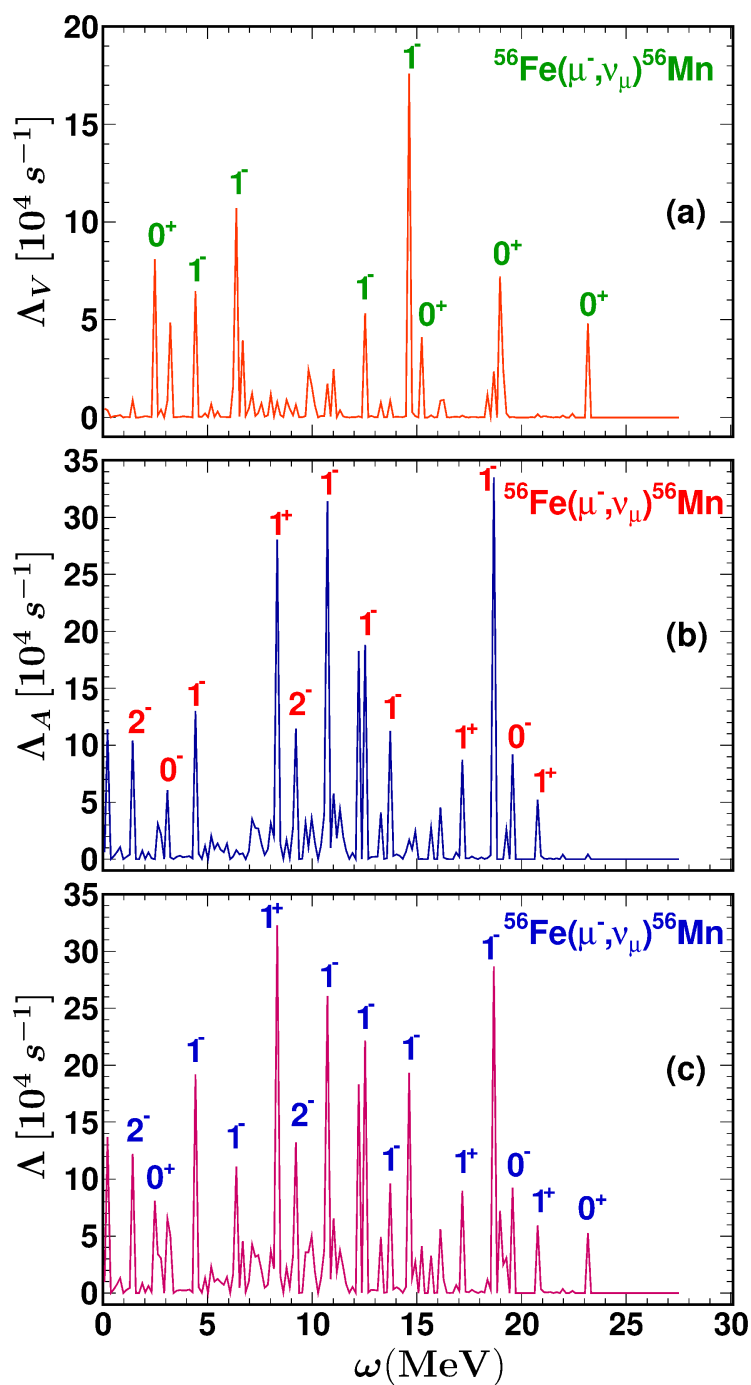
Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) \text{ s}^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0^+	0.17728	0.00000	0.17728	0^-	0.00000	0.26381	0.26381
1^+	0.00832	0.34978	0.39740	1^-	0.40086	0.83481	1.07383
2^+	0.02721	0.04830	0.06541	2^-	0.01048	0.35921	0.41531
3^+	0.00092	0.03915	0.04453	3^-	0.00260	0.00385	0.00567
4^+	0.00011	0.00016	0.00023	4^-	0.00007	0.00298	0.00340

4.9.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$

Σύμφωνα με τον χώρο μοντέλου που χρησιμοποιούμε (δες Κεφ. 3.8.1) για το ισότοπο του ^{56}Fe βρήκαμε ότι ξεκινώντας από την βασική κατάσταση του σιδήρου μπορούμε να πάμε σε συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις του ^{56}Mn . Απο το Σχήμα 4.9 βλέπουμε ότι το σημαντικότερο ρόλο (μέγιστη κορυφή) παίζει η 1_{10}^+ μετάβαση η οποία εμφανίζεται σε ενέργεια $\omega = 8.278 \text{ MeV}$. Άλλη σημαντική μετάβαση είναι η 1_{38}^- σε ενέργεια $\omega = 18.716 \text{ MeV}$.

Οι σημαντικότερες μεταβάσεις που συνεισφέρουν στο πολικό μέρος και παρουσιάζονται στο pannel a είναι οι 0_1^+ , 1_7^- και 1_{36}^- που τοποθετούνται αντίστοιχα στις ενέργειες $\omega = 8.09 \text{ MeV}$, $\omega = 6.37 \text{ MeV}$ και $\omega = 14.66 \text{ MeV}$. Αντίστοιχα από αυτές που συνεισφέρουν στο αξονικό μέρος οι σημαντικότερες είναι αυτές που παρουσιάζονται στις ενέργειες $\omega = 8.28 \text{ MeV}$, $\omega = 10.79 \text{ MeV}$ και $\omega = 18.71 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_{10}^+ , 1_{24}^- και 1_{38}^- . Η εμπειρική Εξ. (4.13) τοποθετεί την γιγαντιαία κορυφή 1^- στην θέση $\omega = 18.670 \text{ MeV}$ που είναι σε πάρα πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας που την τοποθετούν στα 18.716 MeV . Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξαν και οι Kolbe και Langanke ύστερα απο την μελέτη τους για την αντίδραση φορτισμένου ρεύματος $^{56}\text{Fe}(\nu_e, e^-)^{56}\text{Co}$ [90], όπου ο γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός τοποθετείται σε ενέργεια περίπου 17.5 MeV

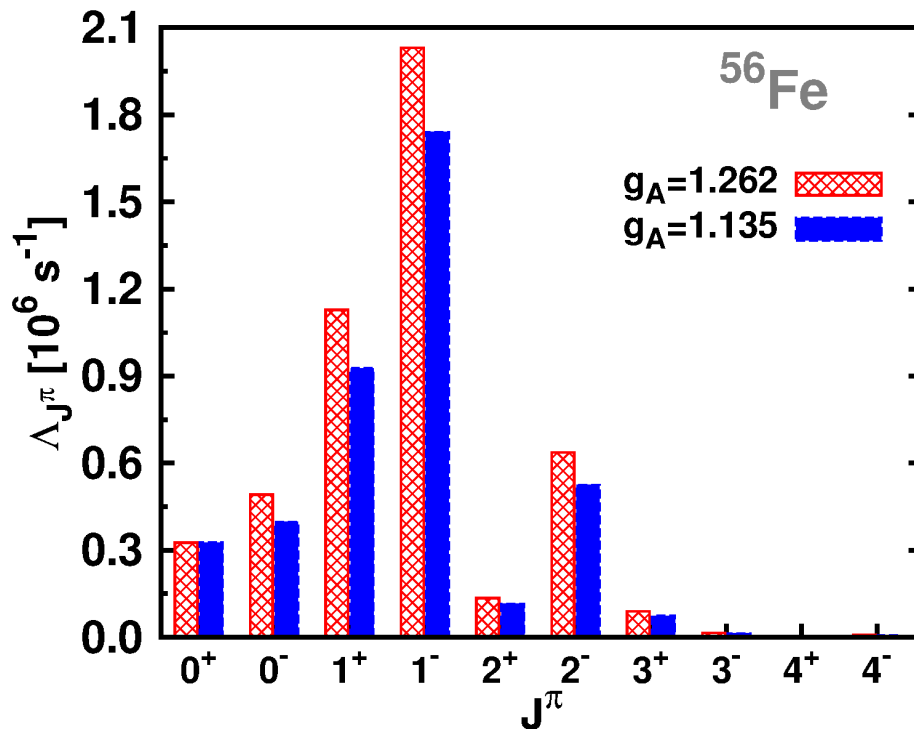
Ο σχεδιασμός των παραπάνω γραφικών παραστάσεων έχουν γίνει με την χρήση του σχεδιαστικού προγράμματος ROOT του Cern με binning πλάτος 0.15.



Σχήμα 4.9: Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Δ_V (panel(a)) και Axial-Vector Δ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{56}Fe .

4.9.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$

Ακριβώς όπως και στην περίπτωση του ισότοπου του τιτανίου, και σε αυτή την περίπτωση βασιζόμενοι στην Εξ. (4.14) χρησιμοποιώντας και τις δύο τιμές της g_A υπολογίζουμε τους μερικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης στο ισότοπο του σιδήρου. Παρατηρώντας το Σχήμα 4.10 βλέπουμε πως σημαντικότερες μεταβάσεις αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες $J^\pi = 1^+$ και 1^- . Αναλυτικότερα, η σημαντικότερη συμβολή περίπου 42% προέρχεται από την 1^- πολυπολικότητα. Άλλες πολυπολικότητες με σημαντικές συνεισφορές είναι το 1^+ (22%), η 2^- (13%), η 0^- (10%) και η 0^+ (8%). Πλήρης παρουσίαση των ποσοστών όλων των πολυπολικοτήτων για μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ για το ισότοπο του ^{56}Fe γίνεται στην πέμπτη στήλη του Πίνακα 4.2.



Σχήμα 4.10: Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{56}Fe . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.

Τέλος, οι ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας είναι τοποθετημένες στον Πίνακα 4.6. Επιπλέον παρουσιάζονται οι συνεισφορές από το polar κομμάτι καθώς και από το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα, με την συνεισφορά του axial μέρους να υπερτερεί έναντι του polar κομματιού.

Πίνακας 4.6: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (σε $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{56}Fe . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0^+	0.32665	0.00000	0.32665	0^-	0.00000	0.39765	0.39765
1^+	0.02488	0.80275	0.92659	1^-	0.65254	1.36168	1.74001
2^+	0.04402	0.09006	0.11526	2^-	0.01751	0.44816	0.52447
3^+	0.00194	0.06421	0.07351	3^-	0.00683	0.00863	0.01335
4^+	0.00022	0.00035	0.00050	4^-	0.00018	0.00561	0.00645

4.9.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}Fe(\mu^-, \nu_\mu)^{56}Mn$

Κλείνοντας την έρευνα μας στο ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe παραθέτουμε σε αυτή την ενότητα τα αποτελέσματα των ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου βάση της Εξ. (4.15) και κάνοντας χρήση της μειωμένης τιμής της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.135$. Στην έβδομη (7) γραμμή του Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μας (ολικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης καθώς και οι συνεισφορές του πολικού κομματιού, του αξονικού και του όρου επικάλυψης) για το ισότοπο του σιδήρου καθώς και υπάρχοντα πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα. Η συμφωνία μας με τα πειραματικά δεδομένα είναι πολύ καλή, (απόκλιση 6.5%). Αντίστοιχα οι αποκλίσεις με τα αποτελέσματα των εργασιών [74] και [75] είναι 7.4% και 12.6% υποδηλώνοντας μια καλή συμφωνία.

4.10 Το ισότοπο του ^{66}Zn

Το επόμενο σε σειρά ισότοπο που μελετήθηκε ήταν το ισότοπο του ψευδαργύρου ^{66}Zn που χαρακτηρίζεται από μαζικό αριθμό $A=66$, ατομικό αριθμό $Z=30$ και ατομική μάζα 65,38 amu. Είναι ένα σταθερό ισότοπο που η αφθονία καλύπτει μόλις το 27.73% των ισωτόπων του ψευδαργύρου.

Η σύλληψη μιονίου από το ισότοπο του ψευδαργύρου ^{66}Zn περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



4.10.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$

Η μελέτη του ισότοπου ^{66}Zn ξεκίνησε με την επιλογή του χώρου μοντέλου που θα χρησιμοποιήσουμε (δες Κεφ. 3.8.1). Σύμφωνα με τον χώρο αυτό υπολογίσαμε ότι ξεκινώντας από την βασική κατάσταση $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$ του ^{66}Zn μπορούμε να πάμε σε συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις του ^{66}Cu . Τοποθετώντας όλες αυτές τις δυνατές καταστάσεις κατά αύξουσα σειρά σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω παρατηρούμε ο,τι οι πιο σημαντικές απο αυτές (αυτές που χαρακτηρίζονται από πιο έντονες κορυφές (panel c) είναι η 1_{38}^- που τοποθετείται στην ενέργεια $\omega = 14.833\text{MeV}$ η οποία παρουσιάζει την πιο έντονη κορυφή, και η 1_{10}^+ που εμφανίζεται στην ενέργεια $\omega = 6.555\text{MeV}$.

Από το panel a παρατηρούμε ό,τι στο πολικό κομμάτι οι κυριότερες μεταβάσεις είναι η 0_1^+ και η 1_{38}^- όπου βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες $\omega = 6.409\text{MeV}$ και $\omega = 14.833\text{MeV}$. Αντίστοιχα από το panel b βλέπουμε οτι οι κυριότερες μεταβάσεις που συμβάλλουν στο αξονικό κομμάτι είναι η 1_1^+ , 1_{34}^- και η 1_{38}^- που αντιστοιχούν στις ενέργειες $\omega = 6.555\text{MeV}$, $\omega = 11.119\text{MeV}$ και $\omega = 14.833\text{MeV}$.

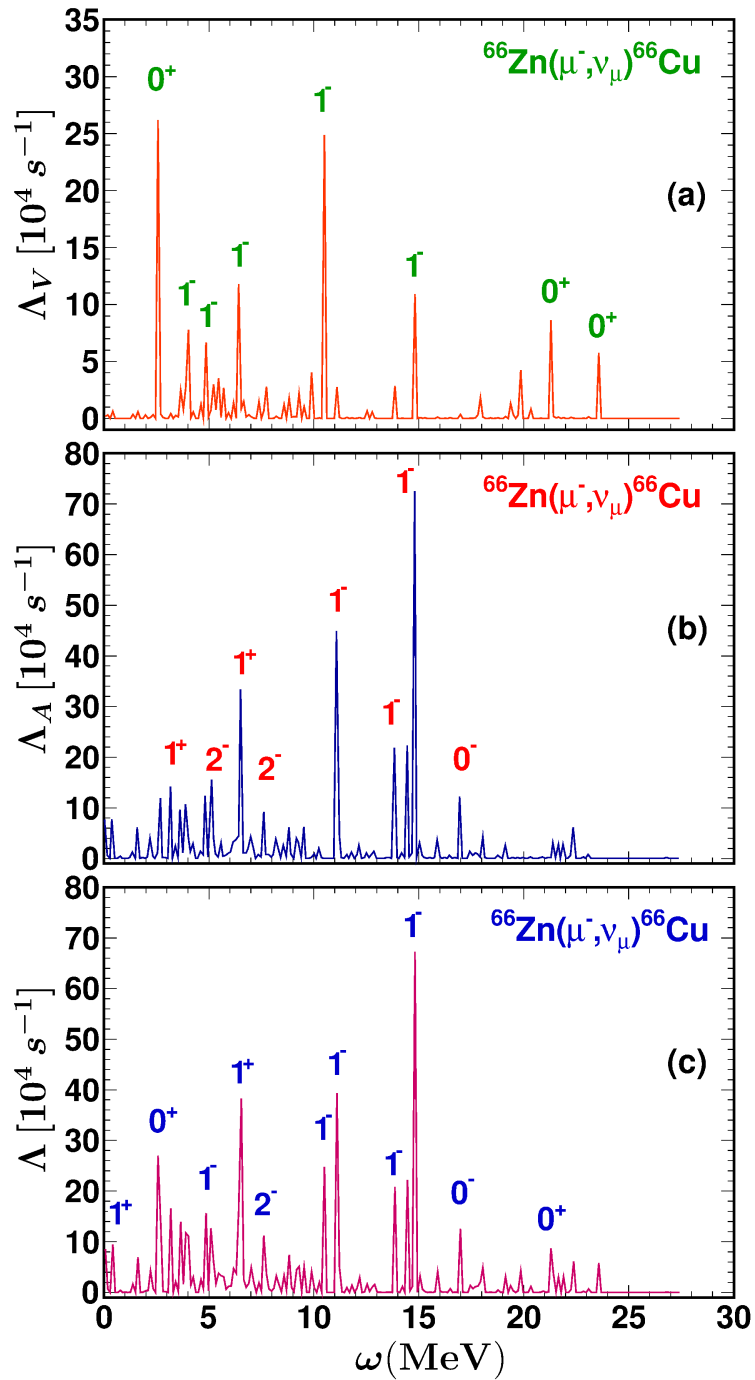
Μέσω της εμπειρικής Εξ. (4.13) υπολογίζεται η θέση του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού 1^- στην ενέργεια $\omega = 17.945\text{MeV}$ όντας σε λιγότερο καλή συμφωνία σε σχέση με τα άλλα ισότοπα, καθώς το δικό μας μέγιστο βρίσκεται σε ενέργεια $\omega = 14.833\text{MeV}$.

Ο σχεδιασμός των παραπάνω γραφικών παραστάσεων έχουν γίνει με την χρήση του σχεδιαστικού προγράμματος ROOT του Cern με binning πλάτος 0.14.

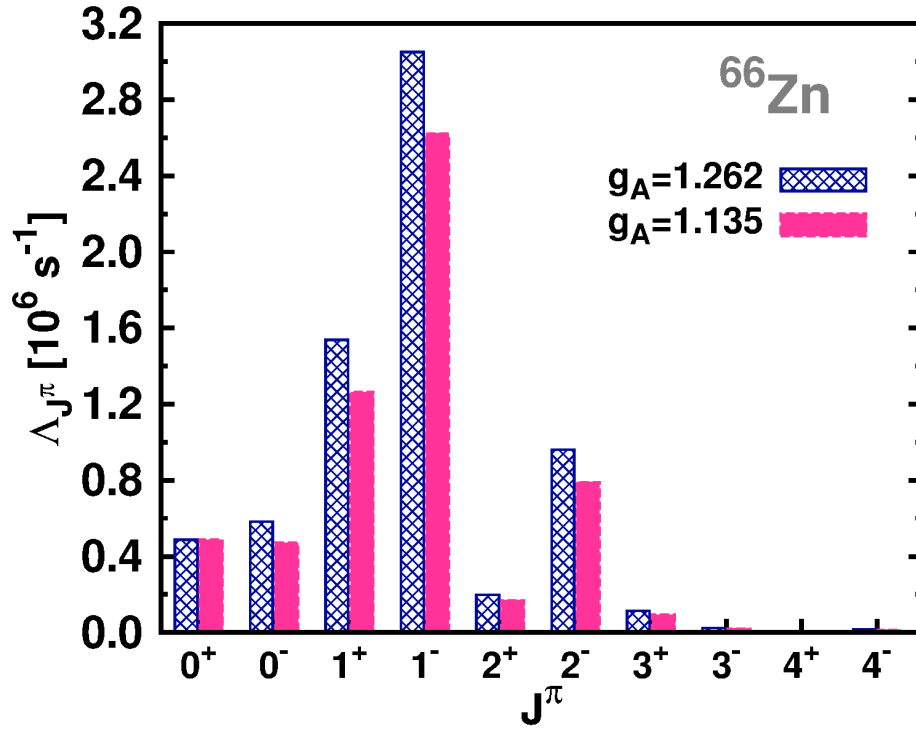
4.10.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$

Ο επόμενος πυρήνας στον οποίο υπολογίσαμε τους μερικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης είναι ο ψευδάργυρος ^{66}Zn . Από το Σχήμα 4.12 βλέπουμε ό,τι την μεγαλύτερη συμβολή έχουν οι πολυπολικότητες $J^\pi = 1^+$ και 1^- . Συγκεκριμένα, η 1^- πολυπολικότητα συνεισφέρει περίπου το 44% και η 1^+ το 21%. Επίσης αξιόλογες είναι οι συνεισφορές από τις 2^- και 0^+ που συμβάλλουν με ποσοστά περίπου 13% και 8% αντίστοιχα. Αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ φαίνονται στην έκτη στήλη του Πίνακα 4.2.

Στον Πίνακα 4.7 φαίνονται οι ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας, όπως επίσης και οι συνεισφορές από το polar κομμάτι καθώς και απο το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα. Σημειώνουμε πως και σε αυτή την περίπτωση όπως και σε όλες τις προηγούμενες η συνεισφορά του axial μέρους να υπερτερεί έναντι του polar κομματιού.



Σχήμα 4.11: Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{66}Zn .



Σχήμα 4.12: Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{66}Zn . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.

Πίνακας 4.7: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (σε 10^6 s^{-1}) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο μας για το ισότοπο ^{66}Zn . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) \text{ s}^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0 ⁺	0.48767	0.00000	0.48767	0 ⁻	0.00000	0.47128	0.47128
1 ⁺	0.03340	1.09684	1.26324	1 ⁻	1.02643	2.00298	2.62314
2 ⁺	0.06534	0.12928	0.16929	2 ⁻	0.02539	0.67846	0.79047
3 ⁺	0.00242	0.08195	0.09348	3 ⁻	0.00959	0.01358	0.02027
4 ⁺	0.00032	0.00053	0.00075	4 ⁻	0.00038	0.01265	0.01387

4.10.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$

Τελευταίο βήμα των υπολογισμών μας για το ισότοπο του ψευδαργύρου ^{66}Zn είναι οι υπολογισμοί των ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου σύμφωνα με την Εξ.

(4.15). Αναφέρουμε για ακόμα μια φορά πως στους υπολογισμούς μας, στους μεσαίου βάρους και βαρείς πυρήνες χρησιμοποιήσαμε την μειωμένη τιμή της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.135$. Στην προτελευταία γραμμή του Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας μας για το ισότοπο του ψευδαργύρου. Παρατηρούμε ότι έχουμε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα, έχοντας απόκλιση μόλις 2.1% και με τα αποτελέσματα της εργασίας [75] όπου η απόκλιση των αποτελεσμάτων μας είναι πάλι μόλις 2.1%. Αρκετά μεγαλύτερη είναι η απόκλιση μας από τα αποτελέσματα της εργασίας [74] όπου η απόκλιση αγγίζει το 19.2%. Τέλος στον ίδιο Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα ολικά μέρη του πολικού και αξονικού διανύσματος καθώς και του όρου επικάλυψης για το ισότοπο ^{66}Zn .

4.11 Το ισότοπο του ^{90}Zr

Τελευταίος υπό μελέτη πυρήνας είναι το ζιρκόνιο ^{90}Zr που χαρακτηρίζεται από μαζικό αριθμό $A=90$, ατομικό αριθμό $Z=40$ και ατομική μάζα 65,38 amu. Είναι ένα σταθερό ισότοπο που η αφθονία καλύπτει το 51.45% των ισοτόπων του ζιρκονίου.

Η σύλληψη μιονίου από το ισότοπο του ζιρκονίου ^{90}Zr περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:

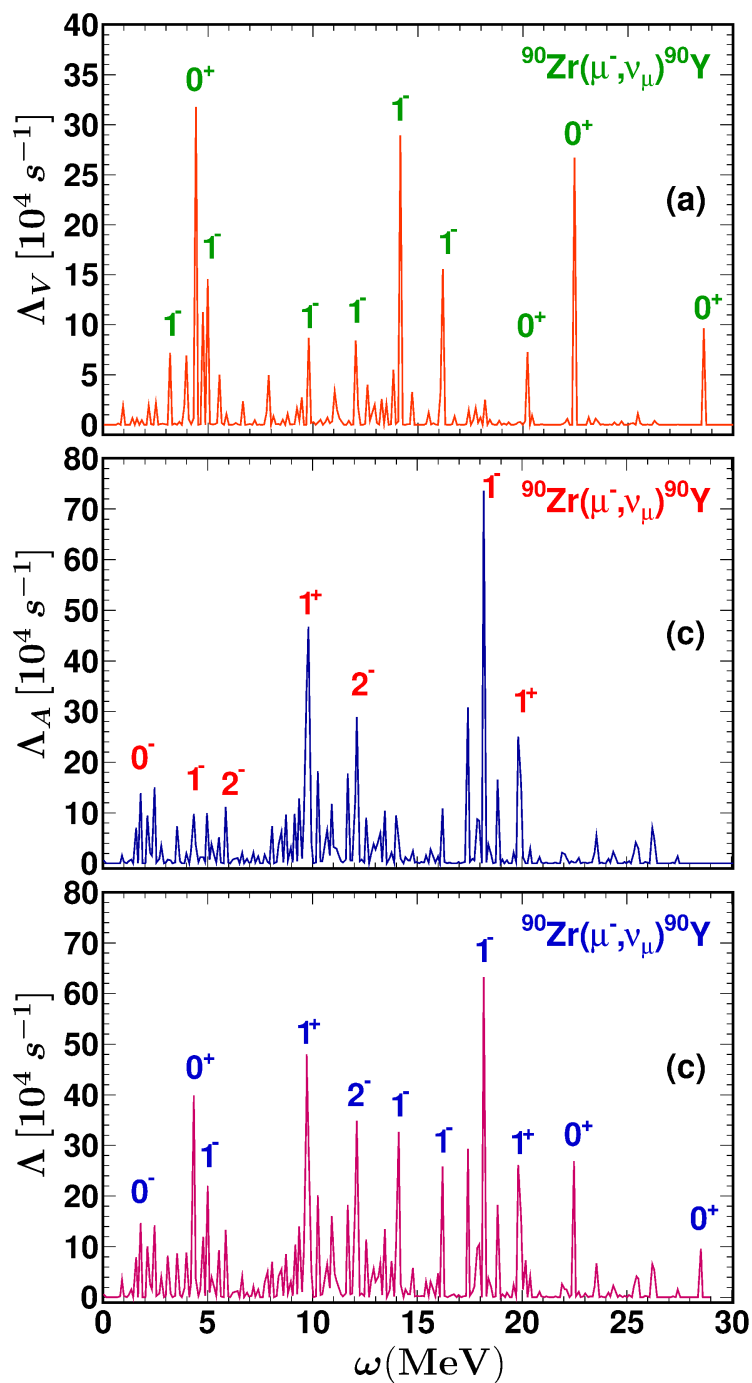


4.11.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$

Ο τελευταίος πυρήνας που μελετήθηκε είναι το ^{90}Zr , όπου χρησιμοποιώντας τον χώρο μοντέλου που περιγράφηκε στο Κεφ. 3.8.1, υπολογίστηκαν συνολικά 912 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ^{90}Y στις οποίες μπορεί να φτάσει ο μητρικός ξεκινώντας από την βασική του κατάσταση.

Από αυτές τις 912 τελικές καταστάσεις οι σημαντικότερες μεταβάσεις αντιστοιχούν σε 1_{54}^- σε ενέργεια $\omega = 18.218 \text{ MeV}$ (μέγιστη κορυφή) και 1_{36}^+ στην ενέργεια $\omega = 9.752 \text{ MeV}$. Μέσω του εμπειρικού τύπου (Εξ. (4.13)), ο γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός 1^- τοποθετείται στην ενέργεια $\omega = 16.681 \text{ MeV}$ που είναι σε καλή συμφωνία με τα δικά μας αποτελέσματα. Στο πολικό κομμάτι (panel a) οι πιο χαρακτηριστικές κορυφές εντοπίζονται στις ενέργειες $\omega = 4.37 \text{ MeV}$, $\omega = 14.15 \text{ MeV}$ και $\omega = 22.49 \text{ MeV}$ χαρακτηριστικές των μεταβάσεων 0_2^+ , 1_{43}^- και 0_{20}^+ αντίστοιχα. Στο αξονικό κομμάτι, όπου οι συνεισφορές είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες στο πολικό κομμάτι, με τις κυριότερες μεταβάσεις να είναι η 1_{16}^+ και η 1_{54}^- που βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες $\omega = 9.75 \text{ MeV}$ και $\omega = 18.218 \text{ MeV}$.

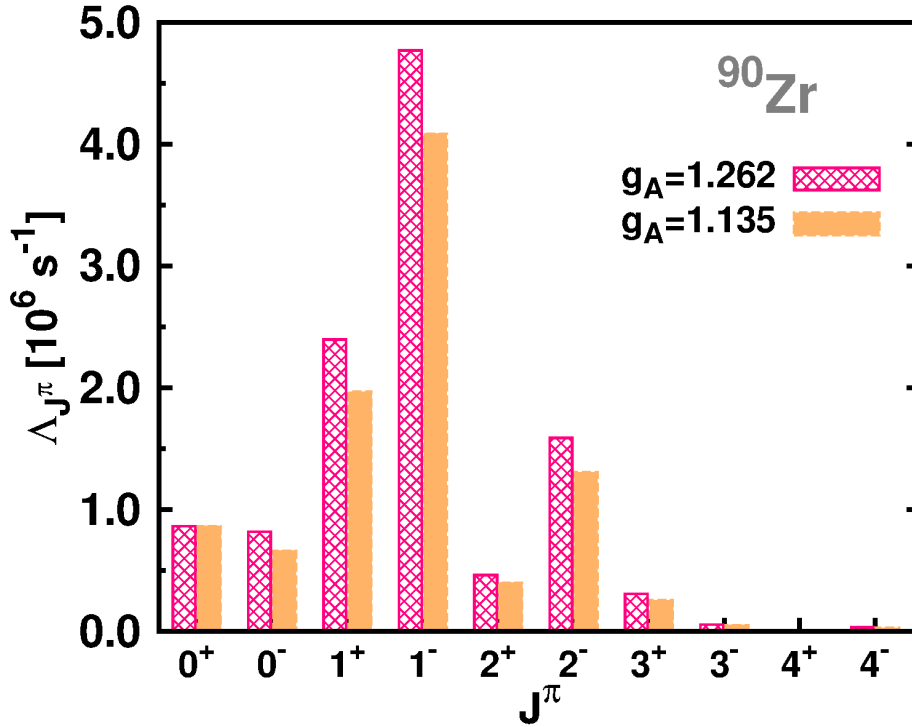
Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις έχουν σχεδιαστεί με το πρόγραμμα ROOT του Cern με binning πλάτος 0.11.



Σχήμα 4.13: Ξεχωριστές συνεισφορές του Polar-Vector Λ_V (panel(a)) και Axial-Vector Λ_A (panel (b)) στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το ισότοπο ^{90}Zr .

4.11.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$

Τελευταίος πυρήνας στον υπολογισμό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου είναι το ζιρκόνιο ^{90}Zr . Και εδώ εκτελέσαμε τους υπολογισμούς μας δύο φορές και για τις δύο τιμές της g_A όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.14. Οι κυριότερες εδώ



Σχήμα 4.14: Όμοιο με το σχήμα 4.8 αλλά για το ισότοπο ^{90}Zr . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας.

συνεισφορές προέρχονται από τις πολυπολικότητες $J^\pi = 1^+$ και 1^- με ποσοστά συνεισφοράς αντίστοιχα 42% και 20%. Επίσης, η 2^- συνεισφέρει περίπου 14%, η 0^+ περίπου 9% τέλος η 0^- πολυπολικότητα συνεισφέρει περίπου 7% για ^{90}Zr . Τα ακριβή ποσοστά για όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ για το ισότοπο του ^{90}Zr παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 4.2.

Για το ισότοπο ^{90}Zr , οι Kolbe, Langanke και Vogel στην εργασία τους [52] βρήκαν τις εξής συνεισφορές από τις πολυπολικότητες: περίπου 28% (για 1^-), 25% (για 1^+) και περίπου 13% (για 2^-) οι οποίες, με την εξαίρεση την συνεισφορά της 1^- , είναι σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας που απαριθμούνται στον Πίνακα 4.2. Η διαφορά στην πολυπολικότητα 1^- οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το ^{90}Zr είναι ένας διπλά κλειστός πυρήνας και η QRPA converges abnormally [93, 126].

Οι αναλυτικές τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι $J^\pi = 4^\pm$ χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.8. Επίσης στον ίδιο πίνακα

υπολογίζεται το μέρος που προέρχεται από το polar κομμάτι καθώς και από το axial κομμάτι για κάθε πολυπολικότητα. Και σε αυτή την περίπτωση το axial κομμάτι έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου σε σχέση με το polar κομμάτι.

Πίνακας 4.8: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου Λ_{J^π} (in $10^6 s^{-1}$) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας για το ισότοπο ^{90}Zr . Επιπλέον υπολογίζεται χωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία J^π				Αρνητική ομοτιμία J^π			
J^π	Polar	Axial	Total	J^π	Polar	Axial	Total
0 ⁺	0.86567	0.00000	0.86567	0 ⁻	0.00000	0.66260	0.66260
1 ⁺	0.05482	1.73460	1.96811	1 ⁻	1.51491	3.20214	4.08666
2 ⁺	0.16900	0.29149	0.40117	2 ⁻	0.04235	1.13107	1.30711
3 ⁺	0.00699	0.22389	0.25535	3 ⁻	0.02301	0.03447	0.05033
4 ⁺	0.00107	0.00180	0.00253	4 ⁻	0.00079	0.02542	0.02906

4.11.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$

Στο τελευταίο στάδιο των υπολογισμών μας, υπολογίσαμε για το ισότοπο ^{90}Zr τους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης στηριζόμενοι στην Εξ. (4.15) χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.135$. Παρατηρώντας την τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.1 βλέπουμε ό,τι τα αποτελέσματά μας είναι σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα, έχοντας απόκλιση μόλις 3.0%. Εξίσου καλή είναι και η συμφωνία μας με τα αποτελέσματα των εργασιών [74] και [75] όπου οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχα 7.5% και 2.5%.

Επιπλέον στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα ολικά μέρη του πολικού και αξονικού διανύσματος καθώς και του όρου επικάλυψης για το ισότοπο ^{90}Zr .

4.12 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο βασιζόμενοι σε μία πλεονεκτική αριθμητική προσέγγιση, η οποία κατασκευάστηκε από την ομάδα μας, υπολογίσαμε τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα πολυπολικών μεταπτώσεων τα οποία υπεισέρχονται στην μελέτη όλων των

ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων. Κύριος στόχος του παρόντος Κεφαλαίου ήταν η αναλυτική μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων και μέσω αυτής της διαδικασίας ο υπολογισμός των προαναφερθέντων στοιχείων πίνακα.

Αναλυτικότερα, στο πρώτο στάδιο της μελέτης μας στο παρόν Κεφάλαιο κάναμε αναλυτικά κατάσταση-προς κατάσταση υπολογισμούς των αποκλειστικών ρυθμών μιονικής σύλληψης $\Lambda_{J_f}^{\pi}$ χρησιμοποιώντας ως πυρήνες στόχους τα ισοτοπα ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr , καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα από ελαφρύς μέχρι μεσαίου βάρους πυρήνες. Από τους εν λόγω υπολογισμούς παρατηρήσαμε ότι σε όλες τις αντιδράσεις οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης παρουσιάζουν κάποιες πολύ έντονες χαρακτηριστικές κορυφές σε διάφορες ενέργειες ω που αντιστοιχούν κυρίως σε μεταβάσεις των $J^{\pi} = 1^+$ και $J^{\pi} = 1^-$. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε ότι παρόμοιοι υπολογισμοί πάνω στην διαδικασία σύλληψης μιονίων δεν έχει πραγματοποιηθεί, πράγμα που αποτελεί και πρωτοτυπία όσον αφορά την διαδικασία αυτή.

Στη συνέχεια, στο δεύτερο στάδιο της μελέτης μας υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων $\Lambda_{J^{\pi}}$ για όλες τις προαναφερθείσες αντιδράσεις. Σε όλους τους υπό μελέτη πυρήνες αυτό που παρατηρήσαμε είναι ότι η κυρίαρχη συνεισφορά είναι από τις $J^{\pi} = 1^-$ μεταπτώσεις. Αξιόλογο ποσοστό επίσης συνεισφέρουν και οι μεταπτώσεις $J^{\pi} = 1^+$ και $J^{\pi} = 2^-$. Αντίστοιχα στο τελευταίο μέρος του Κεφαλαίου αυτό, υπολογίσαμε τους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων Λ_{tot} των παραπάνω μητρικών πυρήνων, και μετά από σύγκριση με ήδη υπάρχοντα πειραματικά αλλά και θεωρητικά δεδομένα, είδαμε ότι είχαμε συμφωνία καλύτερη από 7%.

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι σε όλους τους παραπάνω υπολογισμούς έγινε χρήση της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.262$ στους ελαφρείς πυρήνες ^{28}Si και ^{32}S , ενώ, στους βαρύτερους πυρήνες κρίθηκε απαραίτητη η χρήση της μειωμένης τιμής της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.135$.

Ύστερα από την σύγκριση των μερικών και ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου προερχόμενων από την μελέτη μας, χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA και έχοντας μια πολύ καλή συμφωνία με ήδη υπάρχοντα δεδομένα, αποκτήσαμε υψηλό επίπεδο εμπιστοσύνης της μεθόδου μας. Έχοντας αποκτήσει αυτή την εμπιστοσύνη στην μέθοδό μας στα επόμενα Κεφάλαια θα παρουσιάσουμε αποτελέσματα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων που είναι πολύ σημαντική στην πυρήνοσυνθεση και ιδιαίτερα στα τελευταία στάδια της εξέλιξης ενός αστέρα και κατά την φάση την κατάρρευσής του.

Κεφάλαιο 5

Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου σε συνθήκες εργαστηρίου

5.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιάσουμε υπολογισμούς ενεργών διατομών της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Οι πυρήνες-στόχοι του Κεφαλαίου αυτού είναι μία ομάδα ισοτόπων που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα και παίζουν σημαντικό ρόλο από αστροφυσικής απόψεως. Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων και αποτελεί την σωματιακά συζυγή (particle conjugate) αντίδραση εκείνης των φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα, γεγονός το οποίο προτρέπει οι διαδικασίες αυτές να μελετηθούν χρησιμοποιώντας τις ίδιες πυρηνικές μεθόδους. Η παρούσα μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων πραγματοποιείται στα πλαίσια της βελτιωμένης μεθόδου QRPA (pn-QRPA), η οποία όπως είδαμε στο Κεφ. 3.7, εφαρμόζεται στην κατασκευή όλων των δυνατών τελικών πυρηνικών καταστάσεων. Αντίστοιχα, με την κατασκευή της βασικής κατάστασης προσδιορίζουμε τις μονοσωματιδιακές πιθανότητες κατάληψης (single particle occupation numbers) στα πλαίσια της θεωρίας BCS (βλέπε Κεφ. 3.5.2).

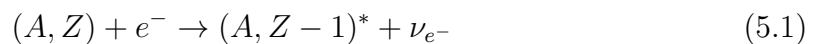
Τα βήματα που ακολουθήθηκαν στην εκτέλεση των υπολογισμών του Κεφαλαίου αυτού είναι τα εξής: Στο πρώτο στάδιο της έρευνας, εκτελέσαμε κατάσταση-προς-κατάσταση υπολογισμούς των ενεργών διατομών αποκλειστικών μεταπτώσεων για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες από την βασική (αρχική) κατάσταση του μητρικού πυρήνα, $|i\rangle = |0_{g.s.}^+\rangle$, σε οποιαδήποτε δυνατή τελική κατάσταση του θυγατρικού (με $J^\pi \leq 5^\pm$). Στο δεύτερο βήμα της μελέτης, επικεντρωθήκαμε στον υπολογισμό της συνεισφοράς στην ολική ενεργό διατομή, κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά μέχρι $J^\pi \leq 5^\pm$, καθώς και στον υπολογισμό των αντίστοιχων ποσοστών συνεισφοράς, για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου (επιλέχθηκε ίση με $E_e = 25\text{MeV}$ για λόγους που θα αιτιολογηθούν παρακάτω). Σαν τελευταίο μέρος του παρόντος κεφαλαίου πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς των ολικών ενεργών διατομών σ_{tot} για

όλους τους παραπάνω πυρήνες.

Στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι, μέσα από μία αξιόπιστη περιγραφή των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων που υπεισέρχονται σε όλες τις αντιδράσεις μεταβολής φορτίου του πυρήνα-στόχου, να μελετήσουμε την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες σε εργαστηριακό περιβάλλον. Τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Καθώς η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες είναι μία από τις σημαντικότερες διαδικασίες στην εξέλιξη ενός αστέρα ιδιαίτερα κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του, είναι ουσιαστικής σημασίας να μελετηθεί και κάτω από συνθήκες αστροφυσικού περιβάλλοντος. Απώτερος σκοπός του Κεφαλαίου αυτού, είναι αφού γίνει αντιληπτός ο μηχανισμός της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, έτσι ώστε να μπορούμε να επεκτείνουμε την μέθοδό μας σε πιο ρεαλιστικές συνθήκες, εκεί που πραγματοποιείται αυθόρμητα η αντίδραση αυτή, δηλαδή υπό αστρικές συνθήκες (λεπτομέρειες της μελέτης αυτής υπάρχουν στο Κεφ. 6).

5.2 Σύλληψη ηλεκτρονίων

Η σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες και νουκλεόνια είναι πολύ σημαντικές διαδικασίες, που παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην εκρηκτική πυρηνοσύνθεση. Παρ'όλο που η μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων έχει ξεκινήσει εδώ και πολλές δεκαετίες, απαιτούνται πιο ακριβείς υπολογισμοί των ρυθμών σύλληψης, εξαιτίας της ιδιαίτερης σημασίας της κατά την διάρκεια κατάρρευσης καρδιάς ενός αστέρα και σε άλλα αστροφυσικά φαινόμενα. Γι' αυτό τον λόγο, θα μελετήσουμε αναλυτικά την διαδικασία αυτή για μία ομάδα ισοτόπων που είναι σημαντικά από άποψη αστροφυσικής. Η μελέτη της διαδικασίας αυτής στο παρόν Κεφάλαιο θα πραγματοποιηθεί σε συνθήκες εργαστηρίου, προβλέποντας τα αποτελέσματα ενός πειράματος αν έχουμε ως μητρικό πυρήνα ένα από τα ισότοπα ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn ή ^{90}Zr . Η διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνα αναπαριστάται μέσω της εξίσωσης:



όπου ο μητρικός πυρήνας απορροφά μέρος της προσπίπτουσας ενέργειας του ηλεκτρονίου, E_e , και το νεutrino μεταφέρει την υπόλοιπη ενέργεια E_{ν_e} . Η ενέργεια που απορροφάται από τον μητρικό πυρήνα δίνεται από την διαφορά μεταξύ αρχικής και τελικής πυρηνικής κατάστασης $E = E_f - E_i$. Λεπτομέρειες της κινηματικής της αντίδρασης παρουσιάζονται στην ενότητα 5.3.

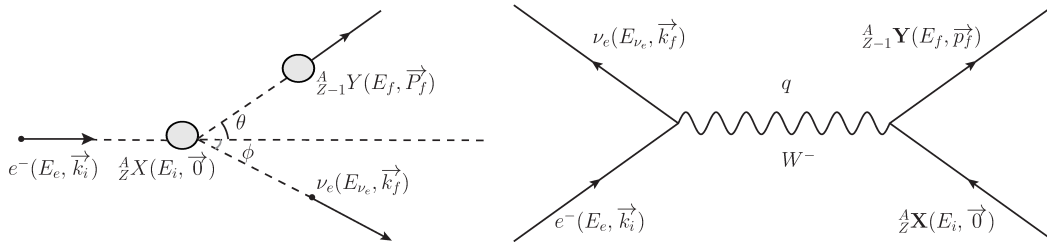
Η σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους:

- με την σύλληψη ενός τροχιακού ηλεκτρονίου, όπου το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα στην K ή L τροχία
- με την σύλληψη ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου

Εμείς θα ασχοληθούμε με την σύλληψη ηλεκτρονίων της δεύτερης κατηγορίας καθώς απώτερος στόχος μας είναι να επεκτείνουμε την μέθοδό μας σε αστροφυσικό περιβάλλον όπου η ενέργεια Fermi του εκφυλισμένου αερίου ηλεκτρονίων είναι αρκετά μεγάλη ώστε να ξεπεράσει την ενέργεια κατωφλίου (E_{thres}). Αυτή η υψηλή ενέργεια Fermi οδηγεί στη σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες. Πριν όμως οδηγηθούμε σε αστροφυσικό περιβάλλον (Κεφ. 6) θα μελετήσουμε το φαινόμενο σε περιβάλλον εργαστηρίου, όπου ο μητρικός πυρήνας θα βρίσκεται πάντα στην βασική του κατάσταση $|i\rangle = |0_{g.s.}^+\rangle$ και δεν έχουμε εξάττηση από την θερμοκρασία.

5.3 Κινηματική της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου

Στην στοιχειώδη αντίδραση σύλληψης ελευθέρων ηλεκτρονίων από πυρήνες έχουμε στην αρχική κατάσταση του συστήματος ένα ηλεκτρόνιο με ενέργεια E_e (σε αυτή περιλαμβάνεται και η ενέργεια ηρεμίας του) το οποίο κινείται ελεύθερα έχοντας τετραορμή $k_i = (E_e, \mathbf{k}_e)$ το οποίο αλληλεπιδρά, μέσω ανταλλαγής φορτισμένων μποζονίων W^- , με τον μητρικό πυρήνα (A, Z) που βρίσκεται στην κατάσταση $|i\rangle \equiv |0_{g.s.}^+\rangle$ με αρχική ορμή $P_i = (E_i, \mathbf{0})$. Στην τελική κατάσταση έχουμε τον θυγατρικό πυρήνα ($A, Z-1$) σε μία διεγερμένη κατάσταση $|f\rangle$ με τελική ορμή $P_f = (E_f, \mathbf{P}_f)$ και ένα νεutrino που εκπέμπεται με τετραορμή $k_f = (E_{\nu_e}, \mathbf{k}_{\nu_e})$. Καθώς οι δυο πυρήνες εκτός του ότι είναι σε διαφορετική κατάσταση είναι και διαφορετικοί μεταξύ τους ισχύει $E_f - E_i = Q + \omega$.



Σχήμα 5.1: Διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Αριστερά παρουσιάζεται το διάγραμμα της κινηματικής της αντίδρασης υπό εργαστηριακές συνθήκες και δεξιά απεικονίζεται το αντίστοιχο διάγραμμα Feynman της αντίδρασης.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στους κόμβους (1) και (2) στο διάγραμμα Feynman που φαίνεται στο Σχήμα (5.1) υπολογίζουμε την ενέργεια του εξερχόμενου νεutrino ως:

$$E_{\nu} = E_e - Q + E_i - E_f \quad (5.2)$$

110Κεφάλαιο 5. Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου σε συνθήκες εργαστηρίου

η οποία περιλαμβάνει την ενεργειακή διαφορά μεταξύ αρχικής E_i και τελικής E_f πυρηνικής κατάστασης και η τιμή της Q προσδιορίζεται από τις πειραματικές μάζες του μητρικού (M_i) και θυγατρικού (M_f) πυρήνα αντίστοιχα ως $Q = M_f - M_i$ [148]. Προς ευκολία του αναγνώστη στον Πίνακα 5.1 προσδιορίζονται οι τιμές των πειραματικών μαζών για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.

Πίνακας 5.1: Πειραματικές τιμές των Ατομικών και Πυρηνικών Μαζών των υπό μελέτη πυρήνων σε MeV .

	Μητρικοί Πυρήνες		Θυγατρικοί Πυρήνες		
	Πειραματικές Μάζες		Πειραματικές Μάζες		
${}^A X$	Ατομική (M)	Πυρηνική (m)	${}^A X$	Ατομική (M)	Πυρηνική (m)
${}^{28}Si$	26059.500	26052.346	${}^{28}Al$	26064.142	26057.499
${}^{32}S$	29780.833	29772.657	${}^{32}P$	29782.543	29774.878
${}^{48}Ti$	44661.786	44650.544	${}^{48}Sc$	44665.777	44655.046
${}^{56}Fe$	52103.059	52089.773	${}^{56}Mn$	52106.754	52093.979
${}^{66}Zn$	61407.727	61392.397	${}^{66}Cu$	61410.368	61395.549
${}^{90}Zr$	83745.693	83725.253	${}^{90}Y$	83747.973	83728.044

Από το διάγραμμα της κινηματικής (Σχήμα (5.1)) μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταφερομένη 3-ορμή καθώς και την 4-ορμή ως:

$$\begin{aligned} q^\mu &= (E_{\nu_e} - E_e, k_{\nu_e} \cos\phi - k_e, k_{\nu_e} \sin\phi, 0) \Rightarrow \\ q^\mu &= (E_{\nu_e} - E_e, E_{\nu_e} \cos\phi - k_e, E_{\nu_e} \sin\phi, 0) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Θέτοντας, $\alpha = k_e/E_e$ και χρησιμοποιώντας την σχέση ενέργειας-ορμής $E^2 = p^2 + m^2 c^4$ καταλήγουμε στην σχέση

$$\alpha = \frac{k_e}{E_e} = \left[1 - \left(\frac{m_e c^2}{E_e} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.4)$$

Στην συνέχεια, βασιζόμενοι στην σχέση $(E_{\nu_e} - E_e)^2 = \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = E_{\nu_e}^2 + E_e^2 - 2E_{\nu_e}E_e$ παίρνουμε:

$$q^\mu = (E_{\nu_e} - E_e, E_{\nu_e} \cos\phi - \alpha E_e, E_{\nu_e} \sin\phi, 0) \quad (5.5)$$

Έτσι εύκολα καταλήγουμε στον υπολογισμό της 3-ορμής ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 &= (E_{\nu_e} \cos\phi - \alpha E_e)^2 + (E_{\nu_e} \sin\phi)^2 \\ &= E_{\nu_e}^2 - 2E_{\nu_e}E_e \alpha \cos\phi + \alpha^2 E_e^2 \\ &= E_{\nu_e}^2 - 2E_{\nu_e}E_e \alpha \cos\phi + \alpha^2 E_e^2 + E_e^2 - 2E_{\nu_e}E_e - E_e^2 + 2E_{\nu_e}E_e \\ &= \omega^2 + 2E_{\nu_e}E_e(1 - \alpha \cos\phi) - (m_e c^2)^2. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Και αντίστοιχα για τον υπολογισμό της 4-ορμής έχουμε:

$$\begin{aligned}
 q_\mu q^\mu &= q_0^2 - \mathbf{q}^2 \\
 &= \omega^2 - \omega'^2 - 2E_{\nu_e} E_e (1 - \alpha \cos\phi) + (m_e c^2)^2 \\
 &= (m_e c^2)^2 - 2E_{\nu_e} E_e (1 - \alpha \cos\phi).
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

5.4 Φορμαλισμός διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες όπως περιγράφεται από την Εξ. (5.1) είναι μια απλή ημι-λεπτονική αντίδραση, η οποία πραγματοποιείται μέσω των φορτισμένων ρευμάτων των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Η θεωρητική ανάλυση αυτών των διαδικασιών απαιτεί την περιγραφή των ασθενών αλληλεπιδράσεων μεταξύ λεπτονίων και νουκλεονίων, καθώς επίσης και των κυματοσυναρτήσεων αρχικών και τελικών πυρηνικών καταστάσεων.

Υποθέτοντας ότι η αρχική $|i\rangle$ και τελική $|f\rangle$ πυρηνική κατάσταση έχουν καλά καθορισμένες τις ποσότητες σπιν και ομοτιμία, μπορούμε να εφαρμόσουμε την πολυπολική ανάπτυξη του ασθενικού αδρονικού ρεύματος (σε πυρηνικό επίπεδο) [59, 94], σε πλήρη αναλογία με την σκέδαση ηλεκτρονίων από πυρήνες [131, 132] στα πλαίσια της ενοποιημένης θεωρίας ανάλυσης των ημι-λεπτονικών ασθενών τελεστών μεταβολής φορτίου σε πυρήνες (θεωρία Donnelly-Walecka).

Στόχος του παρόντος Κεφαλαίου είναι ο υπολογισμός των ενεργών διατομών της αντίδρασης ηλεκτρονίου-πυρήνα για μεταβάσεις από μία αρχική $|i\rangle$ σε μία τελική $|f\rangle$ κατάσταση μέσω της σχέσης:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{V E_\nu^2}{(2\pi)^2} \sum_{\text{leptons spins}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \widehat{H}_w | i \rangle|^2, \tag{5.8}$$

όπου το V υποδηλώνει τον όγκο κβάντωσης και E_ν η ενέργεια του εξερχόμενου νετρίνου. Η Χαμιλτονιανή περιγράφεται με ακριβώς τον ίδιο τρόπο όπως και στην περίπτωση της μιονικής σύλληψης (δες Εξ. (4.9)). Τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα των αποκλειστικών μεταπτώσεων υπολογίζονται όπως έχουμε αναφέρει και στην Ενότητα 4.4 ως:

$$\langle f | \widehat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle f | \widehat{\mathcal{J}}_\mu | i \rangle$$

με την μεταφερομένη 3-ορμή τώρα να υπολογίζεται σύμφωνα με τις σχέσεις της ενότητας (5.3). Η ποσότητα $\ell^\mu e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$ αναφέρεται στα λεπτονικά στοιχεία πίνακα γραμμένα σε καρτεσιανές συντεταγμένες.

5.5 Ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου

Στην μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίου (όπως και όλων των ηλεκτρασθενών αντιδράσεων) αυτό που έχει σημασία για τους ερευνητές είναι ο υπολογισμός των ενεργών διατομών. Γενικά, οι ενεργές διατομές που χρησιμοποιούνται από τους ερευνητές είναι: α) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς την στερεά γωνία $d\sigma/d\Omega$, β) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα $d\sigma/dw$, και η διπλή ενεργός διατομή ως προς τις δύο παραπάνω ποσότητες $d^2\sigma/d\Omega dw$. Στο παρόν κεφάλαιο οι πρωτογενείς υπολογισμοί που εκτελέστηκαν είναι της μορφής (α) όπου στην συνέχεια μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης υπολογίστηκε και η ολική ενεργός διατομή σ_{tot} . Για την μαθηματική ολοκλήρωση των αποτελεσμάτων μας, είχαμε την δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε δύο μεθόδους: είτε την μέθοδο Gauss 20 σημείων, είτε την μέθοδο της NAG ολοκλήρωσης χρησιμοποιώντας και στις δύο περιπτώσεις τις απαραίτητες ρουτίνες. Τα αποτελέσματα ολοκλήρωσης μέσω και των δύο μεθόδων είναι ακριβώς τα ίδια. Το πλεονέκτημα της μεθόδου Gauss σε σχέση με την μέθοδο NAG παρουσιάζεται στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων μας, ενώ από την άλλη πλευρά η μέθοδος NAG υπερτερεί από άποψη υπολογιστικού χρόνου (η μέθοδος Gauss χρειάζεται περίπου τριπλάσιο χρόνο σε σχέση με την μέθοδο NAG). Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, αφού τα αποτελέσματα και των δύο μεθόδων είναι τα ίδια, στην έρευνά μας χρησιμοποιήσαμε την πιο σύγχρονη μέθοδο ολοκλήρωσης αυτή της μεθόδου NAG.

Οι πρωτογενείς ενεργές διατομές (original cross sections) στην σύλληψη ηλεκτρονίων υπολογίζονται με βάση την έκφραση:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c F(Z, E_e)}{2\pi (2J_i + 1)} \\ &\times \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_\nu) \left\{ [(1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{\mathbf{q}})(\beta \cdot \hat{\mathbf{q}}))] [|\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle|^2] \right. \right. \\ &- 2\hat{\mathbf{q}} \cdot (\hat{\nu} - \beta) \text{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle^* \left. \right\} \\ &+ \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \left\{ (1 + \hat{\nu} \cdot \beta) |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 \right. \\ &+ (1 - \hat{\nu} \cdot \beta + 2(\beta \cdot \hat{\mathbf{q}})) |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 \\ &\left. - 2\hat{\mathbf{q}}(\hat{\nu} + \beta) \text{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle^* \right\} \end{aligned} \quad (5.9)$$

όπου η μεταφερομένη ορμή $\mathbf{q} = \nu - \mathbf{k}$ ορίζεται από την διαφορά μεταξύ της ορμής του νετρίνου και αυτής του ηλεκτρονίου, με $\hat{\mathbf{q}}$ και $\hat{\nu}$ τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα και $\beta = \mathbf{k}/E_e$. Οι ενέργειες του εισερχομένου ηλεκτρονίου και του εξερχομένου νετρίνου συμβολίζονται αντίστοιχα με E_e και E_ν . Η παραμόρφωση της κυματικής εξίσωσης του ηλεκτρονίου εξαιτίας του πεδίου Coulomb λαμβάνεται υπόψη μέσω της συνάρτησης Fermi $F(Z, E_e)$ (για λεπτομέρειες δες Παράρτημα Α.3) [164]. Η

ποσότητα $W(E_e, E_\nu) = E_\nu^2/(1 + E_\nu/M_T)$ αναπαριστά την ανάκρουση του πυρήνα [147], με τον όρο $(1 + E_\nu/M_T)$ να είναι ο παράγοντας φάσης, M_T είναι η μάζα του πυρήνα-στόχου, η παράμετρος α ορίζεται στην Εξ. (5.4) και οι παράμετροι b, d προσδιορίζονται ως:

$$\begin{aligned} b &= \frac{E_e E_\nu \alpha^2}{\mathbf{q}^2} \\ d &= \frac{(m_e c^2)^2}{q E_e}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Λεπτομέρειες για τον προσδιορισμό των παραπάνω παραμέτρων υπάρχουν στην εργασία [94].

Στην μελέτη μας, ο υπολογισμός των πρωτογενών ενεργών διατομών στην σύλληψη ηλεκτρονίων έγινε στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου λαμβάνοντας υπόψη όλες τις δυνατές μεταπτώσεις στον θυγατρικό πυρήνα. Τα απαιτούμενα στοιχεία πίνακα μεταξύ των αρχικών $|J_i\rangle$ και τελικών $|J_f\rangle$ καταστάσεων καθορίζονται χρησιμοποιώντας τις BCS εξισώσεις για την θεμελιώδη κατάσταση [94, 97, 120] και τις pn-QRPA εξισώσεις για τις διεγερμένες καταστάσεις [94–97]. Χρησιμοποιώντας τον φορμαλισμό Donnelly-Walecka στη διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίου, η έκφραση της διαφορικής ενεργού διατομής γράφεται ως [149]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c F(Z, E_e)}{2\pi (2J_i + 1)} \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \right. \\ &\times \{ [1 - \alpha \cos \Phi + b \sin^2 \Phi] [|\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle|^2] \\ &- \left[\frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - \alpha \cos \Phi) - d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle^* \} \\ &+ \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \{ (1 + \alpha \cos \Phi) |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 \\ &+ (1 + \alpha \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 \\ &- \left[\frac{\omega}{q} (1 + \alpha \cos \Phi) + d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle^* \} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα μεταπτώσεων από μία αρχική $|J_i\rangle$ σε μία τελική $|J_f\rangle$ κατάσταση αντιστοιχούν στους τελεστές Coulomb, $\hat{\mathcal{M}}_{JM}$, Longitudinal, $\hat{\mathcal{L}}_{JM}$, transverse electric, $\hat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}$, και transverse magnetic, $\hat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}$ (δες Παράρτημα Δ'4).

Αξίζει να αναφέρουμε ότι για μικρή μεταφορομένη ορμή, διάφοροι συγγραφείς χρησιμοποιούν την προσέγγιση $q \rightarrow 0$. Κάνοντας αυτή την υπόθεση, οι αποκλειστικές ενεργές διατομές (exclusive cross sections) δίνονται μέσω της σχέσης:

$$\sigma_{fi}(E_e) = \frac{6(E_e - E)^2 G_F^2 \cos^2 \theta_c}{\pi (2J_i + 1)} |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_1 | J_i \rangle|^2 \quad (5.12)$$

όπου $\widehat{\mathcal{L}}_{1M}$ είναι ο γνωστός τελεστής Gamow-Teller

$$\widehat{\mathcal{L}}_{1M} = \frac{i}{\sqrt{12\pi}} G_A \sum_{i=1}^A \tau_+(i) \sigma_{1M}(i) \quad (5.13)$$

Έτσι, γίνεται φανερό πως οι μεταβάσεις του τελεστή Gamow-Teller ($GT_+ = \sum_i \tau_i^+ \sigma_i$), παρέχουν την κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή [148]. Οι συντελεστές Clebsch-Gordan (δες Παράρτημα ;;) που προκύπτουν όταν εφαρμόσουμε το θεώρημα Wigner-Eckart δίνει τους κανόνες επιλογής για τον τελεστή που απαιτεί μεταβάσεις από μία αρχική κατάσταση με κβαντικούς αριθμούς (J_i, T_i, Π_i) σε μία τελική κατάσταση με (J_f, T_f, Π_f) , έτσι ώστε $\Delta J = J_f - J_i = 0, 1$ αλλά όχι $J_f = J_i = 0$, $\Delta T = T_f - T_i = 0, 1$ και $\Pi_f = \Pi_i$.

Στην εκτέλεση των αναλυτικών υπολογισμών για την πρωτογενή ενεργό διατομή της σύλληψης ηλεκτρονίων στους υπό μελέτη πυρήνες υποθέσαμε ότι (i) η αρχική κατάσταση του μητρικού πυρήνα είναι η βασική του κατάσταση $|0_{gs}^+\rangle$ και (ii) το πυρηνικό σύστημα βρίσκεται υπό συνθήκες εργαστηρίου (απουσία θερμοκρασιακής εξάρτησης). Η ενεργός διατομή ως συνάρτηση της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου E_e υπολογίζεται με τη βοήθεια των ρεαλιστικών αλληλεπιδράσεων δύο σωμάτων, όπως προαναφέρθηκε (δες Κεφ. ;;). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε την ιδιαίτερη σημασία της τιμής g_A στους υπολογισμούς μας. Σε όλους τους παρακάτω υπολογισμούς των ενεργών διατομών, έχουμε λάβει υπόψη την μειωμένη τιμή για το g_A (quenched value), $g_A = 1.00$, (δες το Παράρτημα ;;), η οποία εισάγεται μέσω του αξονικού παράγοντα δομής $F_A(q^2)$ στους πολυπολικούς τελεστές δημιουργώντας όλες τις δυνατές διεγέρσεις $0^-, 1^\pm, \dots$ κλπ. Αυτή η μείωση στην τιμή της g_A είναι ισοδύναμη με την κανονικοποίηση των στοιχείων πίνακα της εργασίας [148], κατά ένα παράγοντα 0.8. Προηγούμενες μελέτες έδειξαν ότι η παρατηρούμενη πειραματικά μείωση του συνολικού πλάτους GT , αναπαράγεται με ακρίβεια, μέσω των συσχετισμών στον πλήρη φλοιό pf εάν λάβουμε υπόψη την κανονικοποίηση του τελεστή σπιν κατά ένα παράγοντα 0.8. Ο ίδιος παράγοντας κανονικοποίησης έχει ήδη χρησιμοποιηθεί και σε sd [157] και pf [158, 159] πυρήνες με $A \leq 49$ και έτσι φαίνεται να είναι γενικός.

5.6 Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση

Στο πρώτο στάδιο της έρευνάς μας, πραγματοποιήσαμε ρεαλιστικούς κατάσταση-προς-κατάσταση υπολογισμούς της πρωτογενούς διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Βασιζόμενοι στη Εξ. (5.11), θεωρώντας ότι τα στοιχεία πίνακα των μεταβάσεων μεταξύ της βασικής κατάστασης $|i\rangle \equiv |0_{g.s.}^+\rangle$ ενός σφαιρικού πυρήνα στόχου και μίας διεγερμένης κατάστασης $|J_f^p\rangle \equiv |f\rangle$ του παραγόμενου περιττού-περιττού θυγατρικού πυρήνα και κάνοντας χρήση της μειωμένης σταθεράς σύζευξης

5.6. Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση 115

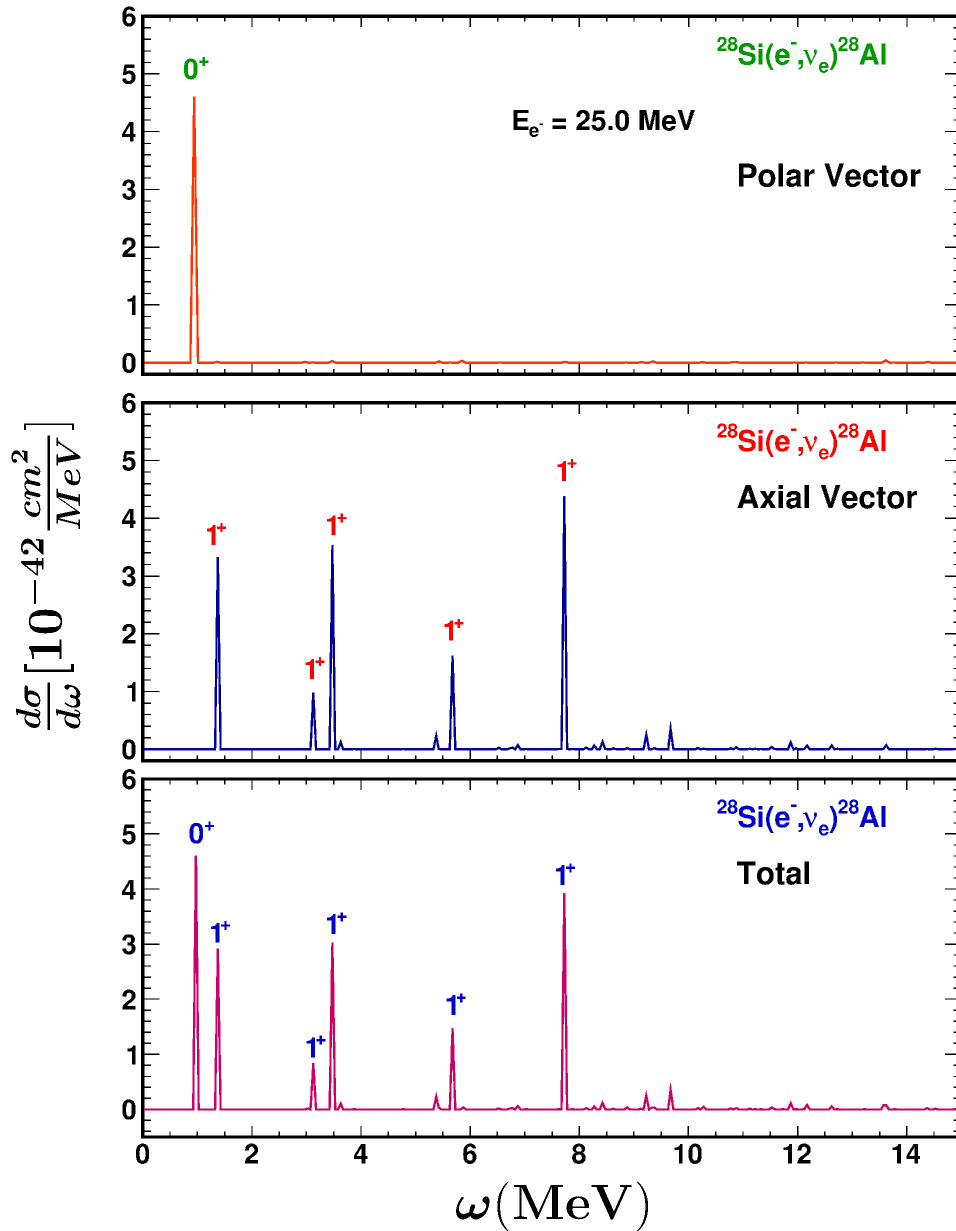
ελευθέρων νουκλεονίων, $g_A = 1.000$, η έκφραση των αποκλειστικών ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων, παίρνει την μορφή:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma_{excl}}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c F(Z, E_e)}{2\pi (2J_i + 1)} \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \right. \\
 &\times \{ [1 - \alpha \cos \Phi + b \sin^2 \Phi] [|\langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag} \| 0^+ \rangle|^2 + |\langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{el} \| 0^+ \rangle|^2] \\
 &- \left[\frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - \alpha \cos \Phi) - d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag} \| 0^+ \rangle \langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{el} \| 0^+ \rangle^* \} \\
 &+ \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \{ (1 + \alpha \cos \Phi) |\langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{M}}_J \| 0^+ \rangle|^2 \\
 &+ (1 + \alpha \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) |\langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{L}}_J \| 0^+ \rangle|^2 \\
 &- \left[\frac{\omega}{q} (1 + \alpha \cos \Phi) + d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{L}}_J \| 0^+ \rangle \langle J_f^\pi \| \widehat{\mathcal{M}}_J \| 0^+ \rangle^* \} \left. \right\} \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

Έχοντας αυτό ως βάση, πραγματοποιούμε λεπτομερές υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση για το παραπάνω σύνολο πυρηνικών ισοτόπων. Για κάθε πιθανή μετάβαση σε οποιαδήποτε δυνατή τελική κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα, ο κωδικός μας, μας παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού της συμβολής κάθε μίας ξεχωριστά, στην ολική ενεργό διατομή. Για να μελετήσουμε την εξάρτηση των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών από την ενέργεια διέγερσης ω σε όλο το pn-QRPA φάσμα του θυγατρικού πυρήνα, απαιτείται μια αναδιάταξη κατά αύξουσα σειρά των αποτελεσμάτων μας ως προς την ενέργεια διέγερσης ω . Αυτό πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας έναν ειδικό κώδικα κατάλληλο για πίνακες (SORTBUL) [95]. Στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιούμε για κάθε ισότοπο (βλέπε Εν. 3.8.1), για όλες τις πολυπολικότητες με $J^\pi = 5^\pm$ έχουμε συνολικά 286 δυνατές τελικές καταστάσεις για το ισότοπο του ^{28}Si , 440 δυνατές τελικές καταστάσεις για κάθε ένα για από τα ισότοπα ^{32}S και ^{48}Ti , 488 για καθένα από τα ^{56}Fe και ^{66}Zn , και για το ισότοπο του ^{90}Zr συνολικά 912 δυνατές τελικές καταστάσεις. Οι διακυμάνσεις των αποκλειστικών ενεργών διατομών σε ολόκληρο το φάσμα διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα για όλους του παραπάνω πυρήνες στόχους απεικονίζονται στα σχήματα 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 και 5.7.

5.6.1 Μελέτη των ισοτόπων ^{28}Si και ^{32}S

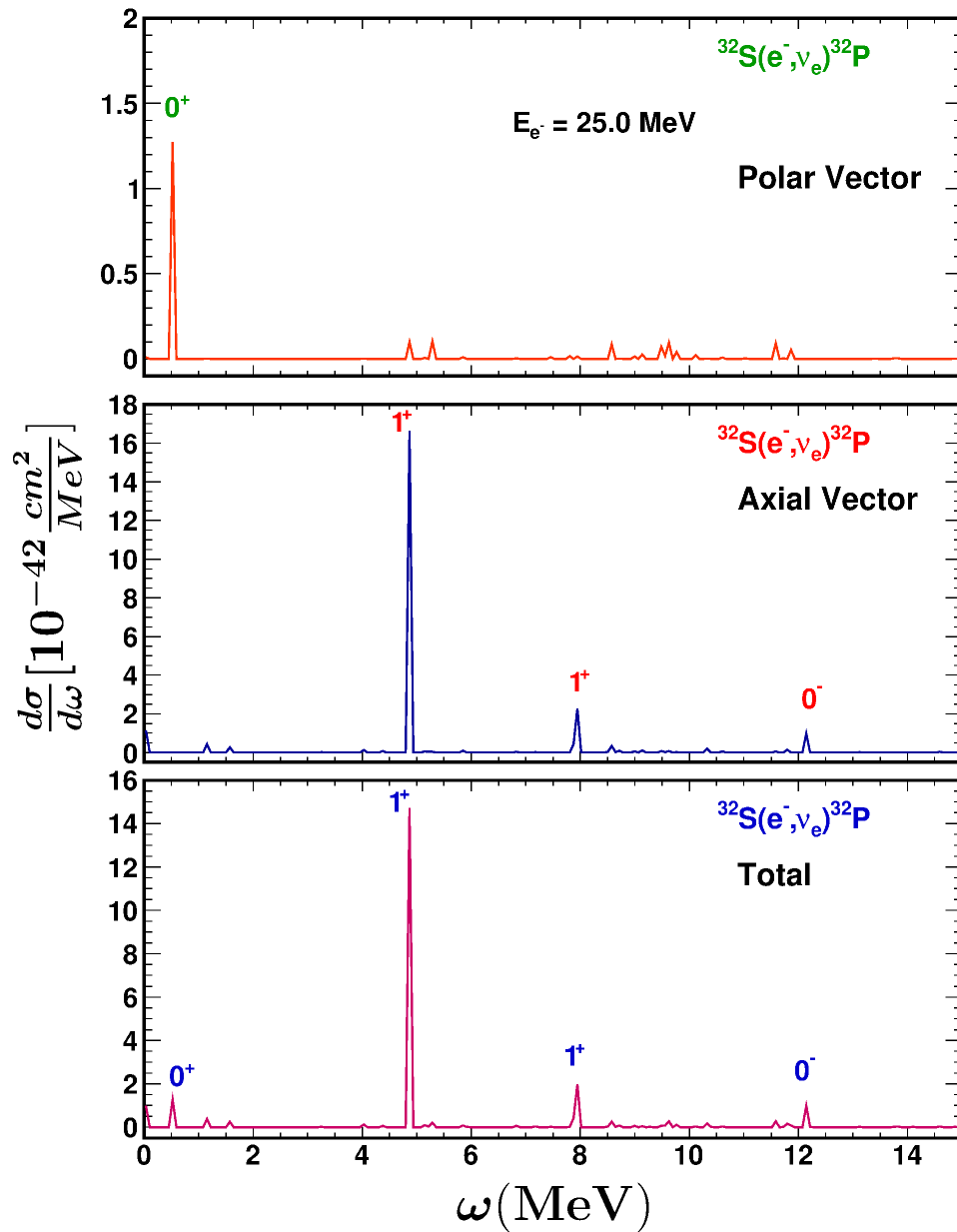
Ξεκινώντας από τα Σχήματα 5.2 και 5.3 που αναφέρονται στα πιο ελαφρά υπό μελέτη ισότοπα, παρατηρούμε ότι η διαφορική ενεργός διατομή παρουσιάζει κάποιες χαρακτηριστικές, έντονες κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης ω . Τέτοιες έντονες κορυφές παρατηρήσαμε και κατά την μελέτη της σύλληψης μιονίων (Κεφ. 4), με την διαφορά ότι σε εκείνη την περίπτωση λόγω της πολύ μεγαλύτερης αρχικής ενέργειας των μιονίων (σε σχέση με την ενέργεια των ηλεκτρονίων) οι αντίστοιχες κορυφές ήταν πολύ περισσότερες. Επανερχόμενοι στις χαρακτηριστικές κορυφές των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών στην διαδικασία



Σχήμα 5.2: Επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικής μετάβασης στο πολικό μέρος (panel a), καθώς και στο αξονικό μέρος της ολικής ενεργού διατομής (panel b) σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης ω για το πιο ελαφρύ υπό μελέτη ισότοπο ^{28}Si . Επιπλέον στο (panel c) αναπαρίστανται οι συνεισφορές κάθε πολυπολικής μετάβασης στην ολική διαφορική ενεργό διατομή.

σύλληψης ηλεκτρονίων κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, παρατηρούμε ότι κυρίως αυτές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 0^\pm και 1^\pm . Λεπτομερέστερα, ξεκινώντας από

5.6. Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση 117



Σχήμα 5.3: Ίδιο με το Σχήμα 5.2, με την διαφορά ότι αναφέρεται στην αντίδραση $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$.

τον ελαφρύτερο υπό μελέτη θυγατρικό πυρήνα ^{28}Al στο πολικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής (Σχήμα 5.2, panel a) παρατηρούμε μία μόνο χαρακτηριστική κορυφή, η οποία βρίσκεται στην ενέργεια $\omega = 0.968 \text{ MeV}$ και αντιστοιχεί στην μετάβαση 0_1^+ . Αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι, οι κυρίαρχες μεταβάσεις είναι οι 1_1^+ , 1_3^+ και 1_7^+ που παρατηρούνται στις ενέργειες $\omega = 1.357 \text{ MeV}$, $\omega = 3.467 \text{ MeV}$

και $\omega = 7.712 \text{ MeV}$ αντίστοιχα (Σχήμα 5.2, panel b). Παρατηρώντας το panel c του Σχήματος 5.2 βλέπουμε πως στην ολική διαφορική ενεργό διατομή της αντίδρασης $^{28}\text{Si}(e^-, \nu_e)^{28}\text{Al}$ κυριαρχούν οι μεταβάσεις 0_1^+ και 1_7^+ που όπως είπαμε και πριν παρατηρούνται στις ενέργειες $\omega = 0.968 \text{ MeV}$ και $\omega = 7.712 \text{ MeV}$. Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές στην περίπτωση της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής στην περίπτωση του ισότοπου ^{28}Si είναι αυτές των 1_1^+ και 1_3^+ στις αντίστοιχες ενέργειες διέγερσης $\omega = 1.357 \text{ MeV}$ και $\omega = 3.467 \text{ MeV}$.

Συνεχίζοντας με τον δεύτερο υπό μελέτη πυρήνα, ^{32}S , στην ολική διαφορική ενεργό διατομή (panel c, Σχήμα 5.3) η ουσιαστική συμβολή προέρχεται από την πολυπολική μετάβαση 1_5^+ σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.855 \text{ MeV}$. Διακρίνοντας την συνεισφορά ξεχωριστά του πολικού και του αξονικού μέρους στην ολική διαφορική ενεργό διατομή της αντίδρασης $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$ παρατηρούμε ότι στο πολικό κομμάτι η έντονη κορυφή είναι τοποθετημένη στην ενέργεια διέγερσης $\omega = 0.513 \text{ MeV}$ και είναι χαρακτηριστική της μετάβασης 0_1^+ , ενώ αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι προέρχεται από την μετάβαση 1_5^+ και βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.855 \text{ MeV}$ (δες Σχήμα 5.3, panel a, b).

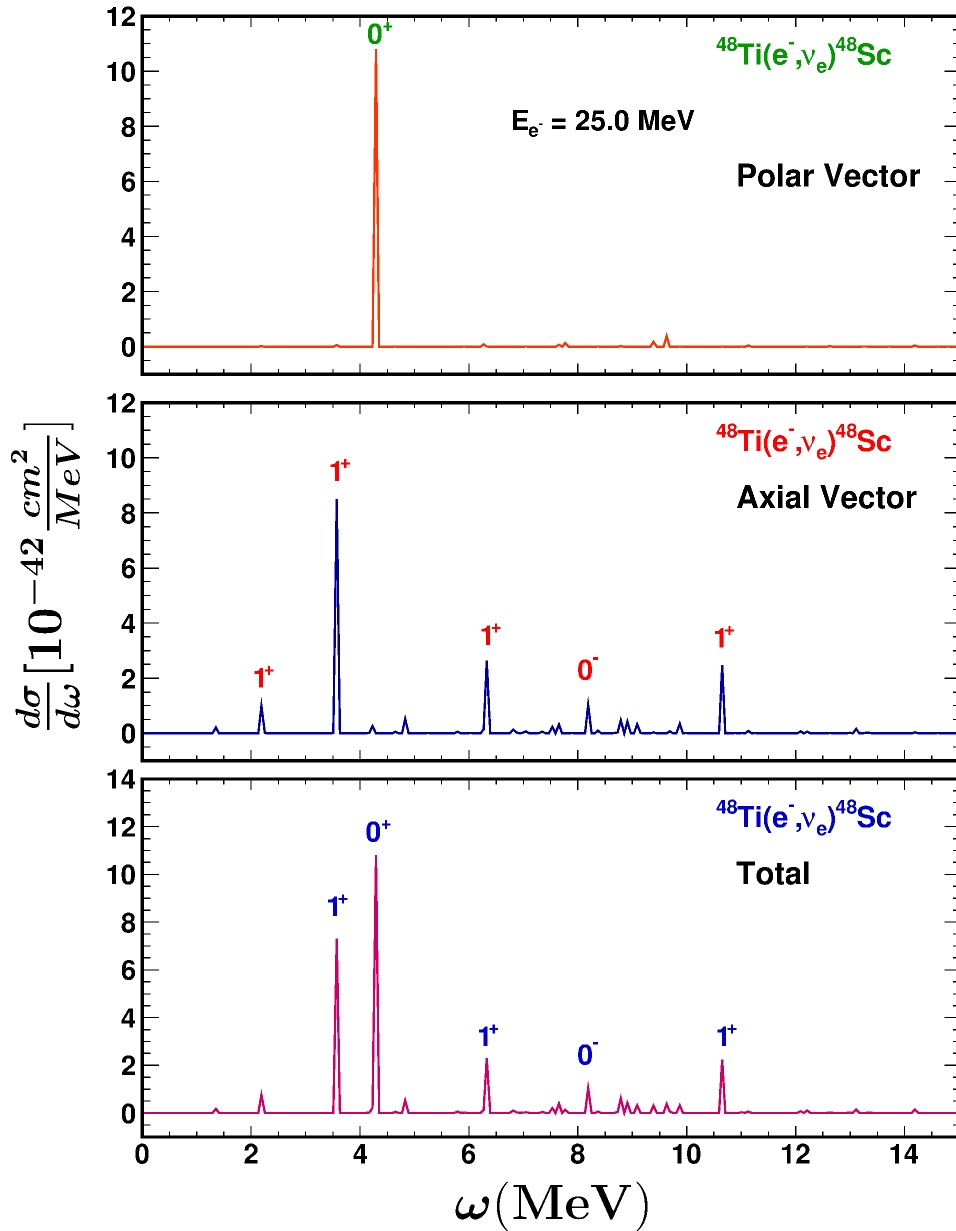
Κλείνοντας, να αναφέρουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις των Σχημάτων 5.2 και 5.3 έχουν κατασκευαστεί χρησιμοποιώντας το σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT έχοντας ως πλάτος διαμερισμού 0.05 στην περίπτωση του ^{28}Si και 0.07 στην περίπτωση του ^{32}S .

5.6.2 Μελέτη των ισότοπων ^{48}Ti και ^{56}Fe

Συνεχίζουμε με την δεύτερη σειρά των υπό μελέτη μεσαίου βάρους πυρηνικών ισότοπων ^{48}Ti και ^{56}Fe . Τα ισότοπα αυτά, ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των ισότοπων στην περιοχή του σιδήρου, iron group nuclei, που όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην φάση πριν την έκρηξη σουπερνόβα κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα. Για το ισότοπο του τιτανίου, ^{48}Ti , η κυρίαρχη συνεισφορά στο πολικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής (panel a, Σχήμα 5.4) προέρχεται από την πολυπολική μετάβαση 0_1^+ που αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.319 \text{ MeV}$. Αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην μετάβαση 1_2^+ και τοποθετείται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 3.575 \text{ MeV}$. Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές που φαίνονται στο panel b του Σχήματος 5.4 είναι στις ενέργειες διέγερσης $\omega = 2.163 \text{ MeV}$, $\omega = 6.307 \text{ MeV}$, $\omega = 8.182 \text{ MeV}$ και $\omega = 10.667 \text{ MeV}$ οι οποίες αντιστοιχούν στις πολυπολικές μεταβάσεις 1_1^+ , 1_4^+ , 0_3^+ και 1_{13}^+ . Στην ολική διαφορική ενεργό διατομή (panel c Σχήμα 5.4) η πολυπολική μετάβαση 0_1^+ ($\omega = 4.319 \text{ MeV}$) έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά. Σημαντικές συνεισφορές όμως προέρχονται και από τις μεταβάσεις 1_2^+ ($\omega = 3.575 \text{ MeV}$), 1_4^+ ($\omega = 6.307 \text{ MeV}$), 0_3^+ ($\omega = 8.182 \text{ MeV}$) και 1_{13}^+ ($\omega = 10.667 \text{ MeV}$).

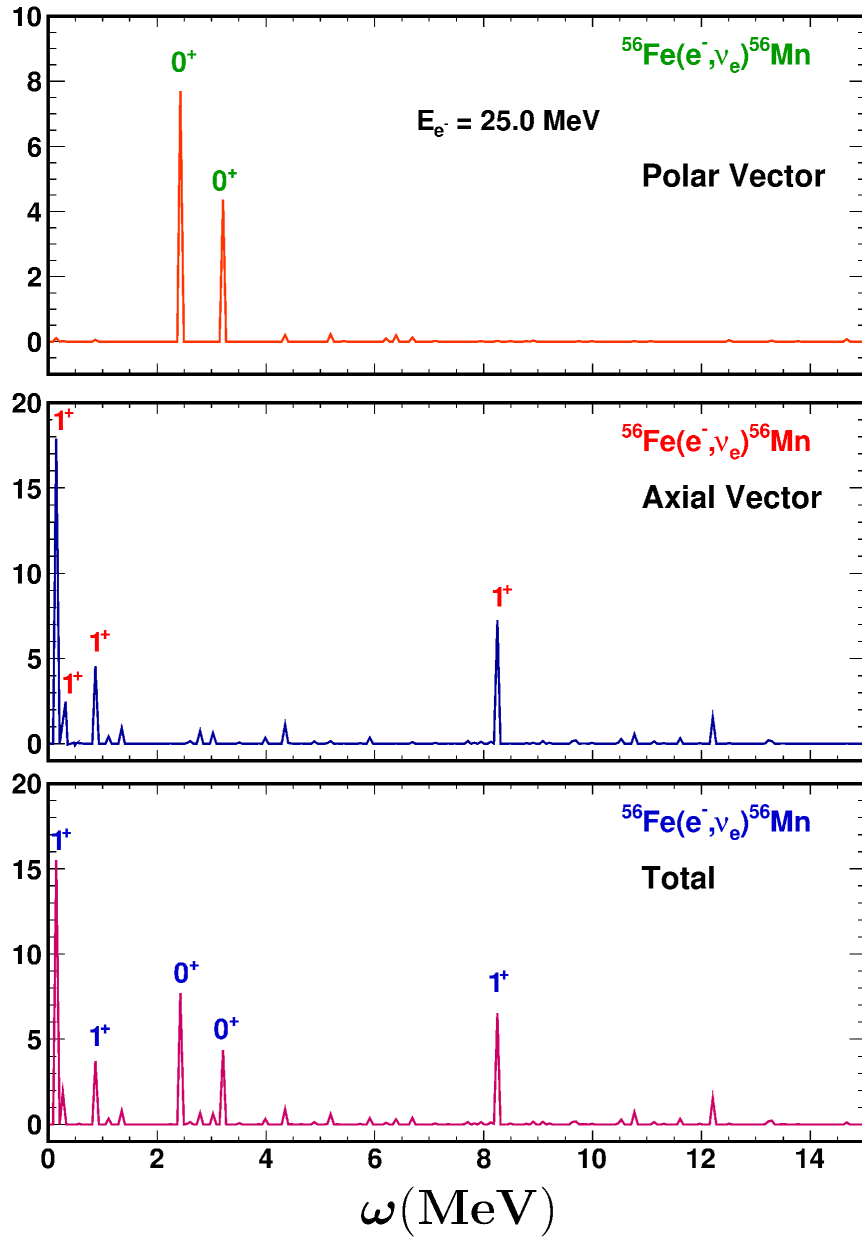
Τα αποτελέσματά μας αυτά μπορούμε να τα συγκρίνουμε με ήδη υπάρχοντα δεδομένα των πειραμάτων $^{48}\text{Ti}(n, p)$ [138] και $^{48}\text{Ti}(d, ^2\text{He})$ [139]. Τα αποτελέσματά του πειράματος $^{48}\text{Ti}(n, p)$ [138] δείχνουν ότι περίπου στα 3 MeV παρουσιάζεται η

5.6. Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση 119



Σχήμα 5.4: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$.

κύρια κορυφή των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων, ενώ αντίστοιχα από το πείραμα $^{48}\text{Ti}(d, ^2\text{He})$ [139] η μεγαλύτερη κορυφή είναι τοποθετημένη σε ενέργεια διέγερσης περίπου 3.2 MeV . Σύμφωνα με την δική μας έρευνα χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο, βρήκαμε ότι την μεγαλύτερη συνεισφορά από όλες τις 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις έχει η 1_2^+ μετάβαση που βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης περίπου



Σχήμα 5.5: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$.

$\omega = 3.5 \text{ MeV}$, η οποία όπως βλέπουμε είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τα παραπάνω πειραματικά δεδομένα. Παρόμοιες θεωρητικές έρευνες με την δική μας, χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις στηριζόμενοι στην QRPA μέθοδο [153], υπολόγισαν ότι η κύρια κορυφή των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων τοποθετείται σε ενέργεια διέγερσης περίπου ίση με 3 MeV που είναι επίσης σε καλή συμφωνία με τα

5.6. Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση 121

αποτελέσματά μας. Ύστερα από την αναλυτική κατάσταση-προς-κατάσταση μελέτη των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, και την καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων μας για τις κύριες κορυφές των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων με τα πειραματικά αλλά και τα υπόλοιπα θεωρητικά δεδομένα, αποκτήσαμε επιπλέον υψηλού επιπέδου αξιοπιστία της μεθόδου μας.

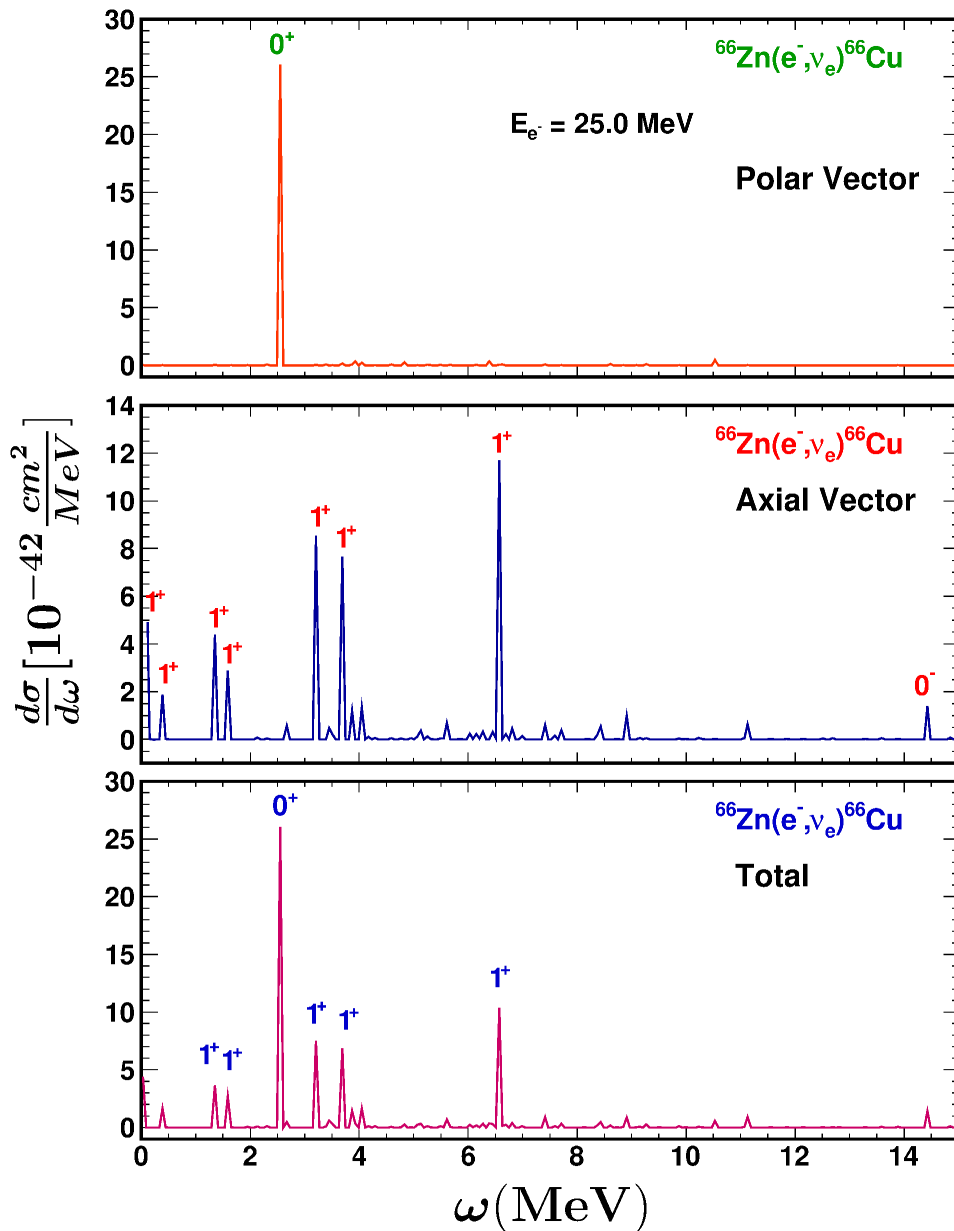
Ο δεύτερος υπό μελέτη πυρήνας αυτής της κατηγορίας είναι ο σίδηρος ^{56}Fe . Στην περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα ^{56}Mn στην ολική διαφορική ενεργό διατομή (panel c Σχήμα 5.5) οι χαρακτηριστικές κορυφές εμφανίζονται σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 0.163 \text{ MeV}$, $\omega = 2.412 \text{ MeV}$ και $\omega = 8.278 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_1^+ , 0_1^+ και 1_{10}^+ . Διαχωρίζοντας την συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή του κομματιού που προέρχεται από τον όρο του πολικού διανύσματος καθώς και του αξονικού αντίστοιχα, παρατηρούμε ότι, στο πολικό κομμάτι (panel a Σχήμα 5.5) έχουμε δύο χαρακτηριστικές κορυφές στις ενέργειες $\omega = 2.412 \text{ MeV}$ και $\omega = 3.199 \text{ MeV}$ αντιπροσωπεύοντας τις μεταβάσεις 0_1^+ και 0_2^+ αντίστοιχα. Από την άλλη μεριά οι χαρακτηριστικές κορυφές στο αξονικό κομμάτι της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής (panel b, Σχήμα 5.5) αντιστοιχούν στις πολυπολικές μεταβάσεις 1_1^+ και 1_{10}^+ και βρίσκονται αντίστοιχα σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 0.163 \text{ MeV}$ και $\omega = 8.278 \text{ MeV}$.

Όπως και στην περίπτωση του ^{48}Ti , έτσι και εδώ θα συγκρινουμε τα αποτελέσματά μας με ήδη υπάρχοντα τόσο πειραματικά όσο και θεωρητικά δεδομένα. Ξεκινώντας από τα πειραματικά δεδομένα, θα επικεντρωθούμε στα πειράματα $^{56}\text{Fe}(d, ^2\text{He})$ και $^{56}\text{Fe}(n, p)$. Το πείραμα $^{56}\text{Fe}(d, ^2\text{He})$ [133] τοποθετεί ξακάθαρα δύο χαρακτηριστικές κορυφές των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων στις ενέργειες 0.11 MeV και 1.2 MeV , που αποτελεί πολύ καλή συμφωνία με τα δικά μας αποτελέσματα όπου βρήκαμε αντίστοιχα τις δύο κύριες κορυφές στις ενέργειες 0.163 MeV την πρώτη και 0.881 MeV την δεύτερη. Αντίστοιχα το πείραμα $^{56}\text{Fe}(n, p)$ [134] τοποθετεί τρεις χαρακτηριστικές κορυφές στην περιοχή ενεργειών $0 - 2 \text{ MeV}$, εκ των οποίων οι δύο πρώτες είναι σε καλή συμφωνία με τα δικά μας αποτελέσματα. Εκτός από τα πειραματικά δεδομένα, τα αποτελέσματά μας είναι σε πολύ καλή συμφωνία και με άλλα θεωρητικά δεδομένα προερχόμενα από την μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες χρησιμοποιώντας διαφορετικές θεωρητικές προσεγγίσεις. Στην εργασία του [152], ο Nabi και οι άλλοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο QRPA τοποθέτησαν την πρώτη χαρακτηριστική κορυφή των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων σε ενέργεια περίπου ίση με 0.2 MeV . Επιπλέον ο Langanke με την ομάδα του στην εργασία τους χρησιμοποιώντας το ευρείας κλίμακας μοντέλο φλοιών [171], βρήκαν μία κορυφή σε ενέργεια κοντά στα 0.1 MeV ενώ η μέγιστη κορυφή βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης ίση με $\omega = 1.7 \text{ MeV}$. Παρατηρούμε λοιπόν, πως τα αποτελέσματά μας συμφωνούν αρκετά καλά με τα υπάρχοντα δεδομένα τόσο στην περίπτωση αντιδράσεων σύλληψης ηλεκτρονίων από το ισότοπο του ^{48}Ti όσο και στην περίπτωση του ισότοπου ^{56}Fe .

Κλείνοντας την μελέτη μας στα ισότοπα στην περιοχή του σιδήρου (iron group peak nuclei) που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της προ-σουλφονόβα φάσης κατάρρευσης ενός μαζικού αστέρα (δες λεπτομερείες στο Κεφ. 6), να αναφέ-

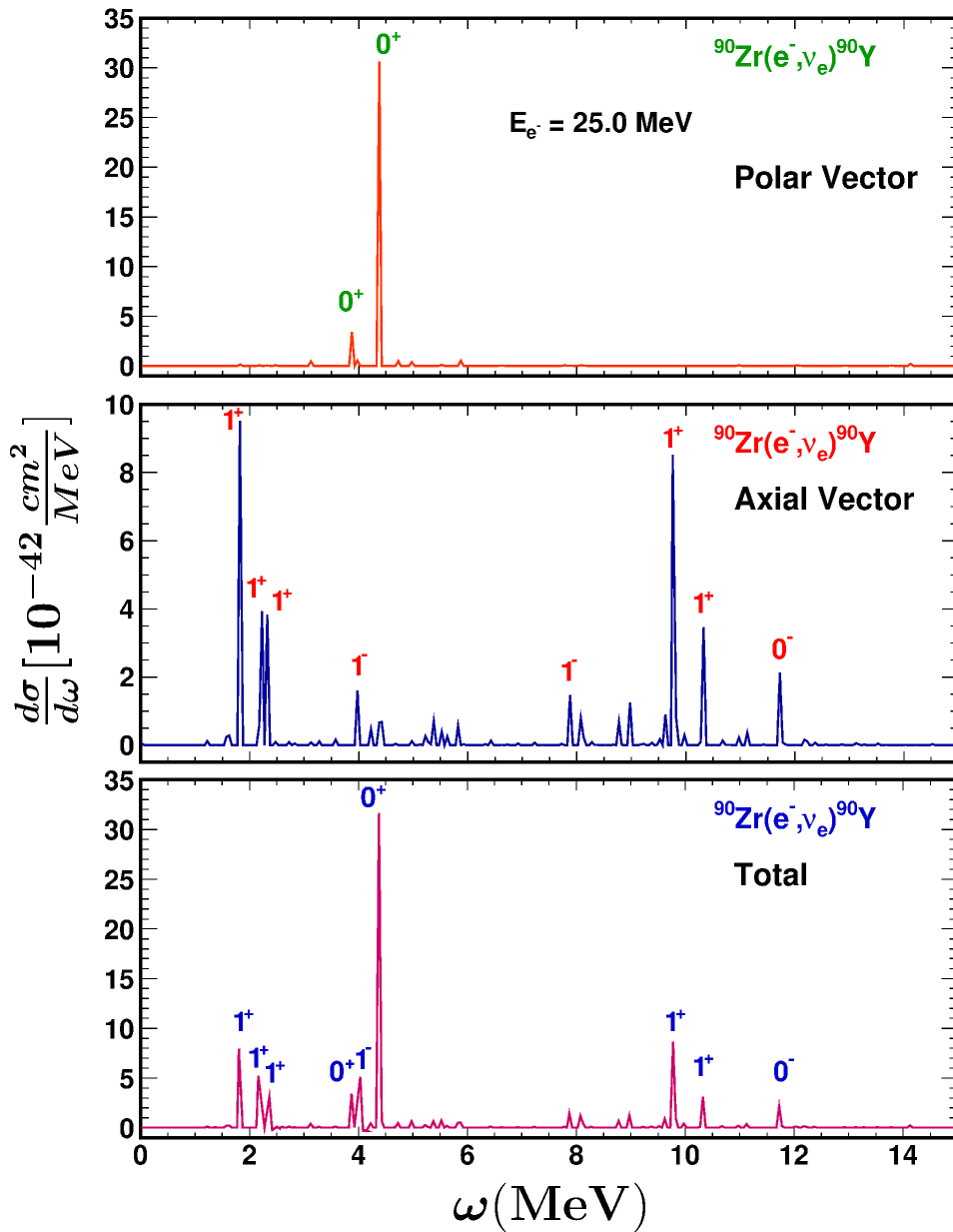
ρουμε πως οι γραφικές παραστάσεις των Σχημάτων 5.4 και 5.5 έχουν γίνει με χρήση του σχεδιαστικού προγράμματος ROOT με πλάτος διαμέρισης 0.06.

5.6.3 Μελέτη των ισοτόπων ^{66}Zn και ^{90}Zr



Σχήμα 5.6: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$.

5.6. Υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών κατάσταση-προς-κατάσταση¹²³



Σχήμα 5.7: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αναφερόμενο όμως στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$.

Στην τελευταία κατηγορία των υπό μελέτη πυρήνων, ανήκουν οι σχετικά βαρύτεροι πυρήνες ^{66}Zn και ^{90}Zr , οι οποίοι όπως θα δούμε και στο επόμενο Κεφάλαιο παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της σουπερνόβα φάσης κατάρρευσης ενός πυρήνα. Παρατηρώντας το Σχήμα 5.6 βλέπουμε πως στην περίπτωση του θυγατρικού πυρήνα ^{66}Cu στην ολική διαφορική ενεργό διατομή (panel c) η μέγιστη χαρακτηρι-

στική κορυφή αντιστοιχεί στην 0_1^+ πολυπολική μετάβαση και βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 2.538 \text{ MeV}$. Άλλες μικρότερες χαρακτηριστικές κορυφές παρουσιάζονται στις ενέργειες $\omega = 3.194 \text{ MeV}$, $\omega = 3.686 \text{ MeV}$ και $\omega = 6.555 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_7^+ , 1_8^+ και 1_{10}^+ . Έχοντας την δυνατότητα να υπολογίσουμε στην ολική διαφορική ενεργό διατομή τις επιμέρους συνεισφορές των κομματιών που προέρχονται αντίστοιχα από τις συνιστώσες του πολικού και αξονικού διανύσματος μπορούμε εύκολα να βρούμε και τις μεταβάσεις με την μεγαλύτερη συνεισφορά σε κάθε ένα από τα κομμάτια αυτά. Τα αποτελέσματά της έρευνάς μας για κάθε κομμάτι ξεχωριστά παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.6 (panel a και panel b). Παρατηρώντας το (panel a) βλέπουμε ότι η κύρια συνεισφορά στο πολικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής προέρχεται από την πολυπολική μετάβαση 0_1^+ και αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 2.538 \text{ MeV}$. Αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι (panel b) την μεγαλύτερη συνεισφορά την έχει η 1_{10}^+ μετάβαση σε ενέργεια $\omega = 6.555 \text{ MeV}$. Αξιοσημειώτες είναι και οι συνεισφορές από τις πολυπολικές μεταβάσεις 1_7^+ , 1_8^+ στις ενέργειες διέγερσης $\omega = 3.194 \text{ MeV}$ και $\omega = 3.686 \text{ MeV}$ αντίστοιχα.

Τελευταίος υπό μελέτη πυρήνας είναι το ζιρκόνιο, ^{90}Zr , που αποτελεί και το βαρύτερο από τα μελετούμενα ισότοπα. Στην περίπτωση λοιπόν του ^{90}Zr οι κύριες συνεισφορές στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχονται από τις μεταβάσεις 0^+ και 1^+ . Πιο αναλυτικά, η μέγιστη κορυφή παρατηρείται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.376 \text{ MeV}$ αντιπροσωπεύοντας την 0_2^+ πολυπολική μετάβαση (δες panel c, Σχήμα 5.7). Επίσης χαρακτηριστικές κορυφές παρατηρούνται στις ενέργειες διέγερσης $\omega = 1.818 \text{ MeV}$ και $\omega = 9.752 \text{ MeV}$ που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_1^+ και 1_{16}^+ . Αναλύοντας περαιτέρω τα αποτελέσματά μας, βλέπουμε ότι η συνεισφορά του πολικού κομματιού προέρχεται κυρίως από τις μεταβάσεις 0_1^+ και 0_2^+ που αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 3.890 \text{ MeV}$ και $\omega = 4.376 \text{ MeV}$ (panel a, Σχήμα 5.7). Στην συνεισφορά του αξονικού διανύσματος κύριες συνιστώσες είναι οι πολυπολικές μεταβάσεις 1_1^+ και 1_{16}^- που αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 1.818 \text{ MeV}$ και $\omega = 9.752 \text{ MeV}$ (panel b, Σχήμα 5.7).

Κλείνοντας, την υποενότητα αυτή να αναφέρουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις των Σχημάτων 5.6 και 5.7 έχουν κατασκευαστεί χρησιμοποιώντας το σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT έχοντας ως πλάτος διαμερισμού 0.05 στην περίπτωση του ^{90}Zr και 0.06 στην περίπτωση του ^{66}Zn .

Πρίν προχωρήσουμε με τον υπολογισμό των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών για όλα τα παραπάνω ισότοπα, συμπερασματικά ύστερα από την μελέτη των πρωτογενών αποτελεσμάτων της σύλληψης ηλεκτρονίων από τους πυρήνες μπορούμε να πούμε ότι είναι εμφανής η κύρια συνεισφορά στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχεται από τις 1^+ και 0^+ πολυπολικότητες. Οι 0^+ πολυπολικές μεταβάσεις συνεισφέρουν στο πολικό μέρος ενώ οι 1^+ συνεισφέρουν κυρίως στο αξονικό μέρος της ολικής διαφορικής διατομής.

5.7 Υπολογισμοί συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή

Στο δεύτερο μέρος της έρευνάς μας περιλαμβάνονται υπολογισμοί των μερικών πρωτογενών διαφορικών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες για ποικίλες χαμηλού-σπιν πολυπολικότητες ($J^\pi \leq 5^\pm$). Αυτές οι μερικές διαφορικές ενεργές διατομές υπολογίζονται αθροίζοντας πάνω όλες τις συνεισφορές των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών συγκεκριμένης πολυπολικότητας ως:

$$\frac{d\sigma_{part}}{d\Omega} = \sum_f \frac{d\sigma_{excl}}{d\Omega} \quad (5.15)$$

Όπως αναφέραμε και στην Εισαγωγή για τους υπολογισμούς των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών επικεντρωθήκαμε στην ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου ίση με $E_e = 25.0\text{MeV}$ και χρησιμοποιήσαμε την μειωμένη τιμή της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.000$.

Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας στον υπολογισμό των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών απεικονίζονται στο Σχήμα 5.8. Είναι εμφανές πως για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις. Για αυτή την τιμή της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου ($E_e = 25.0\text{MeV}$) και οι 0^+ μεταβάσεις έχουν αξιόλογη συμβολή στην ολική ενεργό διατομή. Από τις υπόλοιπες πολυπολικότητες αξιοσημείωτα ποσοστά συμβολής στην ολική ενεργό διατομή έχουν οι πολυπολικές μεταβάσεις $0^-, 1^-$ και 2^- με τις υπόλοιπες μεταβάσεις να έχουν αμελητέα συνεισφορά.

Οι ακριβείς τιμές των συνεισφορών κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2. Επιπλέον τα αντίστοιχα ποσοστά συμβολής κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.3. Αξίζει να σημειώσουμε στο σημείο αυτό ότι ακόμα και σε αυτή την ενέργεια μόνο για τα ελαφρά ισότοπα ^{28}Si και ^{32}S μπορούμε να πούμε ότι η συμβολή της 1^+ είναι η απόλυτα κυρίαρχη και η ολική ενεργός διατομή θα μπορούσε προσεγγιστικά να υπολογιστεί μέσω των GT (1^+) πολυπολικών μεταβάσεων. Από την άλλη μεριά, για τους μεσαίου βάρους αλλά και του βαρείς πυρήνες οι συνεισφορές από τις άλλες πολυπολικές μεταβάσεις (και ειδικότερα των 0^+) είναι αξιοσημείωτες σε σχέση με την συμβολή των GT μεταβάσεων και έτσι δεν μπορούν να παραληφθούν από τους υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής. Ας αναφέρουμε χαρακτηριστικά πως για το ισότοπο του ^{90}Zr για $E_e = 25.0\text{MeV}$ το ποσοστό συμβολής των 0^+ πολυπολικών μεταβάσεων είναι περίπου 40% ενώ των 1^+ είναι μικρότερο, μόλις 30%. Αντίστοιχα στην περίπτωση του ψευδαργύρου, ^{66}Zn , για τις ίδιες πολυπολικές μεταβάσεις τα ποσοστά είναι 33% και 48%. Γίνεται λοιπόν κατανοητό πως στους υπολογισμούς μας η ολική ενεργός διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων εν γένει δεν μπορεί να προσεγγιστεί υπολογίζοντας μόνο τις 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις αλλά πρέπει να ληφθούν όλες οι μεταβάσεις μέχρι $J^\pi \leq 5^\pm$. Η προσέγγιση μέσω των 1^+ μεταβάσεων θα

Πίνακας 5.2: Επιμέρους αναλυτικές συνεισφορές των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών, (σε 10^{-42} cm^2) κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων για ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e = 25 \text{ MeV}$ όπως υπολογίστηκα χρησιμοποιώντας την pp-QRPA μέθοδό μας για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.

	^{28}Si	^{32}S	^{48}Ti	^{56}Fe	^{66}Zn	^{90}Zr
0^+	4.657	1.275	11.361	12.062	26.450	34.561
0^-	1.036	2.131	2.784	3.916	4.466	8.739
1^+	12.534	18.529	13.477	30.299	38.426	25.863
1^-	0.606	2.007	2.052	4.018	9.726	13.696
2^+	0.007	0.022	0.015	0.031	0.071	0.089
2^-	0.185	0.421	0.709	0.980	1.438	1.875
3^+	0.003	0.003	0.004	0.010	0.011	0.028
3^-	$0.445 \cdot 10^{-4}$	$0.124 \cdot 10^{-3}$	$0.164 \cdot 10^{-3}$	$0.735 \cdot 10^{-3}$	$0.637 \cdot 10^{-3}$	$0.201 \cdot 10^{-2}$
4^+	$0.157 \cdot 10^{-6}$	$0.106 \cdot 10^{-5}$	$0.668 \cdot 10^{-6}$	$0.270 \cdot 10^{-5}$	$0.534 \cdot 10^{-5}$	$0.426 \cdot 10^{-5}$
4^-	$0.110 \cdot 10^{-4}$	$0.346 \cdot 10^{-4}$	$0.532 \cdot 10^{-4}$	$0.799 \cdot 10^{-4}$	$0.316 \cdot 10^{-3}$	$0.471 \cdot 10^{-3}$
5^+	$0.753 \cdot 10^{-8}$	$0.785 \cdot 10^{-7}$	$0.537 \cdot 10^{-6}$	$0.888 \cdot 10^{-6}$	$0.397 \cdot 10^{-6}$	$0.832 \cdot 10^{-5}$
5^-	$0.483 \cdot 10^{-9}$	$0.289 \cdot 10^{-9}$	$0.238 \cdot 10^{-8}$	$0.600 \cdot 10^{-8}$	$0.291 \cdot 10^{-7}$	$0.541 \cdot 10^{-7}$

μπορούσε να χρησιμοποιηθεί μόνο στους πολύ ελαφρύς πυρήνες ή για μικρές τιμές ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων. Συγκεκριμένα, όσο ο μαζικός αριθμός του πυρήνα αυξάνεται, η συνεισφορά των 1^+ μεταβάσεων μειώνεται καθώς αυξάνεται η συνεισφορά από τις άλλες μεταβάσεις. Επιπλέον πηγαίνοντας σε υψηλότερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων οι συνεισφορές των υπολοίπων πολυπολικών μεταβάσεων γίνονται συγκρίσιμες με την συνεισφορά των 1^+ μεταβάσεων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ισότοπο ^{56}Fe το οποίο για ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων, $E_e = 40.0 \text{ MeV}$, έχει αντίστοιχες συνεισφορές από τις πολυπολικότητες 0^+ και 1^+ , 18% και 38% αντίστοιχα. Στην περίπτωση του ^{66}Zn τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 24% και 31% ενώ στην περίπτωση του ^{90}Zr περίπου 28% και 20%. Έτσι γίνεται εμφανής η ανάγκη συνυπολογισμού των ποσοστών όλων των πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων στα βαρύτερα ισότοπα και σε υψηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων.

5.8 Ολική Ενεργός Διατομή

Τελευταίο βήμα στους υπολογισμούς των πρωτογενών ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες αποτελεί ο υπολογισμός των ολικών

Πίνακας 5.3: Τα ποσοστά συμβολής όλων των πολυπολικοτήτων με $J^\pi \leq 5^\pm$ στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογισμένα με την pn-QRPA μέθοδό μας.

	^{28}Si	^{32}S	^{48}Ti	^{56}Fe	^{66}Zn	^{90}Zr
0^-	5.45	8.74	9.16	7.63	5.54	10.30
0^+	24.47	5.23	37.37	23.51	32.82	40.73
1^-	3.19	8.23	6.75	7.83	12.07	16.14
1^+	65.86	75.97	44.33	59.04	47.68	30.48
2^-	0.98	1.73	2.33	1.91	1.78	2.21
2^+	0.04	0.09	0.05	0.06	0.09	0.10
3^-	~ 0.00	~ 0.00	~ 0.00	~ 0.00	~ 0.00	~ 0.00
3^+	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03

ενεργών διατομών. Για την λήψη των ολικών ενεργών διατομών ηλεκτρονιακής σύλληψης, αρχικά αθροίζουμε τη συμβολή της κάθε τελικής κατάστασης της συγκεκριμένης πολυπολικότητας, και στη συνέχεια, θα αθροίσουμε σε όλες τις πολυπολικές αποκρίσεις (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$), ως:

$$\frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} = \sum_{J^\pi} \frac{d\sigma_{part}}{d\Omega} = \sum_{J^\pi} \sum_f \frac{d\sigma_{excl}}{d\Omega} \quad (5.16)$$

Για τους υπολογισμούς αυτούς χρησιμοποιήσαμε την έκφραση της Εξ. (5.11). Όπως αναφέραμε και προηγουμένως για τους υπολογισμούς των πρωτογενών ενεργών διατομών κάνουμε τις εξής υποθέσεις: (i) η αρχική κατάσταση του μητρικού πυρήνα είναι πάντα η βασική του κατάσταση $|0^+\rangle$ και (ii) το πυρηνικό σύστημα που βρίσκεται υπό εργαστηριακές συνθήκες δεν επηρεάζεται καθόλου από την θερμοκρασία. Οι ακόλουθες ενεργές διατομές σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων E_e υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις ρεαλιστικές δισωματιακές αλληλεπιδράσεις όπως αναφέρθηκαν στο Κεφ. ;;.

Τα αποτελέσματα των πρωτογενών ολικών ενεργών διατομών της έρευνάς μας βασιζόμενοι στην pn-QRPA μέθοδό μας για όλα τα υπό μελέτη ισότοπα απεικονίζονται στα Σχήματα 5.9, 5.10 και 5.11 όπου επιπλέον παρουσιάζονται και οι επιμέρους συνεισφορές όλων των καναλιών ξεχωριστά ($J^\pi \leq 5^\pm$). Αυτό που παρατηρούμε από τα Σχήματα αυτά είναι πως η ολική ενεργός διατομή παρουσιάζει μια ραγδαία αύξηση αρκετών τάξεων μεγέθους στα πρώτα MeV πάνω από την ενέργεια κατωφλίου και για μεγαλύτερες ενέργειες η αύξηση της γίνεται πιο ομαλή. Η πολύ έντονη αύξηση της τιμής της ολικής ενεργού διατομής στα πρώτα MeV οφείλεται στο πλάτος κατανομής GT. Στους άρτιους-άρτιους μητρικούς πυρήνες (όλοι οι πυρήνες που μελετάμε

ανήκουν στην κατηγορία αυτή) το πλάτος κατανομής GT , σε χαμηλές τιμές θερμοκρασίας, έχει το κέντρο του σε ενέργεια θυγατρικού πυρήνα της τάξης των 2 MeV , γι' αυτό τον λόγο και παρατηρείται τόσο δραστική αύξηση στα πρώτα MeV . Για να ξεκινήσει να πραγματοποιείται η διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες απαιτείται μια ελάχιστη ποσότητα ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, η οποία είναι ίση με την διαφορά μαζών μητρικού και θυγατρικού πυρήνα (για λεπτομέρειες δες Υποενότητα 5.3).

Από πειραματική και αστροφυσική άποψη, η σημαντική περιοχή ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , είναι μέχρι 30 MeV , όπου σε αυτή την περιοχή παρατηρούμε πως η 1^+ πολυπολικότητα έχει τη μέγιστη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή [148, 149]. Πιο συγκεκριμένα, ξεκινώντας από τα ελαφρύτερα υπό μελέτη ισότοπα ^{28}Si και ^{32}S , σε αυτή την περιοχή ενεργειών, τα ποσοστά συμβολής των 1^+ πολυπολικών καταστάσεων στην ολική ενεργό διατομή είναι μεγαλύτερα από 60%. Αντίστοιχα για τους μεσαίου βάρους μητρικούς πυρήνες ^{48}Ti , ^{56}Fe και ^{66}Zn τα ποσοστά αυτά κυμαίνονται στην περιοχή του 40%. Στρηζόμενοι σε τέτοιου είδους παρατηρήσεις, πολλοί συγγραφείς επικεντρώθηκαν σε αυτή την περιοχή ενεργειών, υπολογίζοντας την συμβολή μόνο των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή. Όμως, βάση της δικής μας μεθόδου, για τα μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα, τα ποσοστά συμβολής των GT πολυπολικών μεταβάσεων δεν είναι τόσο υψηλά ώστε προσεγγιστικά να μπορούμε να πούμε ότι η ολική ενεργός διατομή υπολογίζεται μόνο μέσω των μεταβάσεων αυτών. Ένα επιπλέον στοιχείο που στηρίζει ακόμα την άποψη μας πως για τον ακριβέστερο υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής θα πρέπει να ληφθούν υπόψη όλες οι δυνατές πολυπολικές μεταβάσεις, προέρχεται από την μελέτη του σχετικά βαρύτερου από τα ισότοπα που μελετήθηκαν, του ^{90}Zr . Στο ισότοπο αυτό η συνεισφορά των 1^+ πολυπολικών καταστάσεων υπολογίστηκε ότι είναι μόλις 25% σε αυτή την περιοχή ενεργειών. Έτσι λοιπόν στα πλαίσια της pn -QRPA μεθόδου, στους συστηματικούς υπολογισμούς των ενεργών διατομών στην περίπτωση της σύλληψης ηλεκτρονίων από βαρείς, πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες θα πρέπει να ληφθούν υπόψη εκτός από τις GT μεταβάσεις και όλες άλλες πιθανές δυνατές μεταβάσεις μέχρι και $J^\pi = 5^\pm$.

Στην παρούσα εργασία πέραν από τους προαναφερθέντες υπολογισμούς, έχουμε επεκτείνει την περιοχή της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , μέχρι τα 50 MeV . Η κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από τις 1^+ πολυπολικές καταστάσεις για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου μέχρι 40 MeV . Σε αυτή την περιοχή όμως (πάνω από τα 30 MeV) αξιόλογη είναι και η συνεισφορά των 0^+ πολυπολικών καταστάσεων. Πάνω από $E_e = 40\text{ MeV}$ παρατηρούμε ότι η συμβολή και των άλλων πολυπολικών καταστάσεων γίνεται αξιόσημειωτη, και κυρίως των 1^- όπου γίνεται μεγαλύτερη και από την συμβολή των 1^+ σε όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν. Στην περίπτωση μάλιστα του ισότοπου ^{90}Zr το φαινόμενο αυτό παρατηρείται από πολύ μικρότερες ενέργειες της τάξης των 10 MeV . Συνεπώς επεκτείνοντας τα όρια της ενέργειας των ηλεκτρονίων γίνεται ακόμη πιο εμφανής η ανάγκη συνυπολογισμού της συνεισφοράς όλων των πολυπολικοτήτων (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή.

Συμπερασματικά, από τη μελέτη των πρωτογενών ενεργών διατομών της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες μεσαίου βάρους, μπορούμε να πούμε ότι η ολική ενεργός διατομή μπορεί να προσεγγιστεί μέσω των μεταβάσεων Gamow-Teller μόνο για χαμηλές ενέργειες [148–150, 152, 155, 156]. Για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων η συμπερίληψη των συνεισφορών από άλλες πολυπολικότητες οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία [149]. Από την άλλη μεριά, σε βαρύτερους πυρήνες η προσέγγιση αυτή δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και για χαμηλές τιμές ενεργειών. Έτσι, για πιο ακριβείς υπολογισμούς των ολικών ενεργών διατομών θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι συνεισφορές από όλες τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi = 5^\pm$.

Κλείνοντας το Κεφάλαιο αυτό, να αναφερθούμε στην δυνατότητα που μας παρέχει ο κώδικάς μας να υπολογίσουμε την συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή του κομματιού που προέρχεται από το πολικό διάνυσμα, του αντίστοιχου αξονικού διανύσματος καθώς και του όρου επικάλυψης ξεχωριστά, που προέρχονται από την Χαμιλτονιανή που περιγράφει τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Στα Σχήματα 5.9 - 5.11 που είδαμε παραπάνω, παρουσιάζεται αναλυτικά η συμβολή κάθε κομματιού στην ολική ενεργό διατομή. Όπως βλέπουμε η κύρια συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από την συνιστώσα του αξονικού διανύσματος. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι οι πράγοντες δομής του αξονικού ρεύματος είναι μικρότεροι από τους αντίστοιχους του πολικού ρεύματος με συνέπεια οι εγκάρσιοι όροι να κυριαρχούν [96]. Επιπλέον παρατηρούμε πως, καθώς η ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων αυξάνεται, η συνεισφορά από το αξονικό κομμάτι αυξάνεται επίσης. Για τα ελαφρά υπό μελέτη ισότοπα (Σχ. 5.9), η συμβολή του αξονικού κομματιού στην ολική ενεργό διατομή είναι σχεδόν ολοκληρωτική με την συνεισφορά των άλλων κομματιών να θεωρείται αμελητέα. Όμως, καθώς ο μαζικός αριθμός του πυρήνα αυξάνεται η συνεισφορά του πολικού μέρους αυξάνεται και αυτή. Στους μεσαίου βάρους πυρήνες, ^{48}Ti και ^{56}Fe η συνεισφορά του αξονικού κομματιού είναι περίπου τρεις φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη συνεισφορά του πολικού κομματιού. Τέλος στα μεσαίου βάρους και βαριά ισότοπα ^{66}Zn και ^{90}Zr το πολικό κομμάτι συνεισφέρει περίπου στο μισό ποσοστό σε σχέση με το αντίστοιχο αξονικό κομμάτι. Κλείνοντας, να αναφέρουμε πως για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν, η συνεισφορά του μέρους επικάλυψης είναι περίπου μία τάξη μεγέθους μικρότερη από την αντίστοιχη συνεισφορά του αξονικού κομματιού.

5.9 Συμπεράσματα

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στα τελευταία στάδια εξέλιξης ενός αστέρα, κατά την διάρκεια της pre-supernova φάσης, και στη φάση κατάρρευσης ενός αστέρα. Για την πλήρη κατανόηση των συνθηκών αυτών είναι απαραίτητη η λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Στο παρόν Κεφάλαιο κάναμε λεπτομερή μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό εργαστηριακές συνθήκες, χωρίς να λαβουμε υπόψη

τις επιδράσεις της θερμοκρασίας και του χημικού δυναμικού, προβλέποντας τα αποτελέσματα ενός πιθανού πειράματος.

Έχοντας αποκτήσει την αξιοπιστία της μεθόδου μας, ύστερα από την μελέτη της μιονικής σύλληψης, σε αυτό το Κεφάλαιο χρησιμοποιώντας την δική μας αριθμητική προσέγγιση βασισμένη στην βελτιωμένη εκδοχή της pn-QRPA μεθόδου, πραγματοποιήσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς των πρωτογενών ενεργών διατομών στη σύλληψη ηλεκτρονίων από τους πυρήνες ^{28}Si , ^{32}S , ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr . Η αξιοπιστία της μεθόδου μας έγινε ακόμα μεγαλύτερη ύστερα από την σύγκριση των αποτεσμάτων μας που αναφέρονται, στις αποκλειστικές ενεργές διατομές με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα αναφερόμενα στις κορυφές που αντιστοιχούν στις GT μεταπτώσεις, όπου η συμφωνία ήταν πολύ καλή.

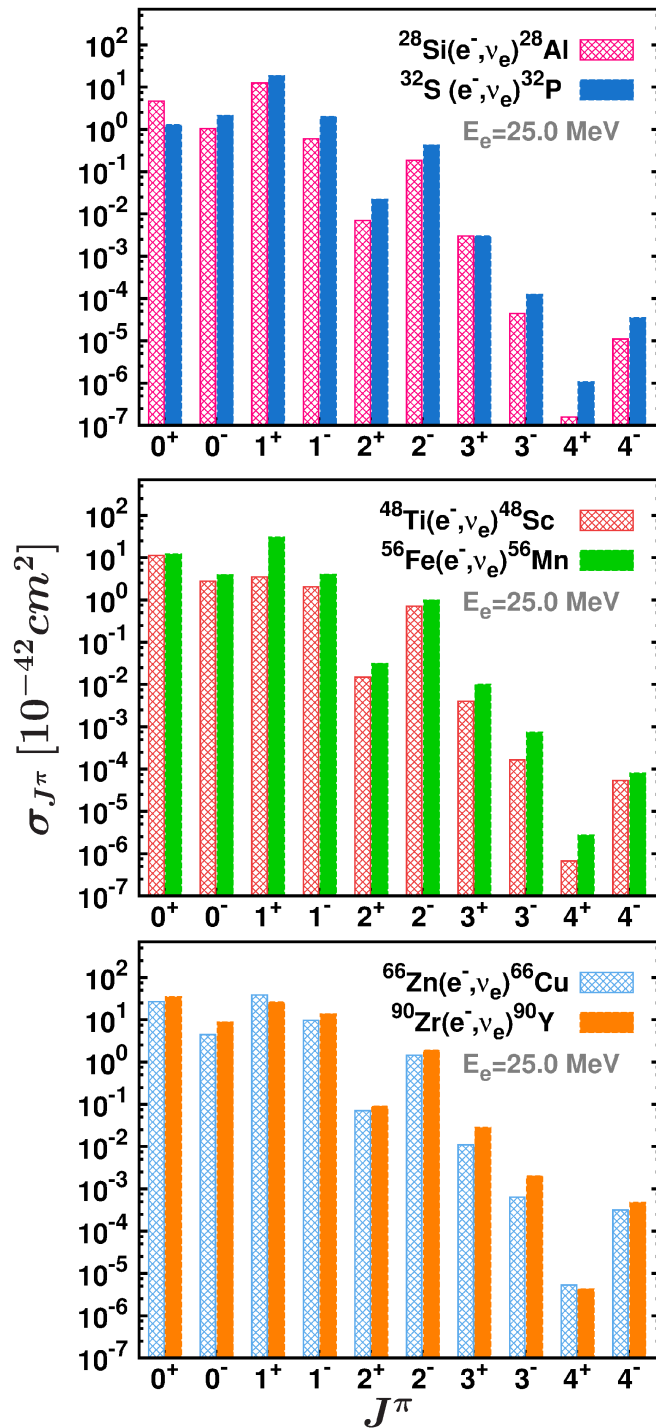
Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο αυτό για την μελέτη των πρωτογενών ενεργών διατομών στη σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, αρχικά πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών. Οι υπολογισμοί αυτοί έγιναν χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή ($g_A = 1.000$) της σταθεράς ελευθέρων νουκλεονίων. Πραγματοποιώντας τόσο λεπτομερείς υπολογισμούς, μίας-προς-μίας πιθανής μετάβασης, αυτό που παρατηρήσαμε είναι ότι στην ολική διαφορική ενεργό διατομή της αντίδρασης σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι μεταβάσεις 1^+ και 0^+ .

Στην συνέχεια υπολογίσαμε την μερική συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά όπως και τα ποσοστά συνεισφοράς τους στην ολική ενεργό διατομή για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου. Όπως ήταν αναμενόμενο, ύστερα και από την μελέτη των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών τα ποσοστά συνεισφοράς των 1^+ μεταβάσεων για τα ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα κυμαίνονται στην περιοχή από 45% έως 80%, ενώ για τα βαριά ισότοπα τα ποσοστά είναι λίγο μικρότερα. Αντίστοιχα για τις 0^+ πολυπολικές μεταβάσεις τα ποσοστά αυτά για όλα τα μελετούμενα πυρηνικά ισότοπα είναι στην περιοχή του 25% έως 40%. Να αναφέρουμε ότι ο υπολογισμός των ποσοστών συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή έγιναν θεωρώντας την ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων ίση με $E_e = 25 \text{ MeV}$. Τα ποσοστά αυτά βέβαια, δεν αλλάζουν πολύ αν θεωρήσουμε οποιαδήποτε ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων στην περιοχή μέχρι περίπου τα 30 MeV .

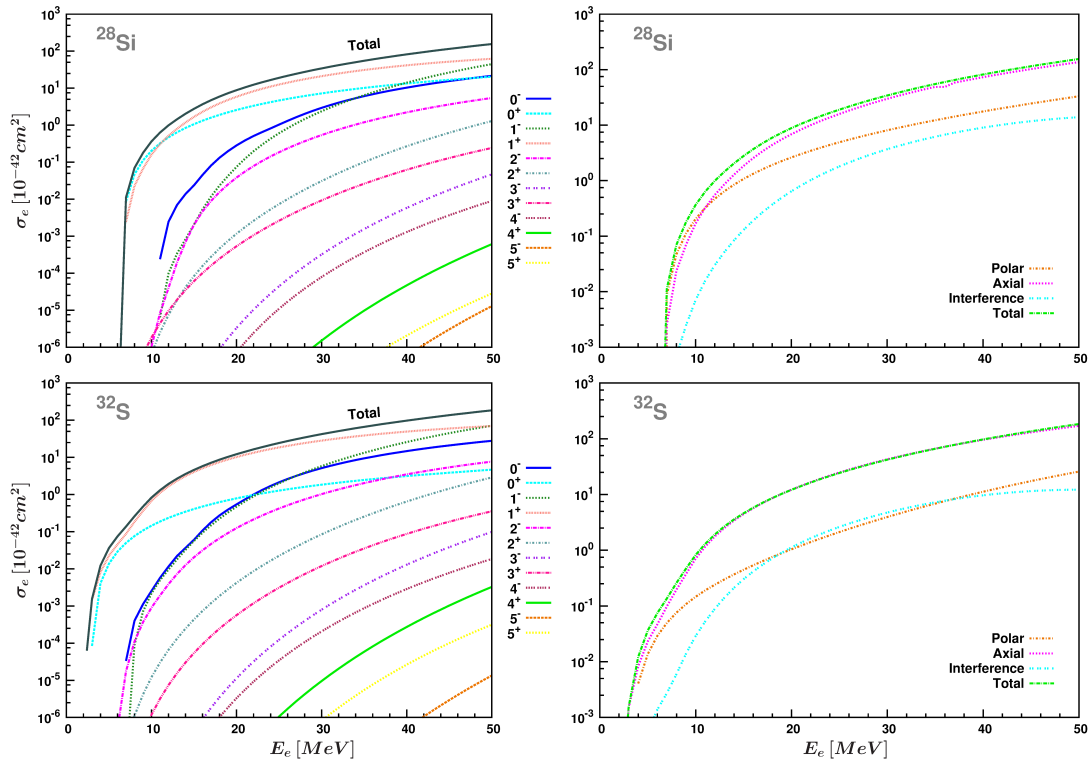
Τέλος υπολογίστηκε αναλυτικά η ολική ενεργός διατομή για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν. Το γενικό συμπέρασμα της μελέτης της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κάτω από εργαστηριακές συνθήκες είναι πως για ακριβής υπολογισμούς της ενεργού διατομής σε οποιαδήποτε περιοχή ενεργειών και από οποιουδήποτε πυρήνες-στόχους θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές πολυπολικές μεταβάσεις μέχρι $J^\pi \leq 5^\pm$. Προσεγγιστικά, μόνο σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων ($E_e \leq 30 \text{ MeV}$) και για ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή μόνο μέσω των GT μεταβάσεων.

Επόμενος στόχος, η μελέτη του οποίου θα πραγματοποιηθεί στο επόμενο κεφάλαιο (Κεφ. 6), είναι να επεκτείνουμε την μέθοδό μας, και να λάβουμε υπόψη

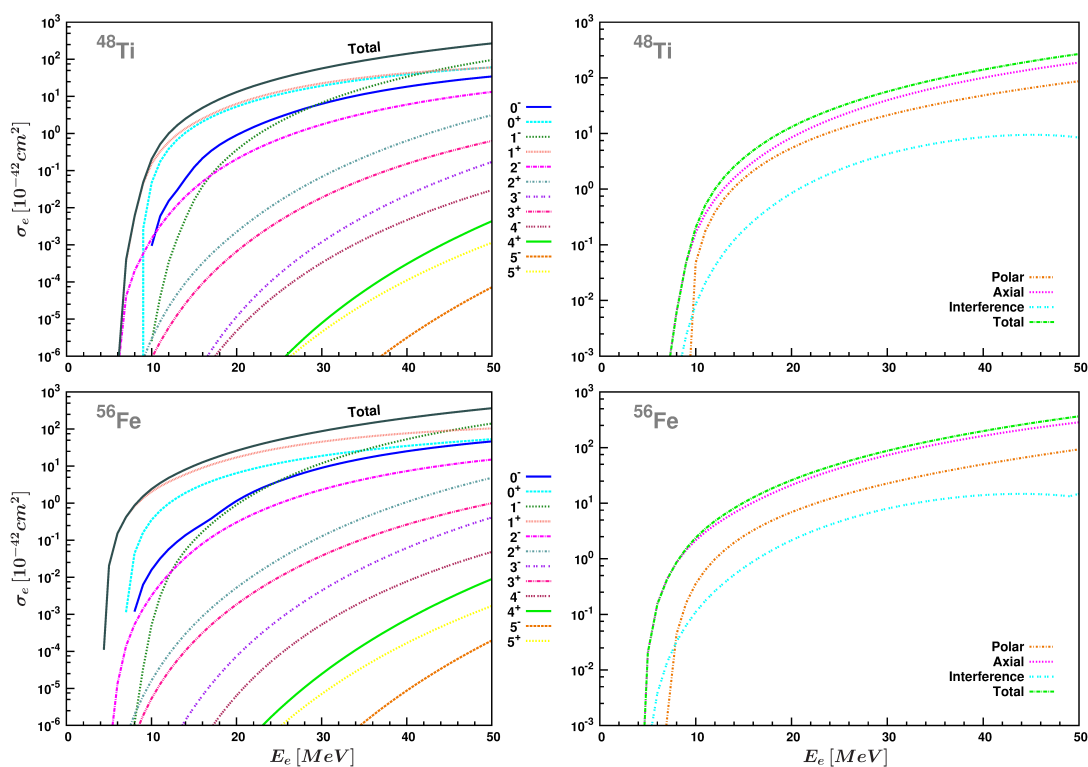
μας, τις αστροφυσικές συνθήκες κάτω από τις οποίες πραγματοποιείται η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες στους αστέρες. Σε αυτές τις συνθήκες, σημαντικό ρόλο όπως θα δούμε στο επόμενο Κεφάλαιο, παίζουν οι τιμές της θερμοκρασίας, της εντροπίας και του χημικού δυναμικού καθώς επηρεάζουν την όλη διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες.



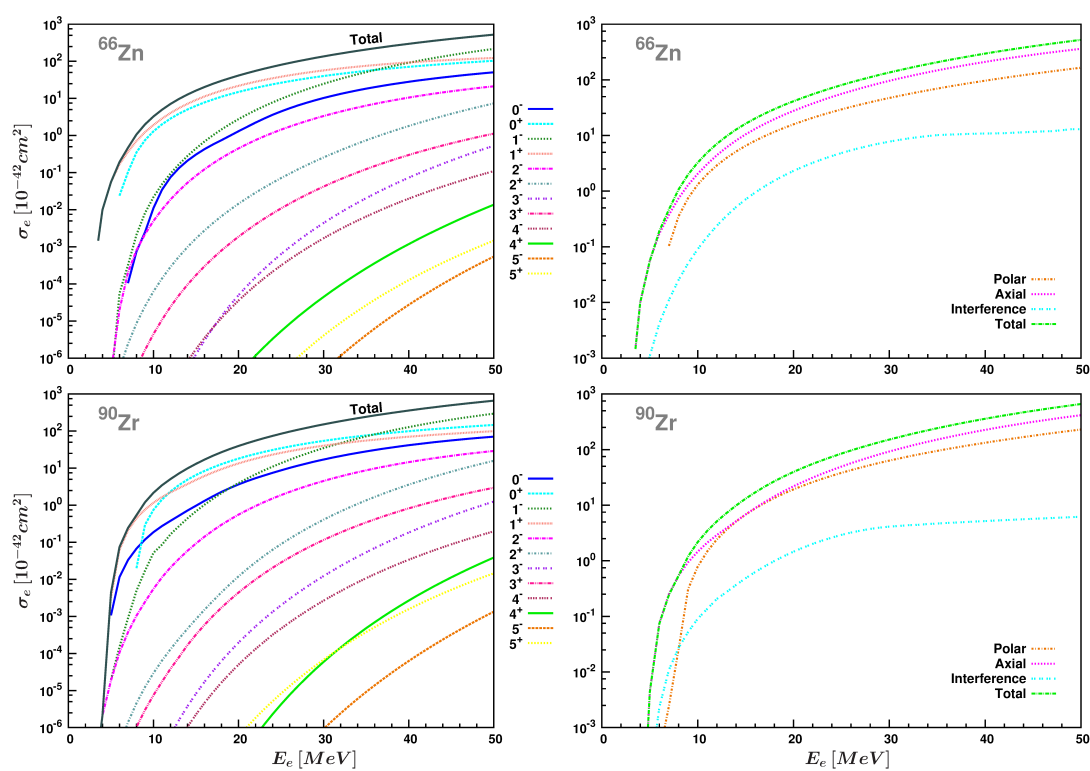
Σχήμα 5.8: Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων για όλες τους πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 4^\pm$ για όλα τα υπό μελέτη πυρηνικά ισότοπα θεωρώντας ως ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e = 25.0 \text{ MeV}$.



Σχήμα 5.9: Οι επιμέρους συνεισφορές των κύριων καναλιών ($J^\pi \leq 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων για τις αντιδράσεις $^{28}\text{Si}(e^-, \nu_e)^{28}\text{Al}$ και $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$ σαν συνάρτηση της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων, απεικονίζονται στο Σχήμα αυτό. Επιπλέον στην δεξιά στήλη των γραφικών, απεικονίζεται ξεχωριστά η συμβολή του πολικού του αξονικού και του όρου επικάλυψης στην ολική ενεργό διατομή.



Σχήμα 5.10: Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$ και $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$.



Σχήμα 5.11: Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$ και $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$.

Κεφάλαιο 6

Μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε αστροφυσικές συνθήκες

6.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιάσουμε υπολογισμούς αποκλειστικών, μερικών και ολικών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από τα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr κάτω από αστρικές συνθήκες. Οι πυρήνες αυτοί παίζουν σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη ενός αστέρα, κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα και στην προ-σουπερνόβα φάση. Καθώς η αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων, η μελέτη της έγινε στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου. Αρχικά η κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα έγινε επιλύοντας τις BCS εξισώσεις. Για την περιγραφή των πυρηνικών δυνάμεων μεταξύ δύο νουκλεονίων, χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό ανταλλαγής ενός μποζονίου Bonn C-D (λεπτομέρειες των εξισώσεων αυτών βρίσκονται στο Κεφ. 3.5.2). Στη συνέχεια, για την κατασκευή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα (όπως περιγράφονται στο Κεφ. 3.7) επιλύθηκαν οι αντίστοιχες pn-QRPA εξισώσεις.

Πιο συγκεκριμένα, για την εκτέλεση των υπολογισμών του Κεφαλαίου αυτού ακολουθήθηκαν τα εξής βήματα:

- Αρχικά έγινε λεπτομερής μελέτη των αποκλειστικών ενεργών διατομών κάθε συνόλου πολυπολικών καταστάσεων με $J^\pi \leq 5^\pm$. Με τον τρόπο αυτό μπορέσαμε για κάθε δυνατή μετάπτωση ξεχωριστά, να υπολογίσουμε την επιμέρους συνεισφορά της και κατά συνέπεια την ποσοστιαία συνεισφορά της και στην ολική ενεργό διατομή.
- Στη συνέχεια υπολογίστηκαν αναλυτικά για όλα τα ισότοπα, οι μερικές ενεργές διατομές και το ποσοστό συνεισφοράς κάθε μίας πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή.

- Τέλος, υπολογίστηκαν οι ολικές ενεργές διατομές για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες και συγκρίθηκαν με υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα. Αναφέρουμε επίσης ότι, στους σχετικά βαρύτερους πυρήνες ^{66}Zn και ^{90}Zr , μελετήθηκε και η εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι, παρόμοιοι υπολογισμοί στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων υπάρχουν μόνο για ολικές ενεργές διατομές με τις οποίες γίνεται και η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας. Μελέτη αποκλειστικών ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων δεν αναφέρεται στην βιβλιογραφία, και επομένως αποτελεί πρωτότυπο μέρος της παρούσας έρευνά.

Κύριος στόχος του παρόντος Κεφαλαίου είναι, με βάση τα αποτελέσματα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων κάτω από συνθήκες εργαστηρίου (βλέπε Κεφ. 5), να μελετηθεί η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων στις συνθήκες που επικρατούν σε έναν αστέρα κυρίως κατά την διάρκεια της κατάρρευσής τους. Προς τούτο, θα μετατρέψουμε τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίων υπό συνθήκες εργαστηρίου στις αντίστοιχες ποσότητες στα πλαίσια του αστρικού περιβάλλοντος χρησιμοποιώντας την κατάλληλη διαδικασία συνέλιξης [148, 154, 155, 169, 171]. Στο εσωτερικό των μαζικών αστέρων, ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται σε πεπερασμένη θερμοκρασία και κατά συνέπεια η αρχική του κατάσταση μπορεί να είναι κάποια διεγερμένη κατάσταση του και όχι απαραίτητα η βασική. Το άθροισμα πάνω σε αυτές τις αρχικές διεγερμένες καταστάσεις του μητρικού πυρήνα σταθμίζεται με κατάλληλους στατιστικούς παράγοντες. Για αυτό το σκοπό, υποθέτουμε ότι τα λεπτόνια υπό αυτές τις συνθήκες ακολουθούν την κατανομή ενέργειας Maxwell-Boltzmann [148, 171]. Μελλοντικός στόχος είναι να επεκτείνουμε την μέθοδό μας και σε άλλες εξίσσου σημαντικές διαδικασίες πυρηνοσύνθεσης φορτισμένων ρευμάτων όπως οι β -διασπάσεις και οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα φορτισμένων ρευμάτων τόσο από πυρηνικής όσο και από αστροφυσικής απόψεως.

6.2 Μέθοδοι μελέτης της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες

Η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων όπως και οι υπόλοιπες ηλεκτρασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων στους πυρήνες, μελετώνται εδώ και δεκαετίες, για τον σημαντικό τους ρόλο τόσο σε πειράματα μελέτης των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων όσο και στην πυρηνική αστροφυσική. Οι πρώτοι υπολογισμοί των ρυθμών της αστρικής σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες εκτελέστηκαν από τους Fuller, Fowler και Newman χρησιμοποιώντας το μοντέλο των ανεξάρτητων σωματιδίων (Independent Particle Model, IPM) [141] και εισάγοντας πειραματικές πληροφορίες όπου αυτό ήταν εφικτό. Στην έρευνά τους περιλαμβάνονται οι υπολογισμοί των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων, β -διασπάσεων και εκπομπής ποζιτρονίων από πυρήνες στην περιοχή $21 \leq A \leq 60$. Στην μετέπειτα έρευνα, προέκυψαν νέα πει-

ραματικά δεδομένα που τόνιζαν την ανάγκη να ληφθεί υπόψη στους υπολογισμούς του πλάτους κατανομής Gamow-Teller (GT η μειωμένη τιμή της αξονικής σταθεράς σύνδεσης ελευθέρων νουκλεονίων g_A (quenched g_A value) (βλέπε Ενότητα 6.4) καθώς και η διασπορά του GT σε πολλές μεταπτώσεις του θυγατρικού πυρήνα. Με βάση αυτά τα πειραματικά δεδομένα, πραγματοποιήθηκε βελτίωση των παραπάνω θεωρητικών ρυθμίων χρησιμοποιώντας το ευρείας κλίμακας μοντέλο φλοιών. Μελετήθηκαν επίσης οι β -διασπάσεις υπό αστρικές συνθήκες για πολλούς πυρήνες στην περιοχή $45 \leq A \leq 65$ [137, 171]. Λεπτομερείς υπολογισμοί των ολικών ενεργών διατομών (και ρυθμών αντίστοιχα) των ημιλεπτονικών αντιδράσεων έχουν διεξαχθεί επίπλέον χρησιμοποιώντας την προσέγγιση του μοντέλου φλοιών με Monte Carlo προσομοιώσεις (SMMC) [148], όπου χρησιμοποιείται μεγαλύτερος χώρος μοντέλου και η θερμοκρασία του πυρήνα λαμβάνεται υπόψη με ακρίβεια στους υπολογισμούς.

Σε πιο βαρείς πυρήνες $A = 65 - 112$, στους οποίους η σύλληψη ηλεκτρονίων πραγματοποιείται κάτω από υψηλότερες τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας, χρησιμοποιήθηκε το SMMC/RPA υβριδικό μοντέλο. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, οι πυρηνικές καταστάσεις περιγράφονται από μία ορίζουσα Slater και οι πιθανότητες κατάληψης, οι οποίες εξαρτώνται από την θερμοκρασία, προσδιορίζονται μέσω των υπολογισμών SMMC [169]. Πρόσφατα, έχουν γίνει παρόμοιες μελέτες στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, χρησιμοποιώντας την προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA) [150], την συνεχή προσέγγιση τυχαίας φάσης (Continuum RPA, CRPA) [170], την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης (Relativistic RPA, RRPA) [149] και άλλες [172].

Πολλοί συγγραφείς τονίζουν την αναγκαιότητα χρήσης μιας μικροσκοπικής θεωρίας στους υπολογισμούς αξιόπιστων ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, που είναι κεντρικής σημασίας στην περιγραφή κατάρρευσης ενός μαζικού αστερά. Τέτοιες μικροσκοπικές προσεγγίσεις είναι το μοντέλο φλοιών (shell model) και η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημι-σωμάτια (QRPA). Στην πρώτη μέθοδο, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στις αλληλεπιδράσεις ενώ στην QRPA βαρύτητα δίνεται στις μονοσωματιακές συσχετίσεις νουκλεονίων-νουκλεονίων (αλληλεπίδραση δύο σωμάτων). Επίπλέον η μέθοδος QRPA δίνει την ελευθερία πραγματοποίησης υπολογισμών σε ένα πολύ μεγάλο χώρο μοντέλων (μέχρι και $7\hbar\omega$) κάτι που δεν είναι εφικτό με την μέθοδο των φλοιών.

Στην παρούσα έρευνα, οι ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογίζονται στα πλαίσια μιας εξελιγμένης έκδοσης της QRPA η οποία αποτελεί μια αξιόπιστη μέθοδο κατασκευής όλων των δυνατών τελικών (διεγερμένων) καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα [94–101, 120, 173]. Συγκεκριμένα, για την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, σε περιπτώσεις όπου το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων είναι μεγαλύτερο από την χαρακτηριστική πυρηνική τιμή Q , η RPA είναι ένα από τα καταλληλότερα εργαλεία υπολογισμού των αντίστοιχων ενεργών διατομών. Η περιγραφή συσχετισμένων βασικών καταστάσεων (correlated ground states) όπου προσδιορίζονται και τα μονο-σωματιδιακά πλάτη κατάληψης (single-particle occupation numbers) γίνεται στα πλαίσια της μεθόδου BCS [94, 97, 120]. Η αξιοπιστία της μεθόδου αυτής, όπως είδαμε και στο Κεφ. 4, έχει ελεγχθεί μέσω της

αναπαραγωγής των πειραματικών ρυθμών μιονικής σύλληψης από λεπτομερείς υπολογισμούς των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου που ελήφθησαν στα πλαίσια της QRPA μεθόδου [52, 54, 73–76]. Η πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων μας με τα πειραματικά δεδομένα, μας εμπνέει υψηλού επιπέδου εμπιστοσύνη για την μέθοδο αυτή, και την χρησιμοποιούμε και στους υπολογισμούς της σύλληψης ηλεκτρονίων σε συνθήκες σουπερνόβα, όπου οι πυκνότητες και οι θερμοκρασίες είναι πολύ υψηλές. Στο Κεφάλαιο αυτό, πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς στα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr τα οποία παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην αστρική πυρηνοσύνθεση, κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης (τα ισότοπα ^{48}Ti και ^{56}Fe) καθώς και στην φάση της έκρηξης σουπερνόβα (τα ισότοπα ^{66}Zn και ^{90}Zr) [163–165].

6.3 Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες

Οι διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων, και ειδικότερα της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κάτω από αστρικές συνθήκες, παίζουν καθοριστικής σημασίας ρόλο στην εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα, κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης (pre-supernova phase) [91, 141–143] και κατά τη φάση κατάρρευσης ενός αστέρα (στην περίπτωση αυτή η σύλληψη ηλεκτρονίων από ελεύθερα νουκλεόνια είναι επίσης σημαντική). Αστέρες με μάζα $m \geq 8M_{\odot}$ (όπου M_{\odot} η μάζα του Ηλίου) όταν ολοκληρώσουν όλα τα στάδια της υδροστατικής καύσης, έχουν μία δομή κρεμμυδιού με τον φλοιό του Fe στην καρδιά του αστέρα η οποία καταρρέει στο τέλος της εξέλιξής του, οδηγώντας στην αύξηση της πυρηνικής πυκνότητας στην καρδιά του αστέρα [166].

Όπως είναι γνωστό, η καρδιά ενός αστέρα στο τέλος της υδροστατικής του καύσης, σταθεροποιείται από την εξισορρόπηση μεταξύ της βαρυτικής δύναμης και της πίεσης των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων. Τούτο ισχύει κατά την διάρκεια που η μάζα της καρδιάς δεν υπερβαίνει το όριο της μάζας Chandrasekhar M_{Ch} [143, 145, 147, 148] ενώ παύει να ισχύει όταν εξαντληθούν τα πυρηνικά καύσιμα που τροφοδοτούν τον εσώτατο φλοιό του Fe. Όταν η μάζα του πυρήνα υπερβεί την M_{Ch} η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων δεν είναι πλέον σε θέση να κρατήσει σε ισορροπία την καρδιά του αστέρα με συνέπεια να ακολουθήσει η βαρυτική κατάρρευσή του, οδηγώντας σε πιο εξωτική και πυκνότερη ύλη [151]. Επιπρόσθετα, οι διαδικασίες της σύλληψης ηλεκτρονίων και της φωτοδιάσπασης που πραγματοποιούνται στο εσωτερικό ενός αστέρα “κοστίζουν” στην ενέργεια του πυρήνα, μειώνοντας την πυκνότητα των ηλεκτρονίων με συνέπεια να επιταχύνεται η κατάρρευσή του κάτω από την τεράστια δύναμη της βαρύτητας. Κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του αστέρα, η τιμή της εντροπία καθορίζει εάν η σύλληψη ηλεκτρονίων θα πραγματοποιηθεί από πυρήνες ή από τα ελεύθερα πρωτόνια που παρήχθησαν κατά την διαδικασία της φωτοδιάσπασης ελαφρών και μέσου βάρους πυρήνων. Πρόσφατες έρευνες κατέδειξαν ότι οι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπερτερούν (περίπου κατά μία τάξη μεγέθους)

6.3. Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες 141

έναντι των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων από πρωτόνια καθ' όλη την διάρκεια της κατάρρευσης [169]. Μόνο μετά, αφού σχηματιστεί το κρουστικό κύμα η σύλληψη ηλεκτρονίων από πρωτόνια υπερिशύει έναντι της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες λόγω της μεγάλης αφθονίας πρωτονίων που παρατηρείται ως αποτέλεσμα των υψηλών τιμών της εντροπίας και της θερμοκρασίας της ύλης που διαπεράστηκε από το κρουστικό κύμα.

Όπως τονίζεται από τον Bethe [143, 144], η κατάρρευση ενός αστέρα επηρεάζεται πολύ από την εντροπία και τον λόγο των λεπτονίων προς τα βαρυόνια Y_e , όπου οι δύο αυτές ποσότητες προσδιορίζονται κυρίως μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Η μικρότερη εντροπία καθώς και η μικρότερη μάζα της καρδιάς του σιδήρου (iron core mass) ευνοούν τον εκρηκτικό μηχανισμό καθώς το κρουστικό κύμα έχει να διαπεράσει λιγότερη μάζα στην αστρική καρδιά. Επιπλέον η χαμηλή τιμή της εντροπίας υποβοηθάει την μείωση των ελευθέρων πρωτονίων στην αστρική ύλη, η οποία με την σειρά της μειώνει την πιθανότητα σύλληψης των ηλεκτρονίων από τα ελεύθερα πρωτόνια και οδηγεί έτσι σε μεγαλύτερη τιμή της Y_e κατά την ανάκρουση πάνω στην αστρική καρδιά.

Χρησιμοποιήθηκαν διάφορες μέθοδοι στον υπολογισμό της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κατά την διάρκεια της φάσης κατάρρευσης του αστέρα, σε ένα περιβάλλον πολύ πυκνό στο κέντρο του αστέρα, όπου τα ηλεκτρόνια γίνονται όλο και πιο εκφυλισμένα, οπότε η πυρηνική μάζα στην καρδιά του αστέρα έχει αποκτήσει περίσσεια νετρονίων και η ενέργεια τους Fermi (ή αντίστοιχα το χημικό δυναμικό) είναι επαρκώς μεγάλη ώστε να υπερβεί την ενέργεια κατωφλίου, (αυτή δίνεται από την αρνητική τιμή Q των αντιδράσεων που συμμετέχουν στο εσωτερικό του αστέρα) [150]. Αυτή η υψηλή ενέργεια Fermi του εκφυλισμένου αερίου ηλεκτρονίων, οδηγεί στην σύλληψη των ηλεκτρονίων από πυρήνες, μειώνοντας τον λόγο των ηλεκτρονίων προς τα βαρυόνια Y_e [152, 153] και παράγει νετρίνα σε μάλλον χαμηλές ενέργειες σε αντίθεση με εκείνα στις ανελαστικές αντιδράσεις νετρίνου πυρήνα που συμβαίνουν στη σουπερνόβα φάση [162, 164, 165, 167]. Τα νετρίνα αυτά (κυρίως σε πυκνότητες $\rho \leq 10^{11} \text{ gr cm}^{-3}$) διαφεύγουν από τον αστέρα μεταφέροντας ενέργεια και εντροπία από την καρδιά του. Αυτός είναι ένας αποδοτικός μηχανισμός ψύξης ενός αστέρα που εκρήγνυται [169]. Με αυτόν τον τρόπο, η ηλεκτρονιακή πίεση μειώνεται με συνέπεια την μείωση της ενέργειας καθώς και της εντροπίας σε χαμηλά επίπεδα κατά την διάρκεια της έκρηξης (έτσι ευνοείται η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες έναντι εκείνης από των ελευθέρων νουκλεόνια). Τούτο καταδεικνύει τον ρόλο κλειδί που παίζει η σύλληψη ηλεκτρονίων στην προ-σουπερνόβα φάση [154, 155].

Στο αρχικό στάδιο της κατάρρευσης του αστέρα, η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου (iron group peak nuclei), παίζει σημαντικό ρόλο καθώς: Αρχικά επηρεάζει (μειώνει) τον λόγο των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια, Y_e , ο οποίος εν συνεχεία προσδιορίζει την σύνθεση των αντικειμένων που εκτοξεύονται κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Στην συνέχεια, καθώς οι πυκνότητες είναι ακόμα χαμηλές, $\rho \leq 10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$, τα νετρίνα που παράγονται κατά την διαδικασία της ηλεκτρονιακής σύλληψης, όπως προαναφέραμε, διαφεύγουν εύκολα από τον αστέρα, μεταφέροντας ενέργεια, οδηγώντας έτσι στην ψύξη του. Και οι δύο αυτές

επιπτώσεις της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες συνδράμουν στην επιτάχυνση της κατάρρευσης του αστέρα [146]. Επιπλέον στο στάδιο αυτό, το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την πυρηνική τιμή Q και οι ενεργές διατομές είναι ευαίσθητες στις λεπτομέρειες της κατανομής του πλάτους μετάβασης GT του θυγατρικού πυρήνα. Για αυτό τον λόγο πολλοί συγγραφείς, περιορίζουν τους υπολογισμούς τους μόνο στα GT πλάτη μετάβασης, και υπολογίζουν τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίων με βάση τις μεταπτώσεις GT. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε πως σε αυτές τις συνθήκες τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από πυρήνες με μαζικό αριθμό $A \leq 60$ [148–150, 152, 155, 156].

Όμως, οι προσομοιώσεις κατάρρευσης της αστρικής καρδιάς επηρεάζεται πολύ περισσότερο από την σύλληψη ηλεκτρονίων από βαρείς πυρήνες [172]. Όταν η καρδιά ενός αστέρα αποκτήσει πυκνότητα $\rho \geq 10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$ περιλαμβάνει βαρείς πυρήνες μέσα σε ηλεκτρικά ουδέτερο πλάσμα ηλεκτρονίων, με πολύ μικρό κλάσμα από τα αποκαλούμενα ‘drip neutrons’ (στο εσωτερικό ενός αστέρα συναντάμε πυρήνες με μεγάλους αριθμούς νετρονίων και από μια τιμή του N και πέρα τα νετρόνια είναι drip neutrons και ελεύθερα νετρόνια), και ακόμα μικρότερο κλάσμα από ‘drip protons’ [150]. Κατά την διάρκεια της κατάρρευσης, έχουμε πολύ υψηλές τιμές της θερμοκρασίας και της πυκνότητας διασφαλίζοντας ότι επιτυγχάνεται η πυρηνική στατιστική ισορροπία (nuclear statistical equilibrium NSE). Αυτό σημαίνει ότι, για χαμηλές τιμές της εντροπίας, η σύνθεση της ύλης περιλαμβάνει κυρίως πυρήνες με την μέγιστη ενέργεια σύνδεσης για συγκεκριμένη Y_e [169]. Σε τόσο υψηλές πυκνότητες και θερμοκρασίες η σύλληψη ηλεκτρονίων πραγματοποιείται από βαρύτερους πυρήνες με $A \geq 65$ [147, 149, 153–155]. Συνεπώς, η πυρηνική σύνθεση μετατοπίζεται σε βαρύτερους και πιο πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες, συμπεριλαμβανομένων και αυτών με $N > 40$, οι οποίοι κυριαρχούν στην σύνθεση της ύλης για πυκνότητες μεγαλύτερες από $10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$ [91, 155, 169]. Σε αυτές τις τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας, όπου πραγματοποιείται σύλληψη ηλεκτρονίων από βαρείς πυρήνες, στην ολική ενεργό διατομή δεν είναι αξιοσημείωτη μόνο η συνεισφορά των GT μεταπτώσεων αλλά και η συμβολή από τις άλλες μεταπτώσεις.

6.4 Υπολογισμοί ενεργών διατομών σε αστροφυσικές συνθήκες

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιούμε λεπτομερείς υπολογισμούς σύλληψης ηλεκτρονίων για τα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA. Τα απαιτούμενα στοιχεία πίνακα μεταξύ των αρχικών $|J_i\rangle$ και τελικών $|J_f\rangle$ πυρηνικών καταστάσεων υπολογίζονται επιλύοντας με επαναληπτική αριθμητική μέθοδο τις BCS εξισώσεις για την θεμελιώδη κατάσταση [94, 97, 120] και τις pn-QRPA εξισώσεις για τις διεγερμένες καταστάσεις [94–97]. Όπως είναι γνωστό, υπολογισμοί που πραγματοποιούνται σε έναν κύριο φλοιό, υπερεκτιμούν το πλάτος κατανομής GT κατά ένα παράγοντα $(1.262)^2$, το οποίο ερμηνεύεται μέσω της κανονικοποίησης της αξονικής σταθεράς σύζευξης, g_A , ελευθέρων νουκλεονίων του

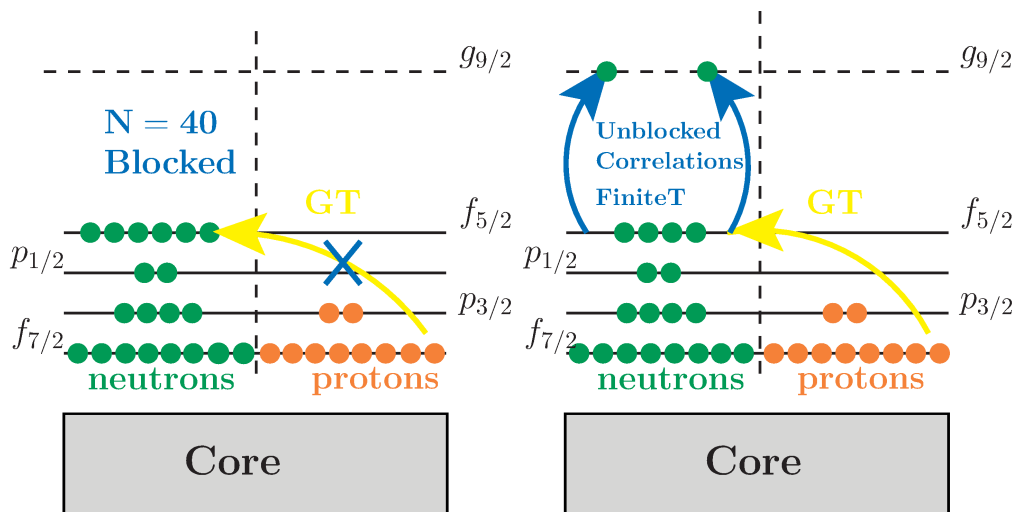
πυρήνα [145, 146]. Στους παρακάτω υπολογισμούς, έχουμε λάβει υπόψη ως σταθερά κανονικοποίησης μια μειωμένη τιμή του g_A (quenched value), $g_A = 1.00$, (βλέπε Παράρτημα ;). Εξ αιτίας του γεγονότος ότι ο αξονικός παράγοντας δομής $F_A(q^2)$ πολλαπλασιάζει και τις τέσσερις διανυσματικές συνιστώσες του αξονικού διανυσματικού τελεστή (βλ εξ. (Δ'.37) - (Δ'.40)), η μειωμένη τιμή του g_A εισάγεται στους πολυπολικούς τελεστές δημιουργώντας τις προαναφερθείσες διεγέρσεις $0^-, 1^\pm, \dots$ κλπ. Για τον λόγο αυτό, στους υπολογισμούς μας πολλαπλασιάσαμε την σταθερά σύζευξης του ελεύθερου νουκλεονίου $g_A = 1.262$ με ένα παράγοντα 0.8. Η μείωση αυτή στην τιμή της g_A ισοδυναμεί με κανονικοποίηση των στοιχείων πίνακα κατά ένα παράγοντα 0.8 [148]. Προηγούμενες μελέτες, έδειξαν ότι η παρατηρούμενη πειραματικά μείωση του συνολικού πλάτους GT , αναπαράγεται με ακρίβεια, μέσω των συσχετισμών στον φλοιό pf εάν λάβουμε υπόψη την κανονικοποίηση του τελεστή spin κατά ένα παράγοντα 0.8. Ο ίδιος παράγοντας κανονικοποίησης έχει χρησιμοποιηθεί σε sd [157] και pf [158, 159] πυρήνες με $A \leq 49$.

Στους υπολογισμούς των ενεργών διατομών υπό αστρικές συνθήκες, ο μητρικός πυρήνας θεωρούμε ότι μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε αρχική διεγερμένη κατάσταση και μετά την e^- -σύλληψη μπορεί να μεταβεί σε οποιαδήποτε διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα. Υπό αυτές τις συνθήκες είναι υποχρεωτικό να θεωρήσουμε θερμοκρασιακή εξάρτηση της ενεργού διατομής [149].

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων παίζει έναν κρίσιμο ρόλο στα τελευταία στάδια της εξέλιξης των συμπαγών αστερών στην φάση πρό-σούπερνόβα και στην φάση σούπερνόβα. [91, 141–143]. Στην φάση κατάρρευσης προ-σούπερνόβα, σε πυκνότητες $\rho \leq 10^{10} g cm^{-3}$ και θερμοκρασίες $300 keV \leq T \leq 800 keV$ τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από τους πυρήνες με $A \leq 60$ [148–150, 152, 155, 156]. Κατά την διάρκεια της φάσης αυτής, έχοντας αρκετά χαμηλές θερμοκρασίες, η εξάρτηση του πλάτους κατανομής GT από την θερμοκρασία και κατά συνέπεια και των ενεργών διατομών από αυτή είναι ασήμαντη. Αντίθετα, κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης, οι τιμές της πυκνότητας, $\rho \geq 10^{10} g cm^{-3}$, και της θερμοκρασίας, $T \simeq 1.0 MeV$, είναι αρκετά υψηλότερες, η τιμή της Y_e μειώνεται και η διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων μεταφέρεται σε βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια πυρήνες με $Z < 40$ και $N \geq 40$ [147, 149, 153–155]. Εκεί η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία είναι σημαντική. Γι' αυτό τον λόγο, μελετάται σε αυτούς τους πυρήνες, όπως θα δούμε παρακάτω, η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία και υπολογίζονται αναλυτικά οι ενεργές διατομές σε διάφορες τιμές της θερμοκρασίας. Γενικότερα, για τους βαρύτερους πυρήνες και για υψηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων, όπως θα δούμε και στην συνέχεια, στην ολική ενεργό διατομή δεν θα έχουμε συνεισφορά μόνο από τις μεταβάσεις GT αλλά επίσης θα συνεισφέρουν σε αξιόλογα ποσοστά και οι υπόλοιπες πολυπολικές μεταβάσεις. Επιπλέον, καθώς με την αύξηση του αριθμού των νετρονίων, αυξάνεται και η πυρηνική τιμή της Q , απαιτούνται για την διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια.

Υπό την εικόνα του μοντέλου των ανεξάρτητων σωματιδίων (IPM), οι μεταβάσεις Gamow-Teller (οι οποίες είναι οι πιο σημαντικές στους υπολογισμούς ενεργών

γού διατομής σύλληψης ηλεκτρονίων) είναι απαγορευμένες για αυτούς τους πυρήνες [141]. Ωστόσο, όπως έχει γίνει φανερό σε διάφορες μελέτες, οι μεταβάσεις GT σε αυτούς τους πυρήνες απεμπλέκονται μέσω των διεγέρσεων πεπερασμένης θερμοκρασίας [168, 169]. Σε υψηλές θερμοκρασίες, $T \simeq 1.5 \text{ MeV}$, οι μεταβάσεις GT απεμπλέκονται θερμικά σαν αποτέλεσμα των διεγέρσεων των νετρονίων από τον pf-φλοιό στο τροχιακό $g_{9/2}$. Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται σχηματικά αυτές οι απαγορευμένες GT μεταβάσεις καθώς και το διάγραμμα απεμπλοκής τους σε υψηλές θερμοκρασίες. Επιπλέον, κατά την διάρκεια της κατάρρευσης ενός αστέρα, η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, όπως προαναφέραμε, πραγματοποιείται σε υψηλές θερμοκρασίες ($T \geq 0.8 \text{ MeV}$) όπου σύμφωνα με το μοντέλο αερίου Fermi [175–177] αντιστοιχεί σε πυρηνική ενέργεια διεγερσης $U \approx AT^2/8 \geq 5 \text{ MeV}$ η οποία είναι σαφώς μεγαλύτερη από την ενέργεια διαχωρισμού των τροχιακών pf και sdg ($E \simeq 3 \text{ MeV}$). Ως εκ τούτου, η αναδιάταξη της κατάληψης των τροχιακών sdg και pf, σε αυτές τις διεγερμένες πυρηνικές καταστάσεις, είναι σημαντική στην μελέτη της αστρικής σύλληψης ηλεκτρονίων.



Σχήμα 6.1: Οι απαγορευμένες μεταβάσεις σύμφωνα με το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων και η απεμπλοκή τους σε υψηλές θερμοκρασίες.

Σε αστροφυσικό περιβάλλον, της υψηλής θερμοκρασίας και πυκνότητας δεν μπορεί να αγνοηθεί η επίδραση των ατην ενεργό διατομή των ημιλεπτονικών αντιδράσεων (ο αρχικός πυρήνας βρίσκεται σε πεπερασμένη θερμοκρασία). Η αρχική πυρηνική κατάσταση θεωρητικά μπορεί να είναι οποιαδήποτε πυρηνική κατάσταση (βασική ή διεγερμένη) οπότε η ολική ενεργός διατομή ισούται με ένα κανονικοποιημένο άθροισμα πάνω σε κατάλληλες επιμέρους ενεργές διατομές. Υποθέτοντας κατανομή Maxwell-Boltzmann για τα εισερχόμενα ηλεκτρόνια [148, 171], η ολική ενεργός δια-

τομή e^- -σύλληψης δίνεται από την έκφραση [149]:

$$\begin{aligned} \sigma(E_e, T) &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i F(Z, E_e) \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} \\ &\times \sum_{f, J} (E_e - Q + E_i - E_f)^2 \frac{|\langle i | \hat{O}_J | f \rangle|^2}{(2J_i + 1)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Το άθροισμα πάνω στις αρχικές καταστάσεις $|i\rangle$, στην παραπάνω έκφραση αντιπροσωπεύει ένα θερμικό μέσο όρο στα διαφορετικά ενεργειακά επίπεδα με την αντίστοιχη συνάρτηση επιμερισμού $G(Z, A, T)$ [149]. Η πεπερασμένη θερμοκρασία επάγει τον θερμικό “εποικισμό” των διεγερμένων καταστάσεων του μητρικού πυρήνα. Επειδή ο υπολογισμός της συνεισφοράς όλων των δυνατών όρων που προκύπτουν από τους συνδυασμούς όλων των διεγερμένων καταστάσεων του μητρικού πυρήνα με όλες τις δυνατές μεταπτώσεις του θυγατρικού είναι πολύπλοκος για τον υπολογισμό των υπό συζήτηση ενεργών διατομών στη διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων γίνεται μόνο για τους κυρίαρχους όρους. Συνήθως υιοθετείται για απλοποίηση η υπόθεση Brink (Brink hypothesis) σύμφωνα με την οποία το πλάτος κατανομής των πολυπολικών τελεστών στον θυγατρικό πυρήνα είναι ίδιο για όλες τις αρχικές καταστάσεις μετατοπιζόμενες κατά την ενέργεια διέγερσης της αρχικής κατάστασης. Χρησιμοποιώντας την τελευταία προσέγγιση το άθροισμα πάνω σε όλες τις τελικές καταστάσεις γίνεται ανεξάρτητο από τις αρχικές, και το άθροισμα της συνάρτησης βάρους Boltzmann ακυρώνει την συνάρτηση επιμερισμού. Τονίσουμε εδώ ότι η υπόθεση Brink είναι κατάλληλη προσέγγιση μόνο όταν η θερμοκρασία και η πυκνότητα έχουν αρκετά υψηλές τιμές έτσι ώστε να συνεισφέρουν πολλές καταστάσεις και οι διακυμάνσεις στα χαμηλής ενέργειας πλάτη μετάβασης να ακυρώνονται.

Στην παρούσα εργασία, ακολουθούμε μία άλλη στρατηγική [171], υποθέτουμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται είτε στην βασική του κατάσταση είτε σε οποιαδήποτε πιθανή διεγερμένη του κατάσταση μέχρι περίπου 2.5 MeV ενώ αντίστοιχα ο θυγατρικός μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε δυνατή τελική κατάσταση. Οι συνεισφορές των καταστάσεων του μητρικού πυρήνα με υψηλότερη ενέργεια των 2.5 MeV , έχουν μικρή συμβολή στην ολική ενεργό διατομή και μπορούν να αγνοηθούν.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων μας για κάθε ισότοπο ξεχωριστά, θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι υπολογισμοί των ενεργών διατομών στη σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που πραγματοποιούνται στο παρόν Κεφάλαιο, είναι χρήσιμοι για την αναπαραγωγή του φάσματος νετρίνων που εκπέμπονται κατά την προ-σουπερνόβα και σουπερνόβα φάση κατάρρευσης του αστέρα. Η γνώση του φάσματος των νετρίνων σε κάθε σημείο και σε κάθε χρονική στιγμή στην αστρική καρδιά, είναι σημαντική για ακριβείς προσομοιώσεις της (τελευταίας κυρίως) φάσης κατάρρευσης αλλά και κατά την φάση της έκρηξης ενός μαζικού αστέρα. Στην φάση κατάρρευσης, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, τα νετρίνα παράγονται κυρίως κατά την σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες και ελεύθερα πρωτόνια. Το

ενεργειακό φάσμα των παραγόμενων νετρίνων και από τις δύο διαδικασίες αποτελεί σημαντικό δεδομένο για τις επιτυχείς προσομοιώσεις της διαδικασίας έκρηξης.

Πρόσφατες μελέτες του φάσματος των νετρίνων που εκπέμπονται από την έκρηξη SN τύπου II έδειξαν ότι τούτο εξαρτάται ουσιαστικά από τρεις ποσότητες [160]: 1) το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων 2) την τιμή $Q = M_p - M_d + E_i$ πυρηνικής αντίδρασης και 3) ενεργό διατομή της e^- σύλληψης. Σύμφωνα με τις έρευνες αυτές, το φάσμα των νετρίνων κάτω από αστροφυσικές συνθήκες έχει την μορφή:

$$\eta(E_\nu) = E_\nu^2 (E_\nu - q)^2 \frac{N}{1 + \exp(E_\nu - q - \mu_e)/kT} \quad (6.2)$$

όπου $q = Q_0 - E_f^*$ με E_f^* να είναι η ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης στην οποία βρίσκεται ο θυγατρικός πυρήνας [160]. Σύμφωνα με τον Bruenn [161], παρόμοια παραμετροποίηση χρησιμοποιείται και για το φάσμα νετρίνων που εκπέμπονται κατά την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες με την διαφορά ότι τώρα θα ισχύει $q = Q_0 - 3 \text{ MeV}$.

Γενικά αναμένεται πως η ενέργεια των νετρίνων αυξάνεται για μεγαλύτερο χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων, για ευνοούμενες διαφορές μαζών μεταξύ μητρικού και θυγατρικού πυρήνα ($M_p - M_d$) και από τις διεγερμένες καταστάσεις. Επίσης οι υψηλές ενέργειες των νετρίνων προτιμούνται όταν οι κυρίαρχες μεταβάσεις GT είναι τοποθετημένες σε χαμηλές ενέργειες διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα (αυτό παρατηρείται στους άρτιους-άρτιους πυρήνες).

Για τις προσομοιώσεις της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, ορίζονται οι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ως [169]:

$$R_h = \sum_i Y_i \lambda_i \quad (6.3)$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα πυρηνικά ισότοπα που παρευρίσκονται στο αστροφυσικό περιβάλλον, (Το Y_i δηλώνει την αφθονία κάθε ισότοπου και το λ_i είναι οι υπολογισμένοι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες). Οι ρυθμοί της Εξ. (6.3) θα πρέπει να είναι γνωστοί για ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων (θερμοκρασίας T και πυρηνικής πυκνότητας ρ) στον υπό μελέτη αστέρα. Έτσι, για τους υπολογισμούς των ποσοτήτων $Y \cdot \lambda$ για κάθε πυρηνικό ισότοπο ξεχωριστά, κάποιος χρειάζεται να γνωρίζει εκτός από την πυρηνική σύνθεση Y και τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίων όπως υπολογίζονται στο παρόν Κεφάλαιο.

Υπολογισμοί ρυθμών ηλεκτρονιακής σύλληψης καθώς και του αντιστοίχου φάσματος εκπεμπόμενων νετρίνων σε μαζικό αστέρα κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του, για αρκετά ισότοπα έχουν πραγματοποιηθεί στις εργασίες [160, 169, 171]. Στο τέλος του Κεφάλαιο συζητούνται οι δυνατότητες υπολογισμού του φάσματος των εξερχομένων νετρίνων από τα ανωτέρω ισότοπα στις φάσεις παραγωγής των ως αποτέλεσμα της εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης που λαμβάνει χώρα στον υπό συζήτηση μαζικό αστέρα. Στην συνέχεια του Κεφαλαίου αυτού παρουσιάζονται αναλυτικοί

υπολογισμοί των ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από τα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr που είναι ένας από τους κυριότερους στόχους της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής.

6.5 Το ισότοπο του τιτανίου ^{48}Ti

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματά μας, της μελέτης των ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων υπό αστρικές συνθήκες από το ισότοπο του τιτανίου ^{48}Ti . Το ισότοπο αυτό, ανήκει στην ομάδα πυρήνων της περιοχής του σιδήρου (iron group nuclei $A \approx 45 - 65$). Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες αυτής της ομάδας χρησιμοποιείται για την κατανόηση της αρχικής φάσης κατάρρευσης της καρδιάς ενός αστέρα και της έκρηξης σουπερνόβα. Στην προ-σουπερνόβα φάση η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες του φλοιού *rf* πραγματοποιείται σε θερμοκρασίες μεταξύ $300 \text{ keV} \leq T \leq 800 \text{ keV}$. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας θα γίνει με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους, όπως το μοντέλο των φλοιών (shell model) [148] και την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης (relativistic RPA) [149]. Όπως προαναφέραμε, ο μητρικός πυρήνας ^{48}Ti μπορεί να είναι σε οποιαδήποτε δυνατή κατάσταση μέχρι τα 3.0 MeV ($0_1^+ \rightarrow 0.0 \text{ MeV}$, $2_1^+ \rightarrow 0.983 \text{ MeV}$, $4_1^+ \rightarrow 2.296 \text{ MeV}$, $2_2^+ \rightarrow 2.421 \text{ MeV}$, $0_2^+ \rightarrow 2.997 \text{ MeV}$). Ο θυγατρικός πυρήνας ^{48}Sc μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε δυνατή κατάσταση ικανοποιώντας βέβαια τους απαραίτητους κανόνες μετάβασης.

6.5.1 Υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

Αρχικά, διατηρώντας τον συμβολισμό των δύο προηγούμενων κεφαλαίων, υπολογίζουμε την επιμέρους συνεισφορά κάθε δυνατής μετάβασης $|J_f^\pi\rangle$ (αποκλειστικές διαφορικές ενεργές διατομές) με $J^\pi \leq 5^\pm$, που υπεισέρχεται στην έκφραση (6.1). Έτσι, η έκφραση των αποκλειστικών ενεργών διατομών στη σύλληψη ηλεκτρονίων γράφεται

$$\sigma_{J_f^\pi}^{stel}(E_e, T) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i F(Z, E_e) \frac{e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} (E_e - Q + E_i - E_f)^2 |\langle i | \hat{O}_J | J_f^\pi \rangle|^2 \quad (6.4)$$

Στο πρώτο στάδιο της μελέτης μας, εκτελέσαμε υπολογισμούς κατάστασης-προς-κατάσταση για το ισότοπο ^{48}Ti , για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e = 25.0 \text{ MeV}$, χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης $g_A = 1.00$. Στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τον μητρικό πυρήνα ^{48}Ti (βλέπε Κεφ. 3.8.1) υπάρχουν συνολικά 338 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ^{48}Sc για $J^\pi \leq 5^\pm$. Για όλες αυτές τις τελικές καταστάσεις υπολογίστηκε ξεχωριστά η αντίστοιχη συνεισφορά τους στην ολική

διαφορική ενεργό διατομή. Προκειμένου να μελετήσουμε την εξάρτηση της από την ενέργεια διέγερσης ω σε ολόκληρο το pn-QRPA φάσμα του θυγατρικού πυρήνα, απαιτείται μια αναδιάταξη σε αύξουσα σειρά ως προς τις ενέργειες διέγερσης ω των διαφορικών ενεργών διατομών, όλων των δυνατών μεταβάσεων. Αυτό έγινε εφικτό χρησιμοποιώντας έναν ειδικό κώδικα κατάλληλο για την αναδιάταξη των στοιχείων πινάκων SORTBUL.

Επιπλέον, ο κώδικάς μας έχει την δυνατότητα να υπολογίζει στις ενεργές διατομές ξεχωριστά την συνεισφορά από την πολική και την αξονική διανυσματική συνιστώσα, καθώς και εκείνη του όρου επικάλυψης των (επάγεται από τις αντίστοιχες συνιστώσες των τελεστών σύλληψης ηλεκτρονίων). Υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε μετάβασης σε όλα τα ανωτέρω τμήματα ξεχωριστά. Στο σχήμα 6.2 παρουσιάζεται η συνεισφορά από κάθε ξεχωριστή μετάβαση για την πολική και αξονική συνιστώσα pannel (a) και (b), αντίστοιχα. Στο pannel (c) παρουσιάζεται η συνεισφορά κάθε πολυπολικής μετάβασης ξεχωριστά στο ολικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής.

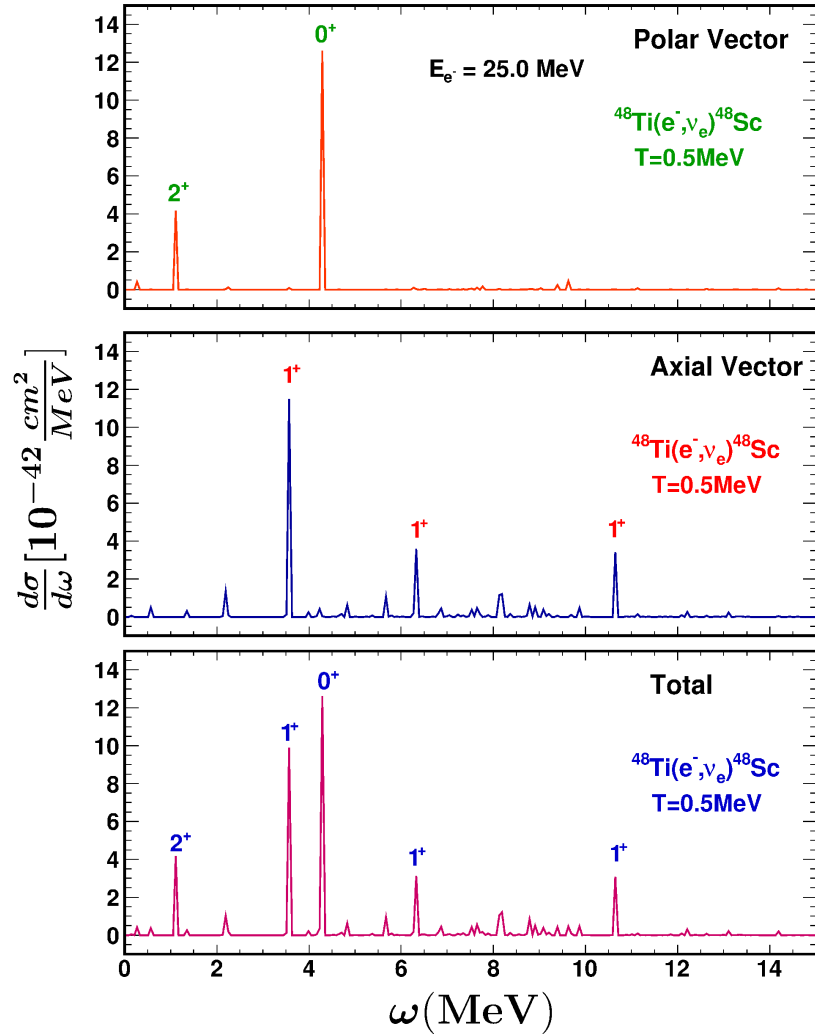
Από το Σχήμα 6.2 παρατηρούμε ότι οι διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων παρουσιάζουν μερικές χαρακτηριστικές κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης ω . Οι κορυφές αυτές αντιστοιχούν κυρίως στις μεταβάσεις 0^+ , 1^+ και 2^+ . Πιο αναλυτικά στον θυγατρικό πυρήνα ^{48}Sc η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην QRPA μετάβαση 0_1^+ και βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.319 \text{ MeV}$. Άλλες χαρακτηριστικές μεταβάσεις είναι οι 2_1^+ , 1_2^+ , 1_4^+ και 1_{13}^+ οι οποίες τοποθετούνται αντίστοιχα σε ενέργειες $\omega = 1.093 \text{ MeV}$, $\omega = 3.575 \text{ MeV}$, $\omega = 6.307 \text{ MeV}$ και $\omega = 10.667 \text{ MeV}$. Στο πολικό κομμάτι, οι κύριες συνεισφορές προέρχονται από τις μεταβάσεις 2_1^+ και 0_1^+ , ενώ αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι από τις 1_2^+ , 1_4^+ και 1_{13}^+ .

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε πως οι γραφικές των επιμέρους συνεισφορών για το ισότοπο του ^{48}Ti (Σχήμα 6.2) έχουν γίνει με την χρήση του σχεδιαστικού προγράμματος ROOT του CERN με πλάτος διαμέρισης binning width 0.06.

6.5.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

Στο δεύτερο βήμα της έρευνάς μας στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων έχοντας ως πυρήνα στόχο το ισότοπο του τιτανίου, εκτελέσαμε υπολογισμούς των μερικών ενεργών διατομών. Αυτές προκύπτουν ύστερα από άθροιση όλων των δυνατών τελικών καταστάσεων της κάθε πολυπολυκότητας ξεχωριστά ως:

$$\sigma_{J^\pi}^{stel}(E_e, T) = \sum_f \sigma_{J_f^\pi}^{stel}(E_e, T) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i F(Z, E_e) \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} \times \sum_f (E_e - Q + E_i - E_f)^2 \frac{|\langle i | \hat{O}_J | J_f^\pi \rangle|^2}{(2J_i + 1)} \quad (6.5)$$



Σχήμα 6.2: Επί μέρους συνεισφορές για την διανυσματική Λ_V , αξονική Λ_A συνιστώσα στις διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων συναρτήσει της ενέργειας διέγερσης ω για τον πυρήνα ^{48}Ti .

όπου το f τρέχει πάνω σε όλες τις καταστάσεις της πολυπολικότητας $|J^\pi\rangle$.

Οι υπολογισμοί της συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά έγιναν για διάφορες τιμές της ενέργειας του εισερχομένου ηλεκτρονίου. Επίσης να αναφέρουμε ξανά ότι χρησιμοποιούμε σε όλους τους υπολογισμούς του Κεφαλαίου αυτού την μειωμένη τιμή της g_A δηλαδή $g_A = 1.00$.

Στον πίνακα 6.1 είναι τοποθετημένες οι τιμές των μερικών ενεργών διατομών κάθε πολυπολικότητας μέχρι $J^\pi = 3^\pm$. Να τονίσουμε ότι οι τιμές του Πίνακα 6.1 αντιστοιχούν σε θερμοκρασία $T = 0.5$ MeV. Αυτό που παρατηρούμε από την ανάλυση των τιμών του Πίνακα αυτού, είναι ότι στην περιοχή που είναι σημαντική

από αστροφυσικής απόψεως (μέχρι 30 MeV), η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις (με ποσοστά της τάξης του 40%). Για τις υψηλότερες ενέργειες στις οποίες επεκτείναμε την έρευνά μας, η συνεισφορά από τις 1^- πολυπολικές μεταβάσεις γίνεται εξίσου σημαντική, με τα ποσοστά να φτάνουν περίπου το 25% για ενέργειες πάνω από 40 MeV. Σε όλο το φάσμα ενεργειών αξιολογή είναι η συμβολή από τις 0^+ καταστάσεις συνεισφέροντας γύρω στο 20–25% στην ολική ενεργό διατομή. Σε μικρότερα ποσοστά συνεισφέρουν και οι καταστάσεις 0^- , και 2^+ , ενώ η συνεισφορά των υπολοίπων πολυπολικών καταστάσεων μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα καθώς κάθε μια από αυτές έχει ποσοστό συνεισφοράς μικρότερο του 5%.

Πίνακας 6.1: Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{48}Ti (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων E_e για τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$. Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την rp-QRPA μέθοδο.

J^π	$\sigma_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{ cm}^2/\text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
0^+	0.00	1.795	13.233	33.438	58.169
1^+	$3.53 \cdot 10^{-5}$	2.676	18.316	43.573	69.144
2^+	$2.84 \cdot 10^{-3}$	1.202	4.460	9.365	16.136
3^+	$1.71 \cdot 10^{-2}$	0.477	3.015	6.765	10.545
0^-	0.00	0.146	3.251	13.545	30.476
1^-	0.00	0.255	2.833	22.606	80.689
2^-	$6.61 \cdot 10^{-5}$	0.137	1.890	7.540	17.900
3^-	$1.02 \cdot 10^{-9}$	0.011	0.509	3.381	11.031
Ολική	$1.13 \cdot 10^{-2}$	6.664	48.326	142.300	298.327

Συμπερασματικά, αυτό που θα μπορούσαμε να πούμε είναι ότι σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων μπορούμε προσεγγιστικά να πούμε πως η συνεισφορά των 1^+ πολυπολικών καταστάσεων είναι πολύ μεγαλύτερη από την συνεισφορά των υπολοίπων, οι οποίες σε μια χονδρική προσέγγιση θα μπορούσαν να παραληφθούν. Πηγαίνοντας όμως σε υψηλότερες τιμές ενεργειών η προσέγγιση αυτή καταρρέει και θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις πολυπολικές καταστάσεις.

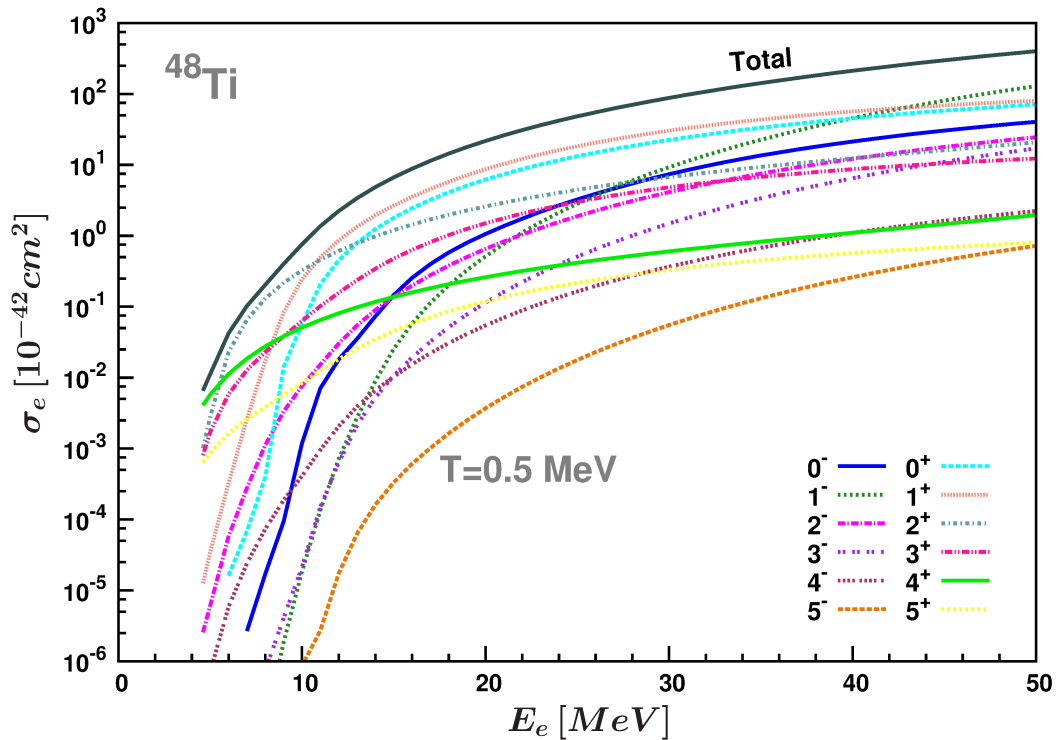
6.5.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

Σαν τελευταίο βήμα στη μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίου από το ισότοπο του τιτανίου, πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής σύμφωνα με την σχέση (6.1) που προκύπτει από άθροιση των μερικών ενεργών διατομών σε δύο βήματα: αρχικά αθροίζουμε πάνω σε όλες τις τελικές καταστάσεις συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στη συνέχεια πάνω σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις μέχρι $J^\pi = 5^\pm$ ως

$$\sigma_{tot}^{stel}(E_e, T) = \sum_{J^\pi} \sigma_{J^\pi}^{stel}(E_e, T) = \sum_{J^\pi} \sum_f \sigma_{J_f^\pi}^{stel}(E_e, T) \quad (6.6)$$

Τα αποτελέσματα της μελέτης της ολικής ενεργού διατομής σύλληψης ηλεκτρονίων υπό αστρικές συνθήκες σαν συνάρτηση της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων παρουσιάζονται στο σχήμα 6.3. Παρατηρούμε την ίδια εικόνα όπως και στην περίπτωση των υπολογισμών των πρωτογενών ενεργών διατομών, αλλά τώρα με μεγαλύτερη συνεισφορά. Οι ενεργές διατομές της σύλληψης ηλεκτρονίου για το ισότοπο του τιτανίου όπως φαίνονται στο σχήμα 6.3 παρουσιάζουν μια απότομη αύξηση μερικών τάξεων μεγέθους στα πρώτα λίγα MeV πάνω από την ενέργεια καταωφλίου, και αυτό αντικατοπτρίζει το πλάτος κατανομής GT^+ . Γενικά στους άρτιους-άρτιους μητρικούς πυρήνες το πλάτος κατανομής GT , σε χαμηλές θερμοκρασίες, έχει το κέντρο του σε ενέργεια του θυγατρικού πυρήνα της τάξης των 2 MeV . Γι' αυτό και παρατηρείται τόσο δραστική αύξηση στα πρώτα MeV . Η ελάχιστη ενέργεια που χρειάζεται για να ξεκινήσει η αντίδραση είναι ίση με $Q = 3.991 \text{ MeV}$ που δίνεται από την διαφορά των μαζών μεταξύ μητρικού και θυγατρικού πυρήνα. Για ενέργεια ηλεκτρονίων στην περιοχή $E_e \geq 10 \text{ MeV}$ η υπολογισμένη ενεργός διατομή παρουσιάζει μια πιο κλιμακωτή αύξηση.

Από πειραματική και αστροφυσική άποψη, η σημαντική περιοχή της ενέργειας των εισερχόμενων ηλεκτρονίων E_e είναι μέχρι 30 MeV . Σε αυτή την περιοχή η 1^+ πολυπολικότητα έχει τη μέγιστη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή [148, 149]. Στην παρούσα εργασία θεωρητικά έχουμε επεκτείνει την περιοχή της E_e μέχρι 50 MeV . Η κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από τις 1^+ πολυπολικές καταστάσεις για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου μέχρι 40 MeV . Σε αυτή την περιοχή όμως αξιολόγηση είναι και η συνεισφορά των 0^+ πολυπολικών καταστάσεων. Πάνω από $E_e = 40 \text{ MeV}$ παρατηρούμε ότι η συμβολή και των άλλων πολυπολικών καταστάσεων γίνεται αξιολόγηση, και κυρίως των 1^- όπου γίνεται μεγαλύτερη και από την συμβολή των 1^+ . Έτσι στην περίπτωση του τιτανίου υπό αστρικές συνθήκες, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ για τον πλήρη υπολογισμό των ολικών ενεργών διατομών, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την συμβολή όλων των πολυπολικοτήτων καθώς η ολική ενεργός διατομή δεν μπορεί να προσεγγιστεί μόνο από τις μεταβάσεις Gamow-Teller καθώς αυτές συνεισφέρουν περίπου το 40% της ολικής ενεργού διατομής [148–150, 152, 155, 156]. Για υψηλότερες εισερχόμενες

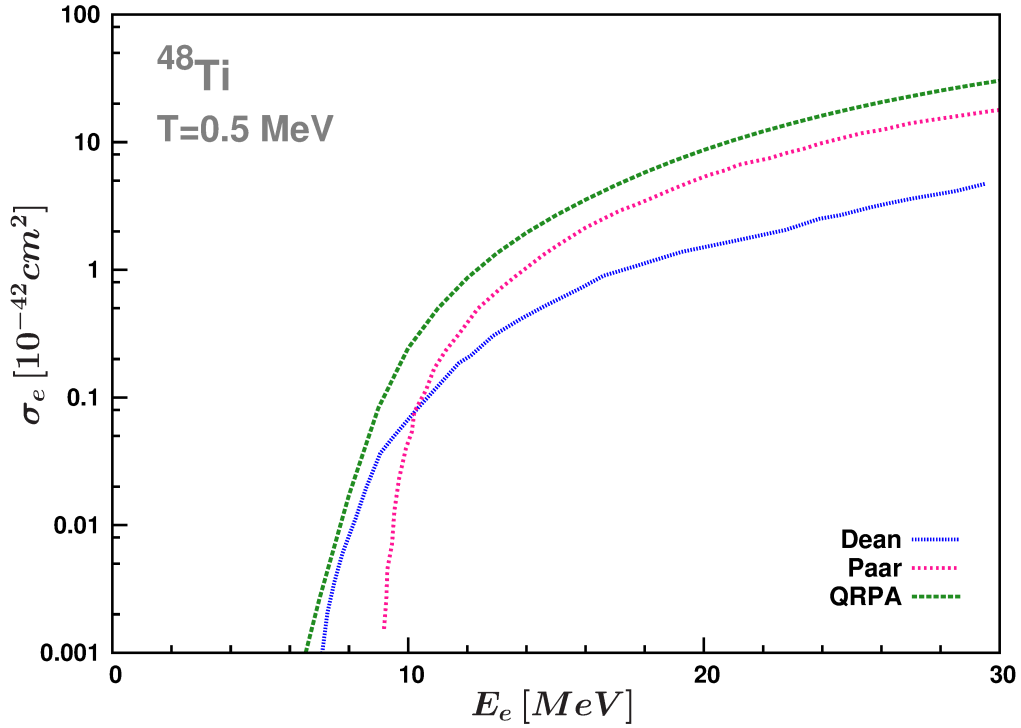


Σχήμα 6.3: Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{48}Ti σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο rp-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.

ενέργειες η συμπερίληψη και συνεισφορών από άλλες πολυπολικότητες είναι απαραίτητη και οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία με τα πειραματικά αλλά και θεωρητικά δεδομένα [149].

Τα αποτελέσματα της μελέτης μας για το ^{48}Ti μπορούν να συγκριθούν με τα ήδη υπάρχοντα θεωρητικά αποτελέσματα των εργασιών [148] και [149]. Στην εργασία τους [148], οι Dean, Langanke και οι άλλοι χρησιμοποίησαν την μέθοδο των φλοιών SMMC και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο συνεισφορά των μεταβάσεων GT. Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε πως για πολύ χαμηλές ενέργειες (περίπου μέχρι 10MeV) οι ενεργές διατομές γίνονται πολύ ευαίσθητες στα διακριτά επίπεδα δομής των μεταβάσεων GT. Αυτές οι ασθενείς μεταβάσεις δεν αναπαράγονται καλά από τους υπολογισμούς της προσέγγισης SMMC οδηγώντας σε υποτίμηση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων των ενεργών διατομών [148]. Από την άλλη πλευρά στην εργασία τους [149], οι Paar, Colo και οι άλλοι χρησιμοποίησαν την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης, και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικοτήτων.

Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων μας στο Σχήμα 6.4 παρατηρούμε αρκετά

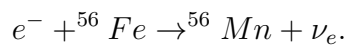


Σχήμα 6.4: Σύγκριση των αποτελεσμάτων μας στη σύλληψη ηλεκτρονίων για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ^{48}Ti χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA με αυτά των εργασιών [148](SMMC) και [149](RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500 \text{ keV}$.

καλή συμφωνία και με τις δύο μεθόδους. Πιο συγκεκριμένα, στην περιοχή χαμηλών ενεργειών ($E_e \leq 10 \text{ MeV}$) έχουμε καλύτερη συμφωνία με την μέθοδο του Dean ενώ σε υψηλότερες ενέργειες η συμφωνία μας είναι καλύτερη με αυτή της μεθόδου του Paar.

6.6 Το ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe

Ο επόμενος πυρήνας στα πλαίσια της μελέτης της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες είναι ο σίδηρος ^{56}Fe . Ο ρόλος του σιδήρου είναι πολύ σημαντικός κατά την φάση κατάρρευσης του αστέρα καθώς όπως ξέρουμε, ο σίδηρος είναι το στοιχείο που υπάρχει στην καρδιά ενός αστέρα και κατά τα τελευταία στάδια της καύσης του πυριτίου (Si) σε σίδηρο (Fe) στο κέντρο του μαζικού αστέρα κυριαρχεί η αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από τους πυρήνες του σιδήρου:



Ο σίδηρος όπως και το τιτάλιο ανήκουν στην κατηγορία πυρήνων με $45 \leq$

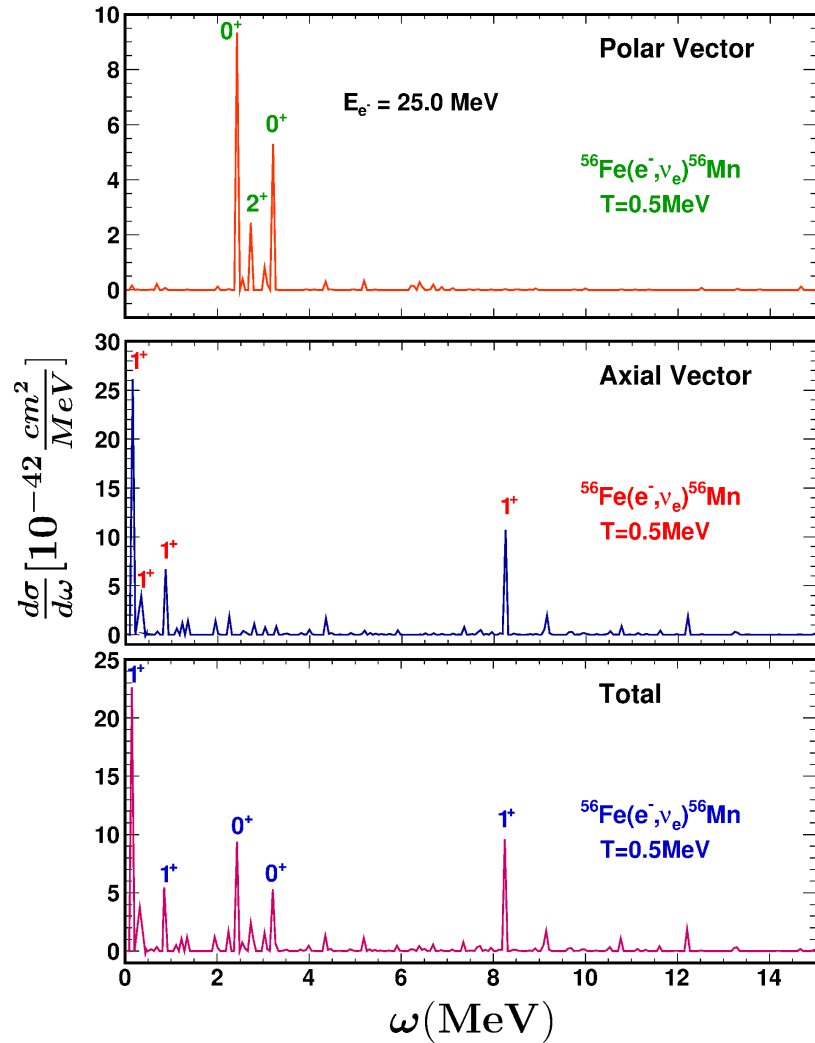
$A \leq 65$ που όπως αναφέραμε και προηγουμένως παίζουν ιδιαίτερο ρόλο στην προσυπερνόβα φάση σε θερμοκρασίες $300 \text{ keV} \leq T \leq 800 \text{ keV}$. Για την ανάλυση της μελέτης μας στο ισότοπο του σιδήρου ακολουθήθηκαν τα ίδια βήματα με αυτά της έρευνάς μας στο τιτάνιο, δηλαδή χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματά μας σε θερμοκρασία $T = 500 \text{ keV}$. Καθώς υπό αστρικές συνθήκες ο μητρικός πυρήνας εκτός από την βασική του κατάσταση μπορεί να είναι και σε οποιαδήποτε διεγερμένη, στην έρευνά μας όπως είπαμε, λαμβάνουμε όλες τις διεγέρσεις καταστάσεις μέχρι περίπου τα 3.0 MeV . Για τον μητρικό πυρήνα του σιδήρου, οι καταστάσεις αυτές είναι οι ακόλουθες: $0_1^+ \rightarrow 0.0 \text{ MeV}$, $2_1^+ \rightarrow 0.847 \text{ MeV}$, $4_1^+ \rightarrow 2.085 \text{ MeV}$, $2_2^+ \rightarrow 2.658 \text{ MeV}$, $0_2^+ \rightarrow 2.941 \text{ MeV}$, $2_3^+ \rightarrow 2.960 \text{ MeV}$. Αντίστοιχα ο θυγατρικός πυρήνας μπορεί να βρισκείται σε οποιαδήποτε δυνατή διεγερμένη κατάσταση.

6.6.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Στο πρώτο στάδιο της μελέτης μας για το ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe υπολογίστηκαν βάση της έκφρασης (6.4) οι αποκλειστικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων. Συνολικά στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε (δες Κεφ. 3.8.1) υπάρχουν συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ^{56}Mn . Για όλες αυτές τις καταστάσεις έγιναν κατάσταση-προς-κατάσταση αναλυτικοί υπολογισμοί σε συγκεκριμένη ενέργεια εισερχόμενου ηλεκτρονίου, ($E_e = 25 \text{ MeV}$), χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.00$. Προκειμένου να μελετήσουμε την εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής από την ενέργεια διέγερσης ω σε ολόκληρο το φάσμα της pn-QRPA του θυγατρικού πυρήνα, χρειάζεται μια αναδιάταξη κατά αύξουσα σειρά των πιθανών ενεργειών διέγερσης ω με τις αντίστοιχες ενεργές διατομές, χρησιμοποιώντας ένα ειδικό κώδικα κατάλληλο για πίνακες (SORTBUL).

Παρατηρώντας το σχήμα 6.5 βλέπουμε κάποιες έντονες χαρακτηριστικές κορυφές που αντιστοιχούν στις κυριότερες συνεισφορές από τις αντίστοιχες μεταβάσεις. Από το *panel c* βλέπουμε ότι οι κυριότερες συνεισφορές στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχονται από τις μεταβάσεις 1_1^+ , 0_1^+ και 1_{10}^+ που βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες $\omega = 0.163 \text{ MeV}$, 2.412 MeV και 8.278 MeV . Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές είναι αυτές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_1^+ στα 0.881 MeV και 0_2^+ σε ενέργεια 5.296 MeV .

Ύστερα από την δυνατότητα που μας προσφέρει ο κώδικάς μας μπορούμε να βρούμε ποιές από αυτές τις συνεισφορές προέρχονται από το πολικό κομμάτι και ποιές από το αξονικό κομμάτι επαγόμενες από τις αντίστοιχες συνιστώσες των τελεστών που συμβάλλουν στην σύλληψη ηλεκτρονίων. Έτσι στο πολικό κομμάτι (*panel a*), η κυριότερη κορυφή αντιστοιχεί στην μετάβαση 0_1^+ στα 2.412 MeV , ενώ άλλες χαρακτηριστικές μεταβάσεις είναι η 2_4^+ που εντοπίζεται σε ενέργεια $\omega = 2.331 \text{ MeV}$ και η 0_2^+ που είδαμε προηγουμένως στα 5.296 MeV . Αντίστοιχα στο



Σχήμα 6.5: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$.

αξονικό κομμάτι (panel b) οι χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_1^+ , 1_2^+ , 1_3^+ και 1_{10}^+ που αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 0.163 \text{ MeV}$, 0.267 MeV , 0.881 MeV και 8.278 MeV . Να αναφέρουμε σε αυτό το σημείο ότι η συνεισφορά που προέρχεται από το αξονικό κομμάτι είναι σαφέστατα μεγαλύτερη από την αντίστοιχη συνεισφορά του πολικού μέρους.

Οι γραφικές παραστάσεις του σχήματος 6.5 για το ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe έχουν πραγματοποιηθεί με χρήση του σχεδιαστικού προγράμματος ROOT με πλάτος διαμέρισης (binning width) 0.06.

6.6.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Συνεχίζοντας την μελέτη μας στο ισότοπο του σιδήρου ^{56}Fe , στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τους υπολογισμούς των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών. Χρησιμοποιώντας την έκφραση της Εξ. (6.5) και θεωρώντας διάφορες τιμές για την ενέργεια του εισερχομένου ηλεκτρονίου, E_e , υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά, λαμβάνοντας υπόψη την μειωμένη τιμή του g_A όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη ενότητα, $g_A = 1.00$.

Στον πίνακα 6.2 παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές των μερικών ενεργών διατομών κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στο ισότοπο ^{56}Fe . Η εικόνα που βλέπουμε είναι παρόμοια με αυτή της μελέτης του ^{48}Ti . Συγκεκριμένα για χαμηλές ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e \leq 25 \text{ MeV}$, η συνεισφορά από τις 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις είναι σχεδόν ολοκληρωτική με ποσοστά άνω του 50% στην ολική ενεργό διατομή. Για υψηλότερες ενέργειες (πάνω από τα 40 MeV) αξιοσημείωτη γίνεται και η συνεισφορά από τις 1^- πολυπολικές μεταβάσεις. Σε ολόκληρο το φάσμα ενεργειών της τάξης του 10% είναι και η συνεισφορά από τις 0^\pm μεταβάσεων, με τις υπόλοιπες να έχουν ποσοστό συμβολής μικρότερο του 5% και να θεωρούνται αμελητέες.

Πίνακας 6.2: Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{56}Fe (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , για τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$. Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδο.

J^π	$\sigma_e (\times 10^{-42} \text{ cm}^2 / \text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
0^+	$7.75 \cdot 10^{-5}$	3.019	14.649	32.311	53.241
1^+	$6.22 \cdot 10^{-2}$	11.069	44.378	88.965	131.202
2^+	$8.97 \cdot 10^{-5}$	0.872	4.025	9.253	17.589
3^+	$3.38 \cdot 10^{-3}$	1.495	6.872	14.195	21.284
0^-	$3.38 \cdot 10^{-6}$	0.238	4.774	19.732	43.214
1^-	$5.01 \cdot 10^{-9}$	0.156	5.988	40.144	131.845
2^-	$5.67 \cdot 10^{-4}$	0.350	3.670	12.445	26.603
3^-	$1.73 \cdot 10^{-4}$	0.122	1.959	9.628	26.957
Ολική	$6.64 \cdot 10^{-2}$	17.501	87.359	229.670	458.381

Συμπερασματικά, σε ολόκληρο το φάσμα ενεργειών που έχει νόημα από αστροφυσικής απόψεως (μέχρι 30 MeV) τα ποσοστά κάθε πολυπολικότητας είναι περίπου της τάξης που αναφέραμε προηγουμένως με μικρές διακυμάνσεις. Όμως στα πλαί-

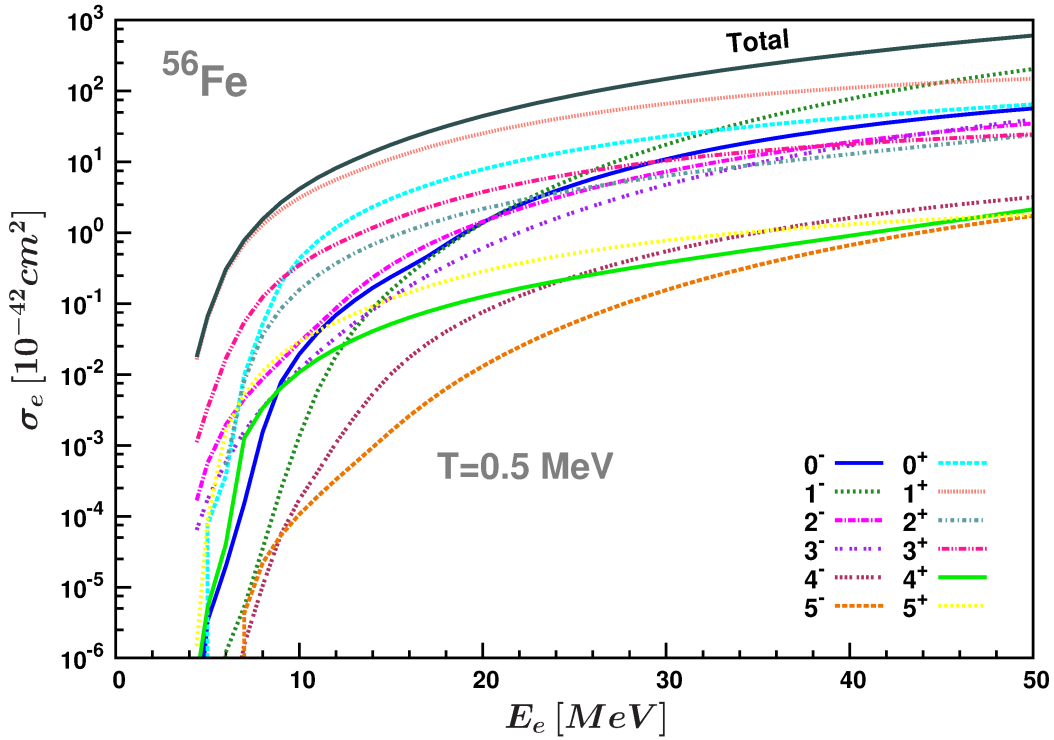
σια της δικής μας έρευνας, που έχουμε επεκτείνει τα όρια των ενεργειών μέχρι τα 50 MeV , οι συνεισφορές από τις άλλες πολυπολικότητες γίνονται ακόμα μεγαλύτερες που αποτελεί ακόμα ισχυρότερη ένδειξη στην άποψή μας ότι πρέπει να λάβουμε υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικών μεταβάσεων για τον υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής.

6.6.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Κλείνοντας την μελέτη μας για το ισότοπο του ^{56}Fe , σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνάς μας στον υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής. Εφαρμόζοντας την σχέση (6.6) και αφού αθροίσουμε πρώτα σε όλες τις τελικές καταστάσεις μιας συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στην συνέχεια πάνω σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις μέχρι $J^\pi = 5^\pm$ παίρνουμε την ολική ενεργό διατομή για το ισότοπο ^{56}Fe . Τα αποτελέσματα της μελέτης μας στον υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής κάτω από τις συνθήκες που επικρατούν στους αστέρες, σαν συνάρτηση της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , παρουσιάζονται στο σχήμα 6.6.

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα μας παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των πρωτογενών ενεργών διατομών κάτω από συνθήκες εργαστηρίου (δες σχήμα ;) έχοντας τώρα μεγαλύτερη συνεισφορά. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να ξεκινήσει η αντίδραση είναι ίση με $Q = 3.695\text{ MeV}$ (ίση με την διαφορά μάζας μεταξύ μητρικού και θυγατρικού πυρήνα). Στα πρώτα MeV , ακριβώς όπως έγινε και με το ισότοπο του τιτανίου αφού και οι δύο είναι άρτιο-άρτιοι πυρήνες, οι ολικές ενεργές διατομές παρουσιάζουν μια πολύ απότομη αύξηση που όπως αναφέραμε προηγουμένως οφείλεται στο πλάτος κατανομής GT. Όσο αυξάνεται στην συνέχεια η ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων ($E_e \geq 10\text{ MeV}$) η ολική ενεργός διατομή παρουσιάζει πιο κλιμακωτή αύξηση.

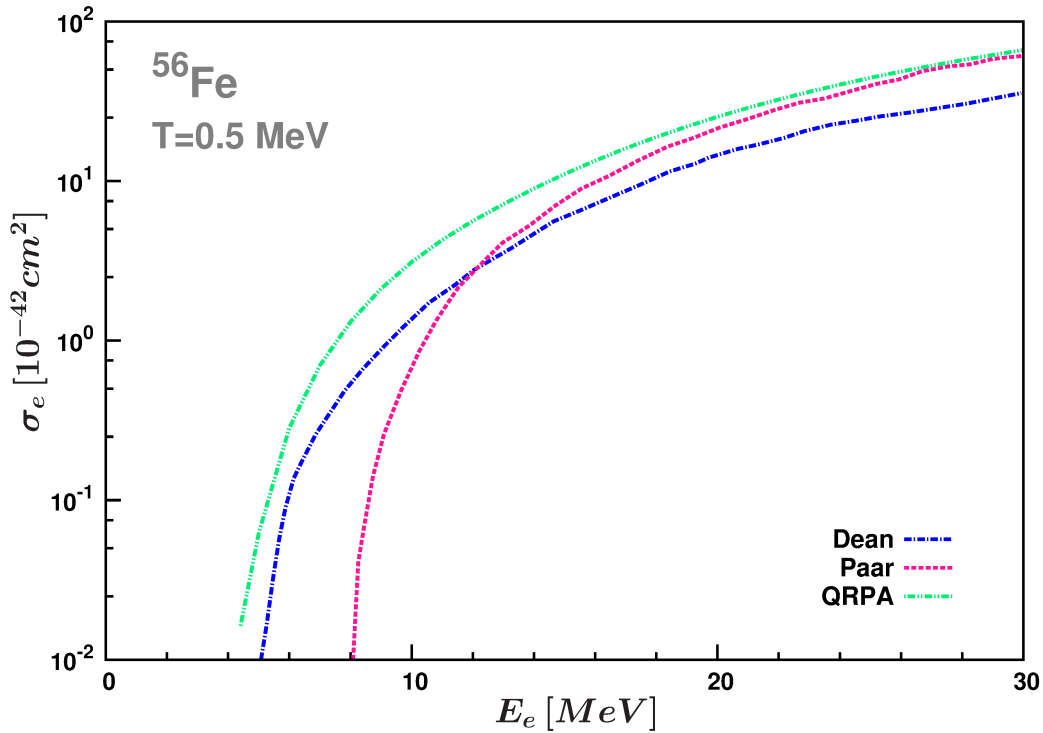
Στην περιοχή που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον από άποψη αστροφυσικής (μέχρι 30 MeV) κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή έχουν οι 1^+ πολυπολικές μεταβάσεις. Ειδικά στις πολύ χαμηλές ενέργειες όπως παρατηρούμε στο σχήμα 6.6 ($E_e \leq 10\text{ MeV}$) μπορούμε να πούμε ότι η συνεισφορά των GT μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή είναι ολοκληρωτική. Σε μια χονδρική λοιπόν προσέγγιση θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις GT μεταβάσεις σε αυτή την περιοχή. Όμως αν επεκτείνουμε και άλλο τα όρια της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων και φτάσουμε μέχρι τα 50 MeV , τότε παρατηρούμε την αύξηση της συμβολής στην ολική ενεργό διατομή των άλλων πολυπολικοτήτων. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα των 1^- πολυπολικών μεταπτώσεων που για ενέργειες $E_e \geq 44\text{ MeV}$, η συνεισφορά τους είναι μεγαλύτερη ακόμα και από την συνεισφορά των GT πολυπολικών μεταβάσεων. Αντιλαμβανόμαστε λοιπόν, την αναγκαιότητα του συνυπολογισμού όλων των πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή, όταν βρισκόμαστε σε αυτή την περιοχή των ενεργειών.



Σχήμα 6.6: Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{56}Fe σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{ MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας μπορεί να γίνει με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά αποτελέσματα που έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις. Πιο συγκεκριμένα, στην εργασία τους [148], οι Dean, Langanke και οι άλλοι χρησιμοποίησαν την μέθοδο των φλοιών SMMC και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψην μόνο συνεισφορά των μεταβάσεων GT, ενώ αντίστοιχα στην εργασία τους [149], οι Paar, Colo και οι άλλοι χρησιμοποίησαν την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης, και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψην την συνεισφορά όλων των πολυπολικοτήτων. Και στις δύο περιπτώσεις έχει χρησιμοποιηθεί η μειωμένη τιμή της g_A . Έτσι για να μπορούμε να έχουμε άμεση σύγκριση στο σχήμα 6.7 παρουσιάζονται οι συνεισφορές μόνο των μεταβάσεων GT στην ολική ενεργό διατομή.

Παρατηρώντας το Σχήμα 6.7, βλέπουμε ότι σε αρκετά χαμηλες ενέργειες έχουμε αρκετά καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα της εργασίας [148] ενώ σε υψηλότερες ενέργειες και ιδιαίτερα για ενέργειες πάνω από 10 MeV η συμφωνία μας είναι πολύ καλή με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εργασίας [149].



Σχήμα 6.7: Σύγκριση των αποτελεσμάτων μας στη σύλληψη ηλεκτρονίων για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ^{56}Fe χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA με αυτά των εργασιών [148](SMMC) και [149] (RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500\text{keV}$.

6.7 Το ισότοπο του ψευδαργύρου ^{66}Zn

Συνεχίζοντας την έρευνά μας στη σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, θα προχωρήσουμε με την μελέτη της ίδιας διαδικασίας από βαρύτερους πυρήνες με $A \geq 65$. Οι πυρήνες αυτοί ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των πυρήνων που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την φάση της έκρηξης σουπερνόβα, εκεί όπου επικρατούν υψηλές τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών. Σε αυτούς τους πυρήνες, ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί και στην εξάρτηση των ενεργών διατομών τους από την θερμοκρασία. Στην παρούσα ενότητα λοιπόν, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της έρευνάς μας στο ισότοπο του ψευδαργύρου, ^{66}Zn . Τα βήματα που ακολουθήσαμε είναι τα ίδια όπως και με τα προηγούμενα ισότοπα, με μόνη προσθήκη τον υπολογισμό των ενεργών διατομών και σε υψηλότερες θερμοκρασίες, μιας και σε αυτούς τους πυρήνες έχει νόημα αυτό. Όπως έχουμε τονίσει αρκετές φορές μέχρι τώρα, κάτω από αστρικές συνθήκες όπου οι τιμές της θερμοκρασίας είναι υψηλές, και πόσο περισσότερο τώρα που μελετάμε της φάση της έκρηξης σουπερνόβα, ο μητρικός πυρήνας είναι πολύ πιθανόν να βρίσκεται σε κάποια από τις διεγερμένες του καταστάσεις.

Στην δική μας μελέτη, θεωρούμε ότι μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε κατάσταση μέχρι τα 2.5 MeV ($0_1^+ \rightarrow 0.0 \text{ MeV}$, $2_1^+ \rightarrow 1.039 \text{ MeV}$, $2_2^+ \rightarrow 1.873 \text{ MeV}$, $0_2^+ \rightarrow 2.372 \text{ MeV}$, $4_1^+ \rightarrow 2.451 \text{ MeV}$). Υπολογίζοντας τις συνεισφορές από τις υπόλοιπες διεγερμένες καταστάσεις υψηλότερης ενέργειας στην ολική ενεργό διατομή, βλέπουμε ότι είναι πολύ μικρότερες σε σχέση με τις προηγούμενες και έτσι μπορούν να παραληφθούν. Από την άλλη μεριά, ο θυγατρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε δυνατή διεγερμένη κατάσταση.

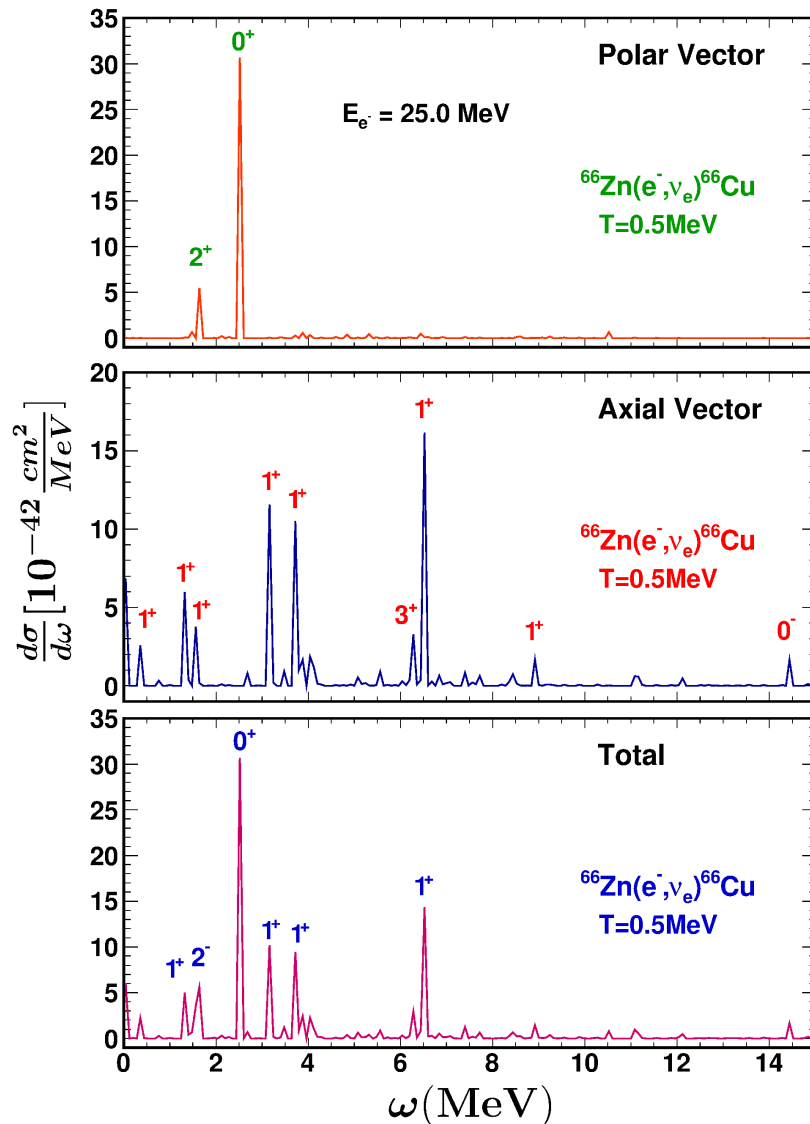
6.7.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης ${}^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow {}^{66}\text{Cu} + \nu_e$

Ξεκινώντας λοιπόν την μελέτη μας στο ισότοπο του ψευδαργύρου, στηριζόμενοι στην Εξ. (6.4) υπολογίσαμε τις αποκλειστικές ενεργές διατομές. Στο χώρο μοντέλων που έχει επιλεγεί για το συγκεκριμένο ισότοπο (δες Κεφ. 3.8.1), υπάρχουν συνολικά 447 τελικές δυνατές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ${}^{66}\text{Cu}$, για $J^\pi = 5^\pm$. Όλες αυτές οι καταστάσεις μελετήθηκαν μία προς μία και υπολογίστηκε η αντίστοιχη συνεισφορά της κάθε μίας στην ολική ενεργό διατομή. Έτσι, θεωρώντας την ενέργεια του εισερχομένου ηλεκτρονίου ίση με $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ και χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της $g_A = 1.00$ κάναμε τους αντίστοιχους υπολογισμούς σε θερμοκρασία $T = 0.5 \text{ MeV}$. Χρησιμοποιώντας έναν κατάλληλο κώδικα για πίνακες, αναδιατάξαμε και βάλαμε σε αύξουσα σειρά τους υπολογισμούς των διαφορικών αποκλειστικών ενεργών διατομών σε σχέση με την ενέργεια διέγερσης ω σε ολόκληρο το φάσμα του θυγατρικού πυρήνα. Το αποτέλεσμα της αναδιάταξης αυτής φαίνεται στο σχήμα 6.8.

Η συμβολή κάθε μετάβασης στις αποκλειστικές ενεργές διατομές είναι διαφορετική και αυτό γίνεται ξεκάθαρο παρατηρώντας το σχήμα 6.8 όπου οι διαφορικές ενεργές διατομές παρουσιάζουν κάποιες χαρακτηριστικές κορυφές σε συγκεκριμένες ενέργειες διέγερσης ω αναδεικνύοντας τις κυριότερες μεταβάσεις και την αντίστοιχη συμβολή τους. Συγκεκριμένα, στον θυγατρικό πυρήνα ${}^{66}\text{Cu}$ η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην QRPA μετάβαση 0_1^+ σε ενέργεια $\omega = 2.538 \text{ MeV}$. Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_7^+ , 1_8^+ και 1_{10}^+ , και αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης $\omega = 3.194 \text{ MeV}$, $\omega = 3.686 \text{ MeV}$ και $\omega = 6.555 \text{ MeV}$ αντίστοιχα (βλ εικόνα.6.8)

Εκμεταλλευόμενοι την δυνατότητα που μας παρέχει ο κώδικάς μας, στο panel (a) του σχήματος 6.8 παρουσιάζεται η συνεισφορά κάθε μετάβασης στο ολικό κομμάτι της διαφορικής ενεργού διατομής (το κομμάτι αυτό προέρχεται από τις αντίστοιχες συνιστώσες των τελεστών που υπεισέρχονται στην σύλληψη ηλεκτρονίων). Εδώ η κυριότερη συνεισφορά προέρχεται από την 0_1^+ μετάβαση που αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 2.538 \text{ MeV}$. Ακόμα μία μικρότερη κορυφή που αντιστοιχεί και σε μικρότερη συνεισφορά, προέρχεται από την 2_3^+ μετάβαση σε ενέργεια $\omega = 1.637 \text{ MeV}$.

Τέλος ακριβώς με την ίδια λογική όπως και πριν, παρατηρώντας το panel (b)



Σχήμα 6.8: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ ^{48}Ti .

βλέπουμε ότι οι κύριες συνεισφορές στο αξονικό κομμάτι, προέρχονται από τις 1^+ μεταβάσεις. Πιο αναλυτικά, το μέγιστο παρατηρείται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 6.555 \text{ MeV}$ και αντιστοιχεί στην 1_{10}^+ μετάβαση. Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές που παρατηρούνται, αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_3^+ ($\omega = 5.984 \text{ MeV}$), 1_7^+ ($\omega = 3.194 \text{ MeV}$) και 1_8^+ ($\omega = 3.686 \text{ MeV}$).

Κλείνοντας την ενότητα αυτή να αναφέρουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις του σχήματος 6.8 έχουν σχεδιαστεί χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ROOT με πλάτος διαμέρισης binning width ίσο με 0.08.

6.7.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$

Οι υπολογισμοί των μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ γίνονται βάση της Εξ. (6.5) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου, E_e , και θερμοκρασία ίση με $T = 500 \text{ keV}$. Λαμβάνοντας υπόψη την μειωμένη τιμή του g_A όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη ενότητα, $g_A = 1.00$, υπολογίζουμε την συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά. Στον πίνακα 6.3 παρουσιάζονται οι τιμές αυτές.

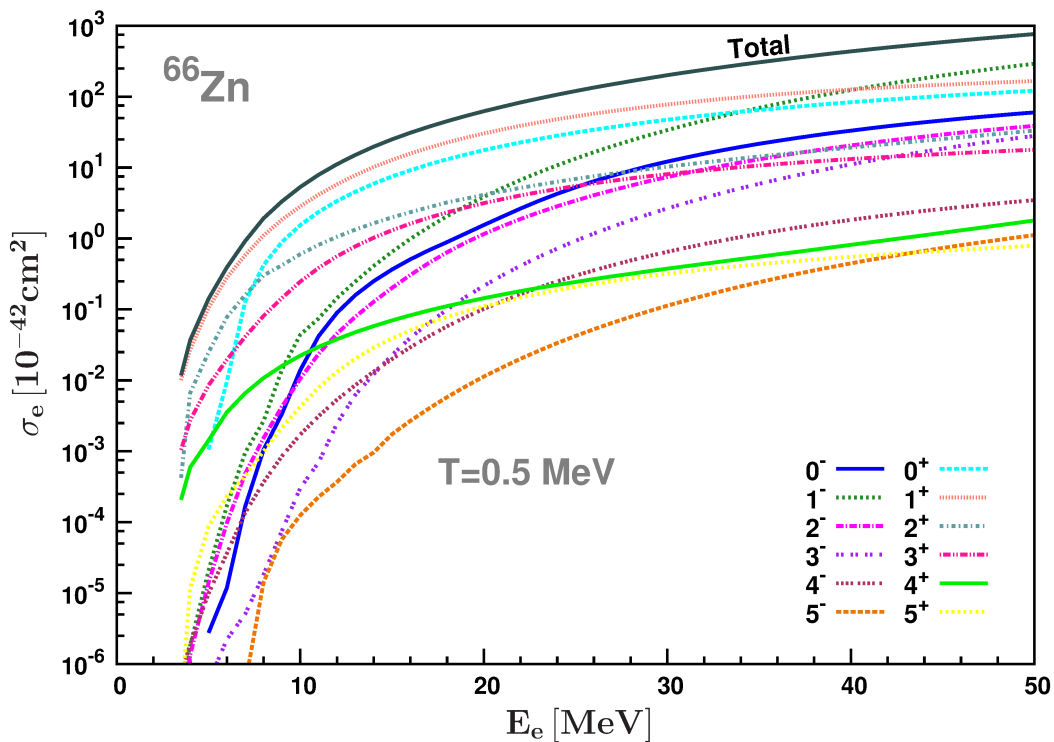
Πίνακας 6.3: Μερικές ενεργές διατομές στο ισότοπο ^{66}Zn (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$) για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, E_e , υπολογισμένες με τον κώδικα pn-QRPA.

	$\sigma_e (\times 10^{-42} \text{ cm}^2 / \text{MeV})$				
J^π	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
0^+	$1.06 \cdot 10^{-3}$	7.485	31.154	64.949	102.416
1^+	$1.05 \cdot 10^{-1}$	12.856	52.779	102.743	147.429
2^+	$2.48 \cdot 10^{-2}$	1.986	6.922	14.306	25.297
3^+	$8.53 \cdot 10^{-3}$	1.308	5.499	10.677	15.569
0^-	$2.76 \cdot 10^{-6}$	0.365	5.288	21.651	48.200
1^-	$2.08 \cdot 10^{-5}$	0.649	13.409	69.666	198.475
2^-	$1.40 \cdot 10^{-5}$	0.201	3.428	13.110	29.252
3^-	$3.98 \cdot 10^{-6}$	0.023	0.930	5.912	18.503
Ολική	$1.41 \cdot 10^{-1}$	25.004	120.204	305.409	588.370

Η εικόνα είναι παρόμοια με αυτή της μελέτης των δύο προηγούμενων ισοτόπων. Συγκεκριμένα για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e \leq 25 \text{ MeV}$, το ποσοστό συνεισφοράς των κυρίαρχων GT μεταβάσεων (1^+) είναι κοντά στο 50% και καθώς αυξάνεται η ενέργεια, αυξάνεται και η συνεισφορά από τις 1^- πολυπολικές καταστάσεις. Σε αρκετά υψηλές ενέργειες η συνεισφορά αυτή γίνεται μεγαλύτερη και από αυτή των GT μεταβάσεων με αποτέλεσμα να μην μπορούν να παραληφθούν από τους υπολογισμούς των ολικών ενεργών διατομών. Τέλος να αναφερθούμε στις μικρότερες μεν, παρατηρήσιμες δε, συνεισφορές των 0^\pm μεταβάσεων σε όλο το φάσμα των ενεργειών που θα πρέπει και αυτές να συμπεριληφθούν στους υπολογισμούς μας. Λόγω των πολύ μικρότερων ποσοστών συμβολής στην ολική ενεργό διατομή των υπολοίπων πολυπολικών μεταβάσεων, μπορούμε να θεωρήσουμε αμελητέες τις αντίστοιχες συνεισφορές τους.

6.7.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$

Τελευταίο βήμα στην μελέτη μας για το ισότοπο του ^{66}Zn είναι ο υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής βασιζόμενοι στην σχέση (6.6), όπου έχοντας ήδη υπολογίσει τις αποκλειστικές και μερικές ενεργές διατομές, αθροίζουμε αρχικά πάνω σε όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις μιας συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στη συνέχεια σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις μέχρι $J^\pi = 5^\pm$. Ανάλογα αποτελέσματα με αυτά που πραγματοποιήθηκαν και για τα δυο προηγούμενα ισότοπα παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.9.



Σχήμα 6.9: Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.

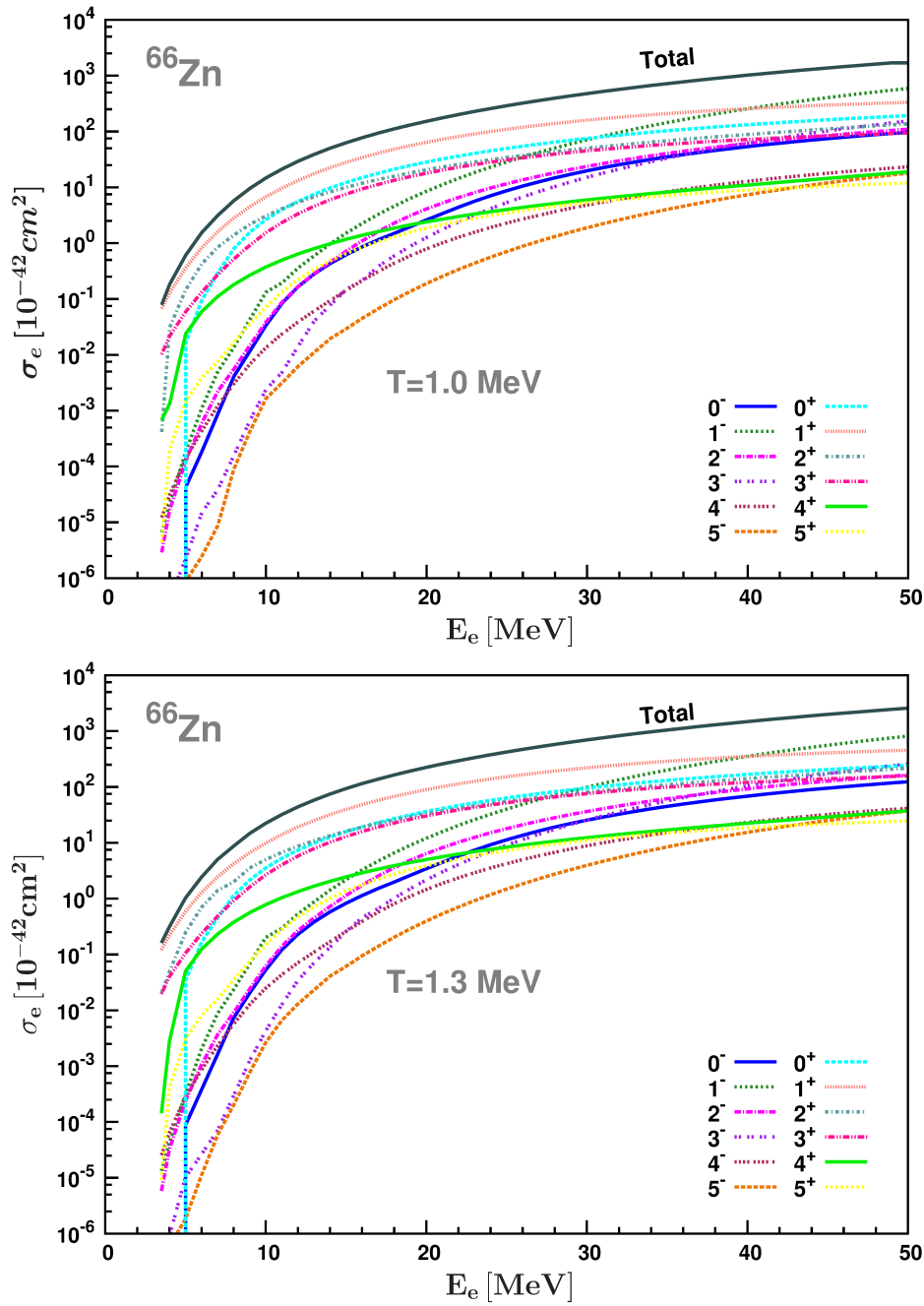
Η εικόνα που έχουμε και για αυτόν τον πυρήνα είναι παρόμοια με τους άλλους δύο που έχουν ήδη μελετηθεί (^{48}Ti , ^{56}Fe), όπως επίσης και με τα πρωτογενή αποτελέσματα της σύλληψης ηλεκτρονίων από το ισότοπο του ψευδαργύρου, όπως αυτό μελετήθηκε στο Κεφ. ;;. Πιο συγκεκριμένα, η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να ξεκινήσει η αντίδραση είναι ίση με $Q = 2.641\text{MeV}$. Εξαιτίας του κέντρου του πλάτους κατανομής GT που στους άρτιους-άρτιους πυρήνες τοποθετείται κοντά στα

2 MeV (ενέργεια θυγατρικού πυρήνα) η ολική ενεργός διατομή παρουσιάζει πολύ απότομη αύξηση αρκετών τάξεων μεγέθους, στα πρώτα MeV. Για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων ($E_e \geq 10$ MeV), η αύξηση της ενεργού διατομής παύει να είναι τόσο απότομη και γίνεται πιο ομαλή.

Και σε αυτόν τον πυρήνα είναι σαφής η κυρίαρχη συνεισφορά των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή. Αναλυτικότερα, μπορούμε να πούμε ότι η συνεισφορά των GT μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή είναι ολοκληρωτική για ενέργειες μέχρι περίπου 10 MeV, ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες μέχρι περίπου τα 40 MeV η συνεισφορά τους είναι αρκετά μεγαλύτερη σε σχέση με τις υπόλοιπες πολυπολικές καταστάσεις και προσεγγιστικά μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο αυτές τις μεταβάσεις. Όμως για ακόμα μεγαλύτερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων η προσέγγιση αυτή θα οδηγούσε σε λανθασμένα συμπεράσματα. Παρατηρώντας το Σχήμα 6.9 βλέπουμε πως η συνεισφορά των 1^- μεταβάσεων αυξάνεται πολύ έντονα με αποτέλεσμα για ενέργειες μεγαλύτερες των 40 MeV να είναι μεγαλύτερη από αυτήν των 1^+ μεταβάσεων. Αξιοσημείωτη είναι και η συνεισφορά των 0^+ μεταβάσεων. Έτσι, για πιο ακριβή αποτελέσματα, ειδικά σε υψηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων, είναι απαραίτητος ο συνυπολογισμός όλων των δυνατών μεταβάσεων των σημαντικών πολυπολικοτήτων ($J^\pi \leq 5^\pm$) στην ολική ενεργό διατομή.

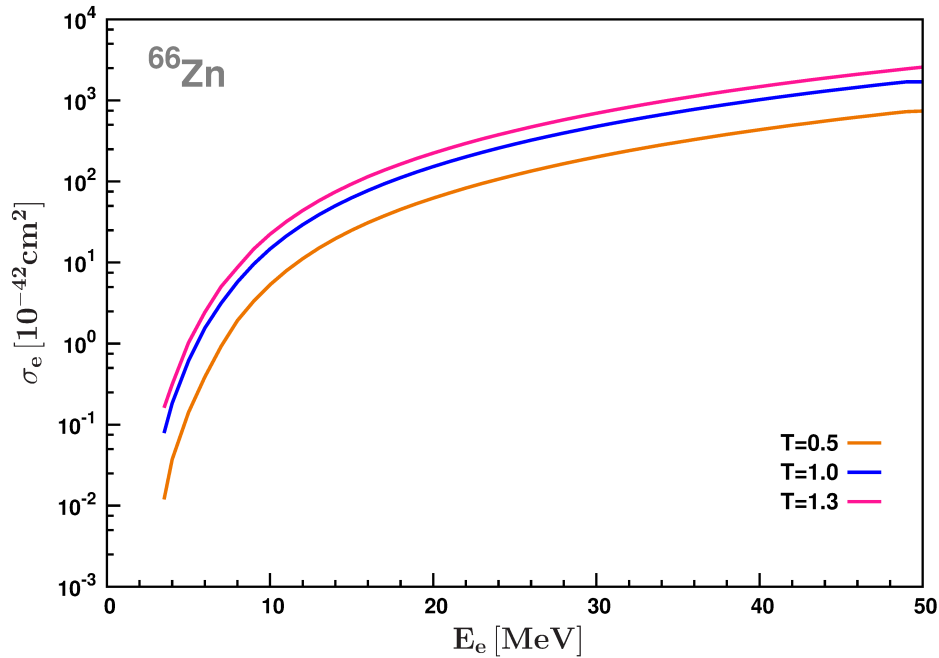
Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή αυτής της ενότητας, το ^{66}Zn ανήκει στην κατηγορία των ισοτόπων ($A \geq 65$) που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την φάση της έκρηξης σουπερνόβα. Σε αυτή την κατηγορία ισοτόπων κάτω από αυτές τις συνθήκες, σημαντικό ρόλο παίζει και η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία. Για αυτόν τον λόγο, εκτελέσαμε ακριβώς τους ίδιους υπολογισμούς όπως και προηγουμένως αλλά σε θερμοκρασίες $T = 1.0$ MeV καθώς και σε $T = 1.3$ MeV. Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας παρουσιάζονται στο σχήμα 6.10.

Στα αποτελέσματά μας αυτά, παρατηρείται ακριβώς η ίδια εικόνα με την ανάλυση που κάναμε και στην περίπτωση που η θερμοκρασία ήταν $T = 0.5$ MeV χωρίς ουσιαστικά να αλλάζουν τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας. Αυτό όμως που είναι σημαντικό να τονίσουμε είναι ότι αλλάζουν σημαντικά οι τιμές κάθε συνεισφοράς στην ολική ενεργό διατομή. Αυτή η αύξηση αναφέρεται σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις χωρίς να εμφανίζεται δυσανάλογη αύξηση σε κάποια από αυτές. Αντίθετα υπάρχει παρόμοια συμπεριφορά σε όλες τις καταστάσεις. Για να γίνει πιο κατανοήτη η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία, στο Σχήμα 6.11, παρουσιάζονται ταυτόχρονα μόνο οι ολικές ενεργές διατομές στην αντίδραση $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ υπολογισμένες με βάση την μέθοδο pn-QRPA, σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου, για θερμοκρασίες $T = 0.5$ MeV, $T = 1.0$ MeV, και $T = 1.3$ MeV. Αυτό που εύκολα παρατηρείται είναι ότι καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, η ολική ενεργός διατομή αυξάνεται. Για χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων ακόμα και μικρή μεταβολή της θερμοκρασίας οδηγεί σε σημαντική μεταβολή των ενεργών διατομών. Αυξάνοντας αρκετά την θερμοκρασία και αφού φτάσουμε κοντά στα $T = 1.3$ MeV η ολική ενεργός διατομή παύει πλέον να επηρεάζεται σημαντικά από την μεταβολή της θερμοκρασίας. Πάνω από αυτή



Σχήμα 6.10: Ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε θερμοκρασία $T = 1.0 \text{ MeV}$ και $T = 1.3 \text{ MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ($J^\pi \leq 5^\pm$) επίσης φαίνονται στο σχήμα.

την τιμή της θερμοκρασίας η ολική ενεργός διατομή μένει σχεδόν ανεπηρέαστη με την αύξηση της θερμοκρασίας. Αυτό εξηγείται εύκολα καθώς σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες ($T \approx 1.5 \text{ MeV}$) οι μεταβάσεις GT είναι ήδη θερμικά απεμπλεγμένες με συνέπεια την διέγερση των νετρονίων από τον rf-φλοιό στο τροχιακό $g_{9/2}$ (δες Σχήμα 6.1). Έτσι η περαιτέρω αύξηση στην τιμή της θερμοκρασίας δεν έχει μεγάλη επιρροή στην ολική ενεργό διατομή.



Σχήμα 6.11: Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία. Υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{66}Zn σε διάφορες τιμές θερμοκρασιών στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου συναρτήσεως της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου.

6.8 Το ισότοπο του ζιρκονίου ^{90}Zr

Ο τελευταίος υπό μελέτη πυρήνας στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κάτω από αστρικές συνθήκες είναι το ζιρκόνιο, ^{90}Zr . Το ζιρκόνιο είναι ένας βαρύς πυρήνας που παίζει σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα, όπου οι τιμές της πυκνότητας και της θερμοκρασίας είναι πολύ υψηλές. Εξαιτίας αυτών των υψηλών τιμών, ο μητρικός πυρήνας ^{90}Zr της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ είναι πολύ πιθανόν να μην βρίσκεται στην βασική του κατάσταση αλλά να είναι σε κάποια από τις διεγερμένες του καταστάσεις. Στην δική μας μελέτη, θεωρούμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε κατάσταση μέχρι τα 3.0 MeV ($0_1^+ \rightarrow 0.00 \text{ MeV}$, $0_2^+ \rightarrow 1.761 \text{ MeV}$, $2_1^+ \rightarrow 2.186 \text{ MeV}$,

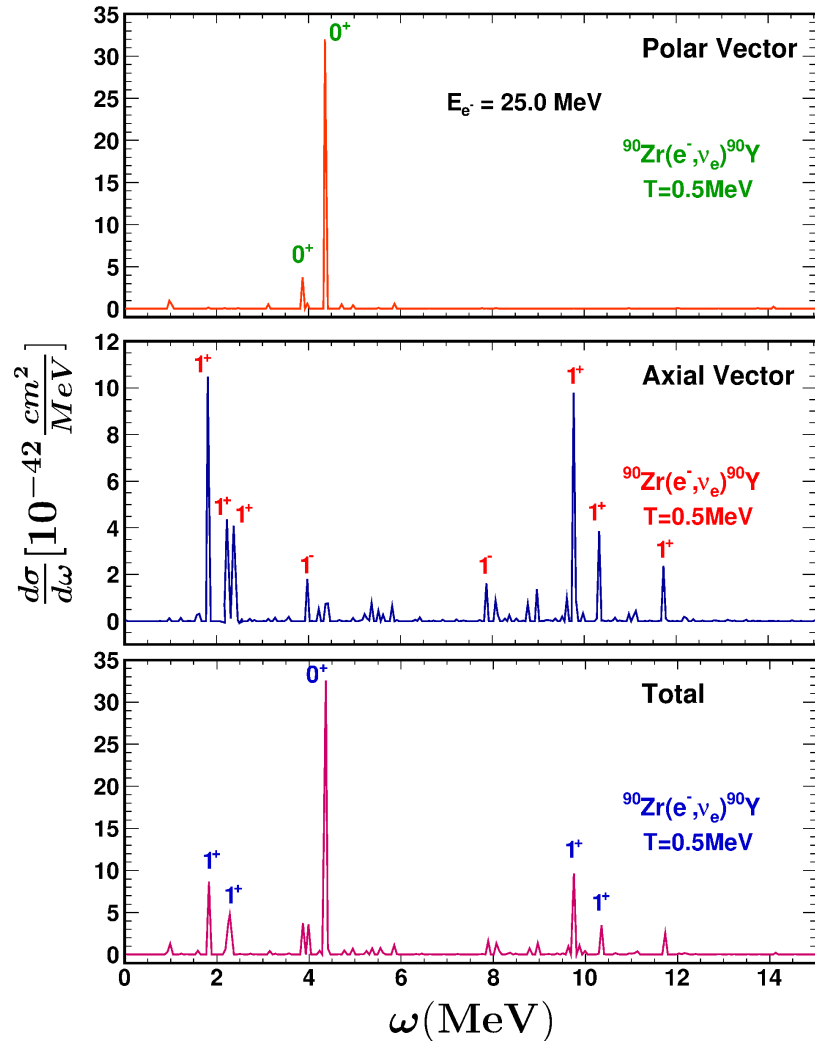
$5_1^- \rightarrow 2.319 \text{ MeV}$, $3_1^- \rightarrow 2.784 \text{ MeV}$). Οι υπολογισμοί μας για την συμβολή στην ολική ενεργό διατομή από άλλες διεγερμένες καταστάσεις σε υψηλότερη ενέργεια, έδειξαν ότι είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις προηγούμενες και έτσι μπορούμε προσεγγιστικά να τις παραλείψουμε από τους υπολογισμούς μας. Αντίθετα, ο θυγατρικός πυρήνας ^{90}Y μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε διεγερμένη κατάσταση του, ικανοποιώντας βέβαια τους απαραίτητους κανόνες μετάβασης.

6.8.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$

Πρώτο βήμα στην μελέτη του ισότοπου του ζirkονίου, ^{90}Zr , είναι ο υπολογισμός των αποκλειστικών ενεργών διατομών, στηριζόμενοι στην Εξ. (6.4). Για τον επιλεγμένο χώρο μοντέλου του συγκεκριμένου ισότοπου (δες Κεφ. 3.8.1), βρήκαμε ότι υπάρχουν συνολικά 848 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα ^{90}Y , θεωρώντας $J^\pi \leq 5^\pm$. Για την εύρεση της ολικού ενεργού διατομής, και των επιμέρους συνεισφορών κάθε μιας δυνατής μετάβασης ξεχωριστά, πραγματοποιήθηκαν υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση για όλες τις προαναφερθείσες 848 δυνατές τελικές καταστάσεις. Έτσι για τον υπολογισμό των αποκλειστικών ενεργών διατομών αρχικά επικεντρωθήκαμε σε ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου ίση με $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ και θερμοκρασία ίση με $T = 0.5 \text{ MeV}$. Σε όλους τους υπολογισμούς που ακολουθούν, όπως και στους προηγούμενους, έγινε χρήση της μειωμένης τιμής της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων $g_A = 1.00$. Τα αποτελέσματά μας για τις αποκλειστικές ενεργές διατομές αφού αναδιατάχθηκαν και τοποθετήθηκαν κατά αύξουσα σειρά σε σχέση με την ενέργεια διέγερσής τους ω σε ολόκληρο το φάσμα του θυγατρικού πυρήνα, παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.12.

Είναι φανερό ότι σε συγκεκριμένες ενέργειες διέγερσης ω παρουσιάζονται κάποιες έντονες χαρακτηριστικές κορυφές τονίζοντας την υπεροχή της συμβολής στην ολική ενεργό διατομή κάποιων μεταβάσεων. Συγκεκριμένα, στον θυγατρικό πυρήνα ^{90}Y η μέγιστη κορυφή βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης $\omega = 4.376 \text{ MeV}$ και αντιστοιχεί στην 0_2^+ μετάβαση ενώ άλλες χαρακτηριστικές κορυφές είναι αυτές που αντιστοιχούν στις 1_1^+ και 1_{16}^+ μεταβάσεις και βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες $\omega = 1.818 \text{ MeV}$ και $\omega = 9.752 \text{ MeV}$ (δες pannel (c) σχήμα 6.12).

Αναλύοντας περαιτέρω τις αποκλειστικές ενεργές διατομές, καθώς ο κωδικός μας μας το επιτρέπει, υπολογίσαμε τις επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικής μετάβασης αντίστοιχα στο πολικό καθώς και στο αξονικό κομμάτι. Στο πολικό κομμάτι (pannel (a) Σχήμα 6.12) η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από την 0_2^+ μετάβαση που όπως είδαμε και προηγουμένως αντιστοιχεί σε ενέργεια μετάβασης $\omega = 4.376 \text{ MeV}$. Αντίστοιχα στο αξονικό κομμάτι (pannel (b) Σχήμα 6.12) οι δυο κυριότερες κορυφές βρίσκονται στις ενέργειες $\omega = 1.818 \text{ MeV}$ και $\omega = 9.752 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_1^+ και 1_{16}^+ . Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές είναι αυτές που είναι τοποθετημένες στις ενέργειες διέγερσης $\omega = 2.247 \text{ MeV}$, $\omega = 2,318 \text{ MeV}$ και $\omega = 10.333 \text{ MeV}$ και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις 1_2^+ , 1_3^+ και 1_{17}^+ .



Σχήμα 6.12: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης ${}^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow {}^{90}\text{Y} + \nu_e$ ${}^{48}\text{Ti}$.

Οι γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 6.12 έχουν γίνει χρησιμοποιώντας το σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT με πλάτος διαμέρισης binning width ίσο με 0.06

6.8.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης ${}^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow {}^{90}\text{Y} + \nu_e$

Βασιζόμενοι στην Εξ.(6.5) πραγματοποιήσαμε τους υπολογισμούς των μερικών ενεργών διατομών στην περίπτωση του ισότοπου ${}^{90}\text{Zr}$ όπως ακριβώς κάναμε και με τα προηγούμενα ισότοπα. Υπενθυμίζουμε πως οι υπολογισμοί μας αυτοί έγιναν για θερμοκρασία ίση με $T = 500 \text{ MeV}$ και χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της

σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων, $g_A = 1.00$. Για την λήψη των αποτελεσμάτων μας για τις μερικές ενεργές διατομές, σε διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων, αθροίσαμε πάνω σε όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις συγκεκριμένης πολυπολικότητας. Έτσι υπολογίζουμε την συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά και υπολογίζουμε και τα αντίστοιχα ποσοστά τους. Για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων τα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.4.

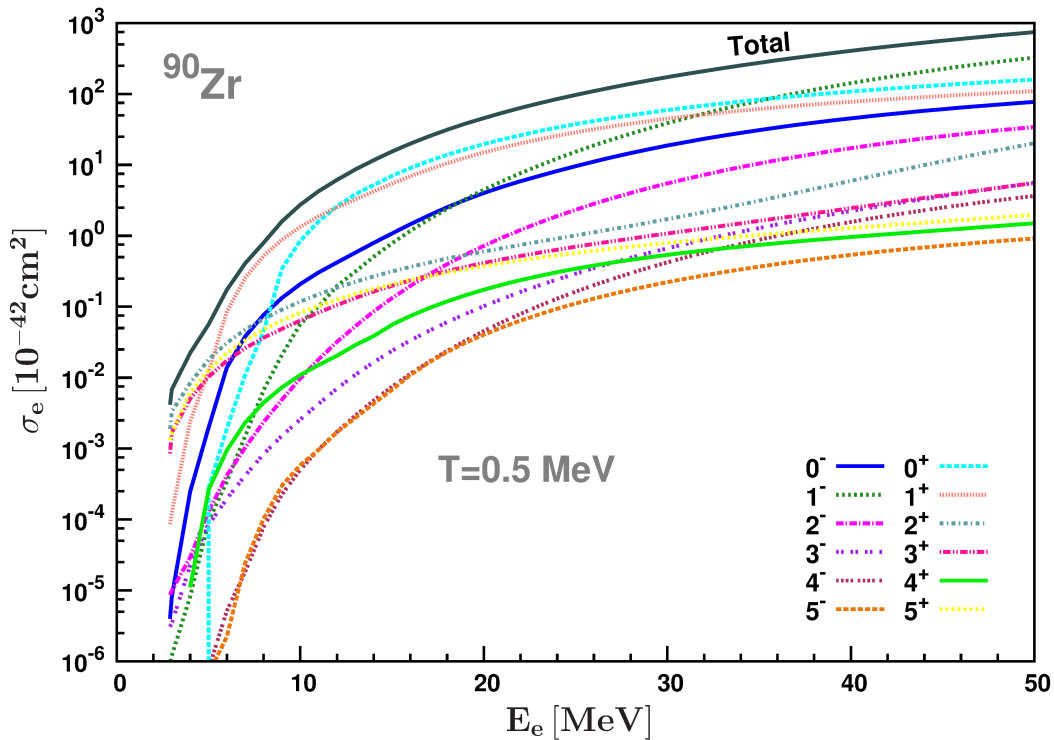
Πίνακας 6.4: Μερικές ενεργές διατομές ηλεκτρονιακής σύλληψης σε $10^{-42} \text{MeV}^{-1} \text{cm}^2$) για το ισότοπο του ^{90}Zr (με $J^\pi \leq 3^\pm$) για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων E_e .

	$\sigma_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{cm}^2/\text{MeV})$				
J^π	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
0^+	$2.79 \cdot 10^{-4}$	7.186	37.775	83.375	133.684
1^+	$1.23 \cdot 10^{-2}$	5.438	28.742	61.391	93.715
2^+	$1.80 \cdot 10^{-2}$	0.314	1.012	3.121	11.242
3^+	$1.03 \cdot 10^{-2}$	0.198	0.701	1.623	3.719
0^-	$1.97 \cdot 10^{-3}$	1.076	9.590	30.946	61.060
1^-	$9.38 \cdot 10^{-5}$	0.785	15.296	79.943	225.099
2^-	$1.31 \cdot 10^{-4}$	0.132	2.329	10.461	25.351
3^-	$8.39 \cdot 10^{-5}$	0.024	0.293	1.287	3.618
Ολική	$5.62 \cdot 10^{-2}$	15.431	96.929	275.166	563.511

Παρατηρώντας καλά τις τιμές του Πίνακα 6.4 βλέπουμε κάτι διαφορετικό σε σχέση με τους πυρήνες που μελετήθηκαν προηγουμένως. Σε χαμηλές τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις 0^+ πολυπολικές καταστάσεις με τα ποσοστά τους να είναι μεγαλύτερα από περίπου 40% (μέχρι τα 25 MeV) και όχι από τις 1^+ όπως στους προηγούμενους πυρήνες. Επιπλέον για ενέργειες υψηλότερες των 35 MeV η συνεισφορά από τις 1^- πολυπολικές μεταβάσεις γίνεται σημαντική ξεπερνώντας το 30% της ολικής ενεργού διατομής. Σε όλο το φάσμα των ενεργειών για το ισότοπο ^{90}Zr οι συνεισφορές στην ολική ενεργό διατομή από τις υπόλοιπες πολυπολικές καταστάσεις ($J^\pi = 2^\pm, 3^\pm, 4^\pm$ και 5^\pm) είναι μικρότερες των 5% και μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.

6.8.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$

Κλείνοντας την ενότητα των αποτελεσμάτων μας, θα παρουσιάσουμε τις ολικές ενεργές διατομές στην περίπτωση του ισότοπου ^{90}Zr . Οι υπολογισμοί έγιναν βάση την εξίσωση (6.6), αθροίζοντας πρώτα πάνω σε όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις μιας συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στη συνέχεια σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις μέχρι $J^\pi = 5^\pm$. Τα αποτελέσματά μας για θερμοκρασία $T = 0.5 \text{ MeV}$ παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.13. .



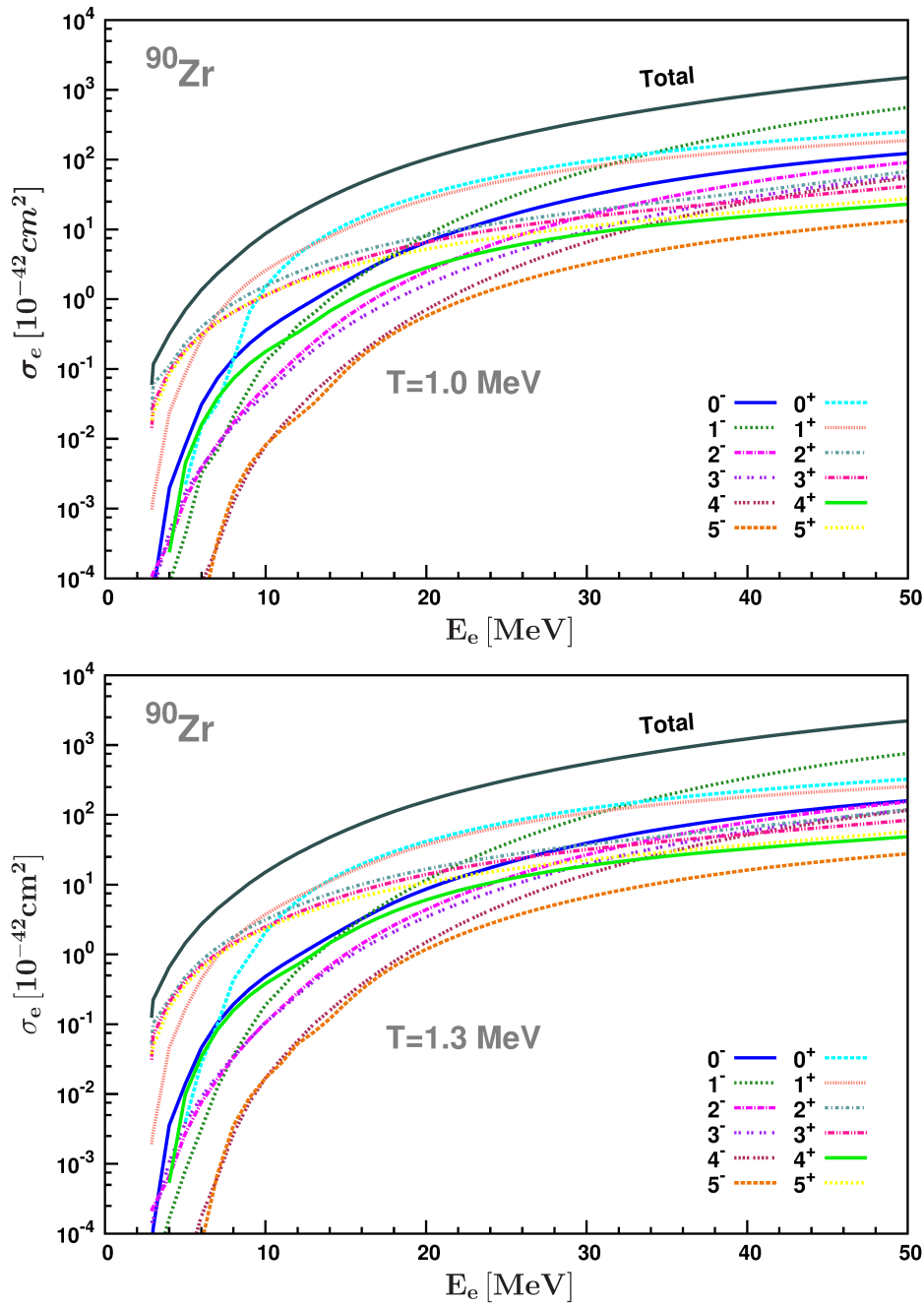
Σχήμα 6.13: Η ολική ενεργός διατομή e^- -σύλληψης καθώς και οι επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικότητας ($J^\pi \leq 5^\pm$) για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε θερμοκρασία $T = 0.5 \text{ MeV}$.

Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για την εκκίνηση της αντίδρασης αυτής είναι ίση με $Q = 2.28 \text{ MeV}$. Όμως, στην περίπτωση του ζιρκονίου, ^{90}Zr , παρατηρείται μια διαφορετική εικόνα σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις. Στο συγκεκριμένο ισότοπο από πολύ χαμηλές ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου, της τάξης των 10 MeV η συνεισφορά από τις 0^+ πολυπολικές μεμβάσεις είναι μεγαλύτερη από αυτή των 1^- και για ενέργειες μεγαλύτερες των 30 MeV γίνεται μεγαλύτερη και η συνεισφορά από τις 1^+ σε σχέση με την αντίστοιχη συνεισφορά των 1^- . Ωστόσο τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν απόλυτα στην συμπεριφορά με τα πρωτογενή απο-

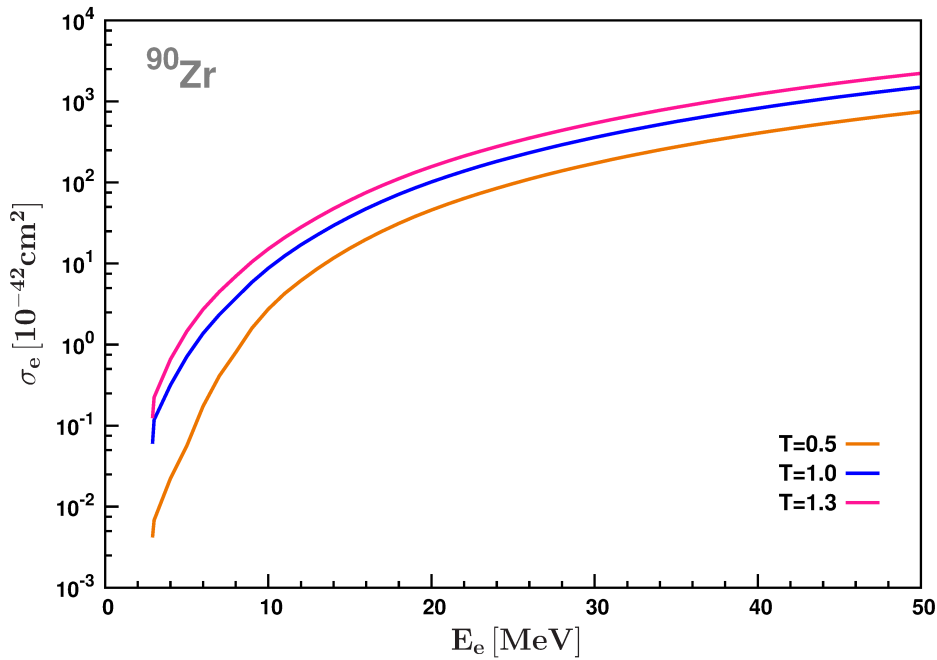
τελέσματα που παρουσιάστηκαν στο Κεφ. 6.7. Είναι προφανές ό,τι στην περίπτωση αυτή η συνεισφορά από αυτές τις πολυπολικότητες είναι αξιοσημείωτες και σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να παραληφθούν από τους υπολογισμούς μας. Έτσι η προσέγγιση, που αναφέραμε και προηγουμένως, του υπολογισμού της ολικής ενεργού διατομής μέσω των GT μεταβάσεων δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί. Βέβαια θα πρέπει να αναφέρουμε πως και στο ισότοπο ^{90}Zr όπως και στα προηγούμενα άρτια-άρτια ισότοπα που μελετήθηκαν, η συμπεριφορά της ολικής καθώς και των επιμέρους ενεργών διατομών σε συνάρτηση με την ενέργεια του εισερχόμενου ηλεκτρονίου παρουσιάζουν ίδια συμπεριφορά. Δηλαδή, στα πρώτα MeV παρατηρείται η ίδια απότομη αύξηση της ενεργού διατομής εξαιτίας του κέντρου του πλάτους κατανομής GT που σε όλους τους άρτιους-άρτιους πυρήνες τοποθετείται κοντά στα 2 MeV (ενέργεια θυγατρικού πυρήνα). Προχωρώντας σε υψηλότερες ενέργειες εισερχόμενου ηλεκτρονίου παρατηρείται πιο κλιμακωτή αύξηση.

Τέλος, καθώς στην φάση της έκρηξης σουπερνόβα κατά την οποία γίνεται η σύλληψη ηλεκτρονίων από αυτούς τους πυρήνες, η θερμοκρασία παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς της ολικής όπως και των επιμέρους ενεργών διατομών σε θερμοκρασίες $T = 1.0 \text{ MeV}$ και $T = 1.3 \text{ MeV}$. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.14. Η συμπεριφορά τόσο της ολικής όσο και των επιμέρους πολυπολικών μεταβάσεων είναι παρόμοια με αυτή στην θερμοκρασία $T = 0.5 \text{ MeV}$ με την μόνη διαφορά ότι όσο αυξάνεται η θερμοκρασία τόσο και οι αντίστοιχες τιμές των ενεργών διατομών αυξάνονται και αυτές.

Για να γίνει πιο αντιληπτή η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία, στο Σχήμα 6.15, παρουσιάζονται ταυτόχρονα μόνο οι ολικές ενεργές διατομές στην αντίδραση $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ υπολογισμένες με βάση την pn-QRPA μέθοδο, σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχόμενου ηλεκτρονίου, για θερμοκρασίες $T = 0.5 \text{ MeV}$, $T = 1.0 \text{ MeV}$, και $T = 1.3 \text{ MeV}$. Παρατηρείται λοιπόν ακριβώς η ίδια συμπεριφορά όπως και στην περίπτωση του ^{66}Zn που είδαμε στην ενότητα 6.7.3. Αναλυτικά, η ολική ενεργός διατομή αυξάνεται, καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία. Όταν βρισκόμαστε σε χαμηλές ενέργειες εισερχόμενων ηλεκτρονίων ακόμα και μικρή μεταβολή της θερμοκρασίας οδηγεί σε σημαντική μεταβολή των ενεργών διατομών. Αυξάνοντας αρκετά την θερμοκρασία και αφού φτάσουμε κοντά στα $T = 1.3 \text{ MeV}$ η ολική ενεργός διατομή παύει να επηρεάζεται σημαντικά από την μεταβολή της θερμοκρασίας, ενώ για ακόμα μεγαλύτερες τιμές της θερμοκρασίας η ολική ενεργός διατομή μένει σχεδόν ανεπηρέαστη με την αύξηση της θερμοκρασίας. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες ($T \approx 1.5 \text{ MeV}$) οι μεταβάσεις GT είναι ήδη θερμικά απεμπλεγμένες με συνέπεια την διέγερση των νετρονίων από τον pf-φλοιό στο τροχιακό $g_{9/2}$. Έτσι η περαιτέρω αύξηση στην τιμή της θερμοκρασίας δεν έχει μεγάλη επιρροή στην ολική ενεργό διατομή.



Σχήμα 6.14: Η ολική ενεργός διατομή και οι επί μέρους συνεισφορές των υπολοίπων πολυπολικών μεταβάσεων (με $J^\pi \leq 5^\pm$), σύλληψης ηλεκτρονίων για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε θερμοκρασία $T = 1.0 \text{ MeV}$ και $T = 1.3 \text{ MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο mi-QRPA συναρτήσει της ενέργειας του εισεχόμενου ηλεκτρονίου.



Σχήμα 6.15: Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία. Υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής e^- -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα ^{90}Zr σε διάφορες τιμές θερμοκρασιών στα πλαίσια της pn-QRPA μεθόδου συναρτήσεως της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων.

6.9 Συμπεράσματα

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από τους πυρήνες παίζει ουσιαστικό ρόλο κατά τη διάρκεια της φάσης προ-σупερνόβα και κατά την φάση κατάρρευσης ενός αστέρα. Η σύλληψη ηλεκτρονίων γίνεται όλο και πιο πιθανή καθώς η πυκνότητα στο κέντρο του αστέρα αυξάνει και συνοδεύεται από αύξηση του χημικού δυναμικού (ενέργειας Fermi) του εκφυλισμένου αερίου ηλεκτρονίων.

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιώντας την δική μας αριθμητική προσέγγιση που βασίζεται στην βελτίωση της pn-QRPA που περιγράφει αξιόπιστα όλες τις ημιεπτονικές αντιδράσεις ασθενών αλληλεπιδράσεων, μελετήσαμε λεπτομερώς τη διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων στα ισότοπα ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr και υπολογίσαμε τις ενεργές διατομές τους υπό αστρικές συνθήκες. Το πρώτο πράγμα που παρατηρήσαμε από τους αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών, είναι πως όπως και στο προηγούμενο Κεφάλαιο, έτσι και εδώ σημαντικό ρόλο παίζουν οι πολυπολικές μεταβάσεις 1^+ και 0^+ . Επιπλέον μέσω των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών υπολογίσαμε και παρουσιάσαμε αναλυτικά τις τιμές συμβολής κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων όπου γενικά, φαίνεται

ξεκάθαρα, η υπεροχή των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων. Εν συνεχεία, μέσω των υπολογισμών των ολικών ενεργών διατομών, παρατηρήσαμε πως κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης, για τους μητρικούς πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου και για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου μέχρι τα 30 MeV , η ολική ενεργός διατομή προσεγγιστικά μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις συνεισφορές των μεταπτώσεων GT . Όμως, για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων η προσέγγιση αυτή δεν είναι ικανοποιητική. Σε αυτή την περιοχή για ακριβής υπολογισμούς των ενεργών διατομών θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές μεταβάσεις. Επιπλέον, κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα, εκεί όπου η σύλληψη ηλεκτρονίων γίνεται από βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια μητρικούς πυρήνες, η συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή των μεταβάσεων που αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες 0^+ , 1^- κτλ. είναι αξιοσημείωτες. Να τονίσουμε επιπλέον πως υπό αυτές τις συνθήκες η συμβολή όλων των πολυπολικών καταστάσεων είναι μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίστηκαν κάτω από εργαστηρικές συνθήκες (δες Κεφ. 5). Θα αποτελεί λοιπόν παράβλεψη να μην συμπεριληφθούν στις ενεργές διατομές οι συνεισφορές των μεταβάσεων αυτών.

Εν συνεχεία, σε αυτούς τους πυρήνες, υπό τις ίδιες συνθήκες, μελετήθηκε η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία. Καθώς η θερμοκρασία αυξάνει, αυξάνονται και οι αντίστοιχες ενεργές διατομές. Στην αρχή, ακόμα και μικρή αύξηση της θερμοκρασίας, μπορεί να προκαλέσει αξιοπρόσεκτη αύξηση των ενεργών διατομών. Όμως από ένα σημείο και μετά, (περίπου $T = 1.3 \text{ MeV}$) περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας δεν προκαλεί αξιόλογη αύξηση των ενεργών διατομών. Το σημείο αυτό, είναι το σημείο όπου τα νετρόνια του pf -τροχιακού έχουν ήδη σταματήσει να είναι μπλοκαρισμένα και έχουν μεταβεί στο τροχιακό $g_{9/2}$. Έτσι η ενεργός διατομή από το σημείο αυτό και έπειτα δεν επηρεάζεται σημαντικά από την αύξηση της θερμοκρασίας.

Κλείνοντας το Κεφάλαιο αυτό, θα πρέπει να τονίσουμε πως η μέθοδος μας μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες ημιεπτονικές πυρηνικές διαδικασίες όπως η β -διάσπαση και οι διαδικασίες φορτισμένων ρευμάτων νετρίνων πυρήνα που είναι πολύ σημαντικές στην αστροφυσική και την πυρηνοσύνθεση. Αυτό αποτελεί και τον μελλοντικό στόχο της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής.

Κεφάλαιο 7

ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή, πραγματεύεται σημαντικά ανοιχτά προβλήματα φυσικής, τα οποία βρίσκονται στο χώρο επικάλυψης της πυρηνικής αστροφυσικής και των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής μελετώνται οι ασθενείς ημι-λεπτονικές αλληλεπιδράσεις με υπολογισμούς πυρηνικής δομή, ενώ από άποψη αστροφυσικής μελετώνται οι αντιδράσεις αυτές στα πλαίσια της κατανόησης της εξέλιξης ενός αστέρα καθώς και του σημαντικού ρόλου που διακατέχουν οι αντιδράσεις αυτές στην πυρηνοσύνθεση.

Στα πλαίσια της παρούσας έρευνας, βασιζόμενοι στα παραπάνω, επικεντρωθήκαμε στη μελέτη των ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που παράγουν νετρίνα, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στη μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες έχει ρόλο κλειδί στην εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα ($M \geq M_{\odot}$), όπως και στα αρχικά στάδια της έκρηξης ενός υπερκαινοφανούς αστέρα, καθώς και καθ' όλη την διάρκεια της έκρηξης. Οι αντιδράσεις που επάγονται από νετρίνα, η μελέτη των οποίων κυμαίνεται στα ίδια πλαίσια με την μελέτη των αντιδράσεων που παράγουν νετρίνα, δεν μελετήθηκαν λεπτομερώς. Κατασκευάστηκε όμως, και ελέγχθηκε λεπτομερώς η πυρηνική μέθοδος μελέτης των εν λόγω αντιδράσεων.

Στην μελέτη μας, χρησιμοποιήσαμε σαν πυρήνες-στόχους ένα σύνολο πυρήνων που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα, από ελαφρείς πυρήνες ^{28}Si , ^{32}S μέχρι και μεσαίου βάρους-βαρείς πυρήνες, ^{48}Ti , ^{56}Fe , ^{66}Zn και ^{90}Zr . Η επιλογή των πυρήνων αυτών δεν έγινε τυχαία, επιλέχθηκαν έτσι ώστε κάποιοι να φανερώνουν τον σημαντικό ρόλο κατά την πρό-σουπερνόβα φάση (^{48}Ti , ^{56}Fe) και κάποιοι τον κυρίαρχο ρόλο τους κατά την διάρκεια της έκρηξης (^{66}Zn , ^{90}Zr).

Η μελέτη όλων των ασθενών ημι-λεπτονικών αλληλεπιδράσεων έγινε χρησιμοποιώντας για την περιγραφή τους, ένα μικροσκοπικό μοντέλο, την εξελιγμένη μορφή της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια (pn-QRPA). Να αναφέρουμε ότι, για να χρησιμοποιήσουμε το προαναφερθέν μοντέλο, αρχικά ορίσαμε τον χώρο μοντέλου κάθε ισοτόπου ξεχωριστά, που περιελάμβανε τους κύριους φλοιούς του

αρμονικού ταλαντωτή αλλά και κάποιους υποφλοιούς. Ο χώρος μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στα υπό μελέτη ισότοπα, είναι ο ίδιος για τα πρωτόνια και τα νετρόνια. Οι απαραίτητες μονοσωματιακές ενέργειες πάρθηκαν χρησιμοποιώντας σαν μέσο πεδίο το δυναμικό Woods-Saxon που περιελάμβανε έναν επιπλέον όρο που εκφράζει την διόρθωση Coulomb και έναν όρο που εκφράζει τον όρο σύζευξης σπιν-τροχιάς. Η παραμετροποίηση που χρησιμοποιήθηκε για το Woods-Saxon δυναμικό, είναι ίδια με αυτήν της ομάδας του πανεπιστημίου IOWA. Τέλος, για την περιγραφή της δισωματιδιακής αλληλεπίδρασης, χρησιμοποιήσαμε το δυναμικό Bonn C-D (one boson exchange potential).

Στην συνέχεια, επιλύθηκαν οι BCS εξισώσεις ξεχωριστά για πρωτόνια και νετρόνια, με ανακανονικοποίηση των στοιχείων πίνακα ζεύγους πρωτονίων και νετρονίων, της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης, χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους g_{pair}^p και g_{pair}^n . Τέλος για την δημιουργία του φάσματος του θυγατρικού πυρήνα κάθε ισότοπου, εφαρμόσαμε την QRPA μέθοδο. Η ανακανονικοποίηση που απαιτείται στο σημείο αυτό εξαιτίας του πεπερασμένου χώρου μοντέλου που χρησιμοποιούμε, πραγματοποιείται πολλαπλασιάζοντας τα στοιχεία πίνακα σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής με τις σταθερές g_{pp} και g_{pn} , οι οποίες ορίζονται για κάθε πολυπολική κατάσταση ξεχωριστά, μέσω της αναπαραγωγής του χαμηλοενεργειακού φάσματος του υπό μελέτη ισότοπου. Πάνω σε αυτό το θεωρητικό επίπεδο, βασιζόμενοι σε μία πλονεκτική αριθμητική προσέγγιση, η οποία κατασκευάστηκε από εμάς, υπολογίσαμε τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα πολυπολικών μεταπτώσεων τα οποία υπεισέρχονται στη μελέτη όλων των ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Σαν πρώτο βήμα, ελέγξαμε την αξιοπιστία της μεθόδου μας, μέσω της αναπαραγωγής του χαμηλοενεργειακού φάσματος των θυγατρικών πυρήνων καθ' ενός από τα υπό μελέτη ισότοπα. Τα φάσματα που προέκυψαν από την θεωρητική μας μελέτη, είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Ακόμα μεγαλύτερη αξιοπιστία για την μεθοδό μας, αποκτήσαμε ύστερα από την μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων από πυρήνες, η οποία ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων. Η έρευνά μας ξεκινάει από την μελέτη της αντίδρασης αυτής, που παρ' όλο που δεν έχει κυρίαρχο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση και την εξέλιξη των αστερών, μας βοηθά να ελεγχουμε περαιτέρω την μεθοδό μας, με την σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα. Μέσω της σύγκρισης, πλέον η αξιοπιστία της μεθόδου μας είναι σε υψηλά επίπεδα.

Πέραν όμως από τον έλεγχο της μεθόδου μας μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων μας με ήδη υπάρχοντα αποτελέσματα, η μελέτη της μιονικής σύλληψης συνετέλεσε στην εξαγωγή προτότυπης έρευνας, καθώς εκτελέσαμε λεπτομερείς, αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ρυθμών μιονικής σύλληψης Λ_f^π , για όλα τα προαναφερθέντα ισότοπα. Από τους εν λόγω υπολογισμούς, παρατηρήσαμε ότι σε όλες τις αντιδράσεις, οι κυρίαρχες μεταβάσεις αντιστοιχούν σε αυτές με $J^\pi = 1^\pm$. Για τις μεταβάσεις αυτές οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης παρουσιάζουν κάποιες έντονες χαρακτηριστικές κορυφές σε διάφορες ενέργειες ω . Στη συνέχεια, στο δεύτερο στάδιο της μελέτης μας υπολο-

γίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων Λ_{J^π} για όλες τις προαναφερθείσες αντιδράσεις. Σε όλους τους υπό μελέτη πυρήνες παρατηρήθηκε ότι η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις $J^\pi = 1^-$ μεταπτώσεις, με αξιόλογη συνεισφορά και από τις $J^\pi = 1^+$ και $J^\pi = 2^-$. Αντίστοιχα στο τελευταίο μέρος του Κεφαλαίου αυτού, υπολογίσαμε τους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων Λ_{tot} των παραπάνω μητρικών πυρήνων, και μετά από σύγκριση με ήδη υπάρχοντα πειραματικά αλλά και θεωρητικά δεδομένα, είδαμε ο,τι είχαμε συμφωνία καλύτερη απο 7%.

Επόμενο βήμα στην έρευνά μας, αποτέλεσε η μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Όπως προαναφέραμε η διαδικασία αυτή είναι η πιο σημαντική διαδικασία που λαμβάνει χώρα στους αστέρες και επηρεάζει πολύ την εξέλιξή τους. Για την πλήρη κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες, είναι απαραίτητη η λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες. Η μελέτη της διαδικασίας αυτής πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια. Πρώτον, θεωρώντας ότι η αντίδραση λαμβάνει χώρα σε συνθήκες εργαστηρίου, για να μπορέσουν να γίνουν κατανοητές οι λεπτομέρειες, οι περιορισμοί και οι απαραίτητες θεωρητικές συνθήκες που είναι απαραίτητες για την αντίδραση και δεύτερον θεωρώντας τις ρεαλιστικές αστρικές συνθήκες.

Ξεκινώντας από την μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό εργαστηριακές συνθήκες, υποθέτουμε ότι ο μητρικός πυρήνας ξεκινά πάντα από την βασική του κατάσταση και δεν έχουμε εξάρτηση από την θερμοκρασία. Υπό αυτές τις συνθήκες, η έρευνά μας πάνω στις πρωτογενείς ενεργές διατομές στη σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, ξεκινά πραγματοποιώντας αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών αναδεικνύοντας τον κυρίαρχο ρόλο των 1^+ και 0^+ πολυπολικών μεταπτώσεων. Στην συνέχεια, θεωρώντας σαν μία μέση ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e = 25 \text{ MeV}$, υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά. Σε όλο το φάσμα ενεργειών που μελετήσαμε ($0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$) γίνεται σαφής η υπεροχή της συνεισφοράς των 1^+ μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή, με ποσοστά άνω του 50% για τα ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα. Στην περίπτωση των βαρύτερων ισοτόπων τα ποσοστά αυτά είναι λίγο μικρότερα. Τέλος, εκτελέσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς για όλα τα ισότοπα που προαναφέραμε, της ολικής ενεργού διατομής. Συμπερασματικά, αυτό που μπορούμε να πούμε είναι ότι για ακριβείς υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις συνεισφορές από όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις με $J^\pi \leq 5^\pm$. Προσεγγιστικά, μόνο σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ και για ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τις GT μεταβάσεις. Σαν τελευταίο στοιχείο, υπολογίσαμε τις επιμέρους συνεισφορές του πολικού-διανυσματικού και αξονικού-διανυσματικού αδρονικού ρεύματος στην ολική ενεργό διατομή. Όπως αναμενόταν τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η αξονική συνιστώσα κυριαρχεί, γεγονός το οποίο οφείλεται στο ότι οι πολικοί-διανυσματικοί παράγοντες δομής είναι πολύ μικρότεροι από τους αντίστοιχους αξονικούς.

Τελευταίο αλλά κύριο μέρος της έρευνάς μας, ήταν με βάση τα αποτελέσματα σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, να επεκτείνουμε την μελέτη της διαδικασίας αυτής υπό αστρικές συνθήκες χρησιμοποιώντας την κατάλληλη διαδικασία συνέλιξης. Στη μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αυτές τις συνθήκες, υποθέτουμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να είναι είτε στη βασική του κατάσταση είτε σε κάποια από τις χαμηλής ενέργειας διεγερμένες του. Επίσης επειδή στους αστέρες επικρατούν υψηλές τιμές θερμοκρασιών, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία. Υπό αυτές τις συνθήκες υποθέτουμε ότι τα λεπτόνια ακολουθούν την κατανομή ενέργειας Maxwell-Boltzmann. Τα ισότοπα που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη αυτή, είναι το ^{48}Ti και ο ^{56}Fe τα οποία παίζουν σπουδαίο ρόλο κατά την προ-σупερνόβα φάση καθώς και ο ^{66}Zn και το ^{90}Zr που αντίστοιχα έχουν ρόλο κλειδί κατά την φάση κατάρρευσης του αστέρα.

Σε αυτές τις συνθήκες επαναλάβουμε ακριβώς τους ίδιους υπολογισμούς όπως στην περίπτωση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε εργαστηριακές συνθήκες. Δηλαδή, αρχικά εκτελέσαμε αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών για τα παραπάνω ισότοπα. Όπως και στις εργαστηριακές συνθήκες έτσι και εδώ σημαντικό ρόλο παίζουν οι πολυπολικές μεταβάσεις 1^+ και 0^+ . Στην συνέχεια, για ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e \leq 50 \text{ MeV}$, μέσω των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών υπολογίσαμε και παρουσιάσαμε αναλυτικά τις τιμές συμβολής στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά με ξεκάθαρη υπεροχή των 1^+ πολυπολικών μεταβάσεων. Εν συνεχεία, μέσω των υπολογισμών των ολικών ενεργών διατομών, παρατηρήσαμε πως κατά την διάρκεια της προ-σупερνόβα φάσης, για τους μητρικούς πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου και για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου μέχρι τα 30 MeV , η ολική ενεργός διατομή προσεγγιστικά μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις συνεισφορές των μεταπτώσεων GT . Όμως, για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων η προσέγγιση αυτή δεν είναι ικανοποιητική. Σε αυτή την περιοχή για ακριβείς υπολογισμούς των ενεργών διατομών θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές μεταβάσεις. Επιπλέον, κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα, εκεί όπου η σύλληψη ηλεκτρονίων γίνεται από βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια μητρικούς πυρήνες, η συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή των μεταβάσεων που αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες 0^+ , 1^- κτλ. είναι αξιοσημείωτες. Να τονίσουμε επιπλέον πως υπό αυτές τις συνθήκες η συμβολή όλων των πολυπολικών καταστάσεων είναι μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίστηκαν κάτω από εργαστηριακές συνθήκες. Θα αποτελεί λοιπόν παράβλεψη να μην συμπεριληφθούν στις ενεργές διατομές οι συνεισφορές των μεταβάσεων αυτών. Κλείνοντας την έρευνά μας, για τα ισότοπα που διακατέχουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του αστέρα (^{66}Zn και ^{90}Zr) μελετήθηκε η εξάρτηση των ενεργών διατομών τους από την θερμοκρασία. Από την έρευνά μας αυτή καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι για $T \leq 1.5 \text{ MeV}$ με την αύξηση της θερμοκρασίας προκαλείται αξιόλογη αύξηση των ενεργών διατομών τους. Για περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας η μεταβολή των ενεργών διατομών

δεν είναι ουσιαστική. Αυτό ερμηνεύεται εύκολα από το γεγονός ότι σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες τα νετρόνια του pf τροχιακού έχουν πάψει να είναι μπλοκαρισμένα και έχουν ήδη μεταβεί στο $g_{9/2}$ τροχιακό.

Στην παρούσα έρευνα ασχοληθήκαμε με την μελέτη ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων οι οποίες παράγουν νετρίνα και παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εξέλιξη των αστέρων καθώς και στην φάση κατάρρευσης τους. Η συμφωνία των αποτελεσμάτων μας στηριζόμενοι σε μία εξελιγμένη μορφή της QRPA (pn-QRPA) με αντίστοιχα ευρήματα άλλων ρεαλιστικών μεθόδων καθιστά φανερό την αξιοπιστία της μεθόδου μας, ενισχύοντας την άποψη μας ότι η μέθοδος αυτή αποτελεί έναν πολύτιμο θεωρητικό εργαλείο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή όλων των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων. Τα αποτελέσματα της μελέτης μας σχετιζόμενης με τις ενεργές διατομές αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προσομοιώσεις διάφορων αστρικών μοντέλων, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των αστρικών συνθηκών, της πορείας εξέλιξης ενός μαζικού αστέρα καθώς και της φάσης κατάρρευσης του. Αυτό αποτέλεσε και ένα από τα βασικά κίνητρα διεξαγωγής της παρούσας έρευνας.

Βασίζόμενοι στην μέθοδο αυτή, επόμενος στόχος είναι να επεκτείνουμε την έρευνά μας στη μελέτη και άλλων αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που συμβάλλουν και αυτές στην πυρηνοσύνθεση όπως οι β -διασπάσεις και οι αντιδράσεις που επάγονται από νετρίνα. Οι αντιδράσεις αυτές δημιουργούν εύκολα ανιχνεύσιμο σήμα στους επίγειους πυρηνικούς ανιχνευτές και τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα αντίστοιχα πειράματα. Όλες αυτές οι αντιδράσεις που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία αλλά και αυτές που μπορούν να μελετηθούν στο μέλλον, αποτελούν πλούσια πηγή πληροφοριών και εργαλείο στη μελέτη της πυρηνικής δομής καθώς και απαραίτητα στοιχεία στην κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες.

Παράρτημα Α'

Α'.1 Εξισώσεις Dirac

Σε αυτό το παράρτημα θα συζητήσουμε την εξίσωση Dirac η οποία περιγράφει την κίνηση σωματιδίων με σπιν 1/2 που κινούνται με ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Η σχετικιστική σχέση ενέργειας - ορμής για το ελεύθερο σωματίδιο δίνεται από τον τύπο $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, όπου E η ολική ενέργεια του σωματιδίου που περιέχει και την ενέργεια ηρεμίας. Οι αντίστοιχοι τελεστές ενέργειας και ορμής είναι:

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad p_i = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A'.1})$$

Η εξίσωση Schrodinger για την περίπτωση ενός ελεύθερου σωματιδίου είναι της μορφής:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{A'.2})$$

και αντίστοιχα η εξίσωση Klein-Gordon:

$$\left[\nabla^2 - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \Psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \quad \text{ή} \quad \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} \right)^2 - k^2 \right] \Psi = 0, \quad (\text{A'.3})$$

όπου $k = \frac{mc}{\hbar}$ και $\mu = 1, 2, 3, 4$ με $x_4 = ict$.

Ο Dirac προσέγγισε το πρόβλημα ξεκινώντας από τη μορφή:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = H \Psi(\vec{r}, t) \quad (\text{A'.4})$$

Θεωρώντας την Χαμιλτονιανή να είναι γραμμική ως προς την ορμή και τον όρο μάζας

$$\begin{aligned} H = -c \mathbf{a} \cdot \mathbf{p} - \beta mc^2 &\implies E \Psi = (-c \mathbf{a} \cdot \mathbf{p} - \beta mc^2) \Psi \implies \\ &\implies \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - i\hbar c \mathbf{a} \cdot \nabla + \beta mc^2 \right) \Psi = 0 \end{aligned} \quad (\text{A'.5})$$

Για τον προσδιορισμό των συντελεστών a_1, a_2, a_3 και β πολλαπλασιάζουμε την Εξ.(Α΄.5) από αριστερά με $(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar\mathbf{c}\mathbf{a} \cdot \nabla - \beta mc^2)$ και παίρνουμε:

$$\left[-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \hbar^2 c^2 \sum_{i=1}^3 \left(a_i^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) - \beta^2 m^2 c^4 + \hbar^2 c^2 \sum_{i \neq j} (a_i a_j + a_j a_i) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + i\hbar m c^3 \sum_{i=1}^3 (a_i \beta + \beta a_i) \frac{\partial}{\partial x_i} \right] \Psi = 0 \quad (\text{Α΄.6})$$

Για να συμφωνεί η εξίσωση αυτή με την εξίσωση Klein-Gordon θα πρέπει τα a και β να ικανοποιούν τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} a_i^2 = \beta^2 = 1, \quad \{a_i, \beta\} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \\ \{a_i, a_j\} = 0, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (\text{Α΄.7})$$

Επομένως οι a_i και β μετατίθενται ανά ζεύγη και τα τετράγωνά τους είναι ίσα με τη μονάδα. Επιπλέον είναι ερμιτιανοί πίνακες καθώς η Χαμιλτονιανή H είναι ερμιτιανός τελεστής. Έτσι εύκολα βρίσκουμε ότι η μορφή των a_i και β είναι:

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ a_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{Α΄.8})$$

ή

$$a_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (\text{Α΄.9})$$

όπου I ο 2×2 μοναδιαίος πίνακας και σ_i οι πίνακες Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{Α΄.10})$$

οι οποίοι ικανοποιούν την ιδιότητα: $\sigma_a \sigma_b = i \varepsilon_{abc} \sigma_c + \delta_{ab}$ για $a, b, c = 1, 2, 3$.

Η σχετικιστική εξίσωση κύματος με τους πίνακες a και β έχει τις τέσσερις σπινωριακές συνιστώσες ως λύσεις:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \exp \left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar} \right] \quad (\text{Α΄.11})$$

Εισάγοντας τα u και v οι συναρτήσεις Ψ γράφονται:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar}\right], \quad (\text{A'.12})$$

όπου τα u και v είναι της μορφής:

$$\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a\chi_{1/2} + b\chi_{-1/2} \quad (\text{A'.13})$$

με

$$|a|^2 + |b|^2 = 1, \quad \chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A'.14})$$

Εισάγοντας τις Εξ. (A'.9) και (A'.12) στην (A'.5) έχουμε:

$$\begin{aligned} -E \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} &= \left[c \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} + m c^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \implies \\ \implies &\begin{cases} v(E + m c^2) = -c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} u \\ u(E - m c^2) = -c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} v \end{cases} \quad (\text{A'.15}) \end{aligned}$$

Οι εξισώσεις αυτές έχουν λύση μόνο όταν η ορίζουσα των συντελεστών του παραπάνω συστήματος είναι μηδέν δηλαδή:

$$\begin{vmatrix} E + m c^2 & c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \\ c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & E - m c^2 \end{vmatrix} = 0 \implies E^2 - m^2 c^4 - p^2 c^2 = 0. \quad (\text{A'.16})$$

Θεωρώντας $E = E_+ = (c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2}$ έχουμε

$$v = \frac{-c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + m c^2} u. \quad (\text{A'.17})$$

Όμως όπως αναφέραμε προηγουμένως $u = N \chi$ επομένως $v = -N \left(\frac{c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + m c^2} \right) \chi$, δηλαδή:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar}\right] = N \begin{pmatrix} \frac{-c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + m c^2} \chi \\ \chi \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar}\right] \quad (\text{A'.18})$$

Λόγω κανονικοποίησης ισχύει $\Psi^\dagger \Psi = 1$, οπότε:

$$N^* N \left[\frac{c^2}{(E_+ + m c^2)^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})^\dagger (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \chi^\dagger \chi + \chi^\dagger \chi \right] = 1 \quad (\text{A'.19})$$

Θεωρώντας ότι η σταθερά κανονικοποίησης N είναι πραγματική, ότι ισχύει η σχέση $\chi^\dagger \chi = |a|^2 + |b|^2 = 1$, καθώς και το γεγονός ότι $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})^\dagger (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) = p^2$, (εδώ χρησιμοποιήσαμε την ταυτότητα $(\mathbf{a}\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b}\boldsymbol{\sigma}) = (\mathbf{a}\mathbf{b})I + i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$), βρίσκουμε:

$$N^2 \left[\frac{c^2}{(E_+ + mc^2)} p^2 + 1 \right] = 1 \implies N = \left(\frac{E_+ + mc^2}{2E_+} \right)^{1/2} \quad (\text{A'.20})$$

Επομένως

$$u = \left(\frac{E_+ + mc^2}{2E_+} \right)^{1/2} \chi. \quad (\text{A'.21})$$

Η λύση για σπιν 'πάνω' δίνεται αν θέσουμε $a = 1, b = 0$ και

$$\chi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A'.22})$$

ενώ για σπιν 'κάτω' αν θέσουμε $a = 0, b = 1$ και

$$\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A'.23})$$

Με ακριβώς ίδιο τρόπο βρίσκουμε τις λύσεις για αρνητική ενέργεια $E = E_- = -(c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2} \implies u = \frac{c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{-E_- + mc^2} v$. Τέλος, η ακριβής μορφή των λύσεων της εξίσωσης Dirac δίνεται από τη μορφή:

$$\Psi = \left(\frac{|E| + mc^2}{2|E|} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix}, \quad (\text{A'.24})$$

όπου τα u^1, u^2, u^3, u^4 φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

	$E_+ = +(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}$		$E_- = -(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}$	
σπιν	πάνω	κάτω	πάνω	κάτω
u^1	$\frac{-c p_z}{E_+ + mc^2}$	$\frac{-c(p_x - i p_y)}{E_+ + mc^2}$	1	0
u^2	$\frac{-c(p_x + i p_y)}{E_+ + mc^2}$	$\frac{c p_z}{E_+ + mc^2}$	0	1
u^3	1	0	$\frac{c p_z}{-E_- + mc^2}$	$\frac{c(p_x - i p_y)}{-E_- + mc^2}$
u^4	0	1	$\frac{c(p_x + i p_y)}{-E_- + mc^2}$	$\frac{-c p_z}{-E_- + mc^2}$

A'.2 Εξισώσεις Dirac παρουσία H/M πεδίου

Μέχρι τώρα, σαν μία πρώτη προσέγγιση υποθέταμε ότι οι κυματοσυναρτήσεις του ηλεκτρονίου περιγράφονται σαν επίπεδα κύματα. Στην πραγματικότητα όμως, οι δυνάμεις Coulomb μεταξύ του ηλεκτρονίου και του θυγατρικού πυρήνα δεν είναι αμελητέες. Η παραμόρφωση του επίπεδου κύματος εξαιτίας του πυρηνικού φορτίου μπορεί να ληφθεί υπόψη λύνοντας τις εξισώσεις Dirac με ένα πυρηνικό δυναμικό Coulomb.

Στην κλασική μηχανική, οι εξισώσεις κίνησης ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ένα πεδίο, δίνονται από τις ελεύθερες εξισώσεις, που είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, αντικαθιστώντας την ενέργεια ως $E \rightarrow E + e\phi$ και την ορμή $p \rightarrow p + (e/c)A$. Έτσι, στην περίπτωση μας έχουμε την δύναμη Lorentz $F = -e(E + u \times H/c)$ Αντικαθιστώντας

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + e\phi, \quad -i\hbar \nabla \rightarrow -i\hbar \nabla + \frac{e}{c}A \quad (A'.25)$$

παίρνουμε ως εξίσωση Dirac

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{ie}{\hbar c} A_\mu \right) \gamma_\mu \psi + \frac{mc}{\hbar} \psi = 0. \quad (A'.26)$$

Θεωρώντας ένα σωματίδιο να κινείται σε ένα εξωτερικό στατικό δυναμικό, γράφουμε $V = -e\Phi$. Τότε η εξίσωση κύματος για μία στάσιμη κατάσταση με ενέργεια E είναι $E\psi = (-\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \beta + V(r))\psi$. Από εδώ και στο εξής θα χρησιμοποιούμε την συνθήκη $\hbar = c = m = 1$. Στην μη-σχετικιστική περιγραφή, όπως είναι γνωστό το σπιν ενός σωματιδίου σε ένα κεντρικό πεδίο δημιουργεί μία σύζευξη τροχιάς - σπιν της μορφής $\Phi(r)\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$. Η ενέργεια σπιν-τροχιάς δεν μετατίθεται με την z -συνιστώσα του σπιν S_z και της γωνιακής στροφορμής L_z αντίστοιχα, αλλά, μετατίθεται με το άθροισμά τους, $J_z = S_z + L_z$, J^2 , L^2 και S^2 . Σε αυτή την περίπτωση, εισάγουμε την συνάρτηση

$$\chi_{\kappa\mu} = \sum_m \left(\ell \frac{1}{2} \mu - m \right) Y_{\ell\mu-m}(\theta, \phi) \chi_m, \quad (A'.27)$$

με

$$Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \frac{(-)^{\ell+m}}{2^\ell \ell!} \left[\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!} \right]^{1/2} \sin^m \theta \left[\frac{\partial}{\partial \cos \theta} \right]^{\ell+m} \sin^{2\ell} \theta e^{im\phi} \quad (A'.28)$$

και την ενδογενή συνάρτηση σπιν χ_m όπως ορίστηκε στην Εξ. (A'.13), όπου το κ ορίζεται ταυτόχρονα μέσω των σχέσεων:

$$j = |\kappa| - \frac{1}{2}, \quad \ell = \begin{cases} \kappa & \text{για } \kappa > 0 \\ -\kappa - 1 & \text{για } \kappa < 0 \end{cases} \quad (A'.29)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση $2\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2$ βρίσκουμε τις ιδιοτιμές κ μέσω της σχέσης

$$-(1 + \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\sigma})\chi_{\kappa\mu} = \kappa\chi_{\kappa\mu}. \quad (\text{A}' .30)$$

Το μη σχετικιστικό επίπεδο κύμα για το ηλεκτρόνιο μπορεί να γραφεί με την βοήθεια της έκφρασης Rayleigh

$$\exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\ell, m'} i^\ell j_\ell(pr) Y_{\ell m'}^*(\hat{\mathbf{p}}) Y_{\ell m'}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (\text{A}' .31)$$

ως:

$$\chi_m \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\kappa, \mu} i^\ell \left(\ell \frac{1}{2} \mu - m\right) j_\ell(pr) Y_{\ell \mu - m}^*(\hat{\mathbf{p}}) \chi_{\kappa\mu}. \quad (\text{A}' .32)$$

Στην σχετικιστική περιγραφή οι λύσεις των επίπεδων κυμάτων δίνονται από τις Εξ. (Α΄.12), (Α΄.17) και (Α΄.21)

$$\psi(r, t) = \left(\frac{E_+ + 1}{2E_+}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} \frac{-c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + 1} \chi_m \\ \chi_m \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et) \quad (\text{A}' .33)$$

Έτσι εισάγουμε την σχετικιστική έκφραση σφαιρικού κύματος της μορφής

$$\psi_{\kappa\mu}(r) = \begin{pmatrix} -i f_\kappa \chi_{-\kappa\mu} \\ g_\kappa \chi_{\kappa\mu} \end{pmatrix} \quad (\text{A}' .34)$$

όπου f_κ και g_κ είναι η μικρή και μεγάλη συνιστώσα στο ακτινικό μέρος των κυματικών συναρτήσεων. Εισάγοντας την Εξ. (Α΄.34) στην Εξ. (Α΄.26) έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{df_\kappa}{dr} &= \frac{\kappa - 1}{r} f_\kappa - (E - 1 - V)g_\kappa \\ \frac{dg_\kappa}{dr} &= (E - V + 1)f_\kappa - \frac{\kappa + 1}{r} g_\kappa \end{aligned} \quad (\text{A}' .35)$$

Η παραμόρφωση της ακτινικής κυματικής συνάρτησης εξαιτίας του πυρηνικού φορτίου μπορεί να ληφθεί υπόψη ως ακολούθως: Θεωρώντας τον πυρήνα σαν σημειακό φορτίο οι λύσεις των Εξ. (Α΄.35) με $V = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{\alpha Z}{r}$ όπου το r δίνεται σε μονάδες \hbar/mc γράφονται ως:

$$g_\kappa = \left[\frac{p(E+1)}{\pi}\right]^{1/2} (Q + Q^*), \quad f_\kappa = i \left[\frac{p(E-1)}{\pi}\right]^{1/2} (Q - Q^*) \quad (\text{A}' .36)$$

όπου

$$\begin{aligned} Q &= (\gamma + i\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|}{\Gamma(2\gamma + 1)} (2pr)^{\gamma-1} \\ &\times \exp\left(\frac{1}{2}\pi\nu - ipr + i\eta\right) F(\gamma + 1 + i\nu, 2\gamma + 1; 2ipr), \end{aligned} \quad (\text{A}' .37)$$

F είναι η συρρέουσα υπεργεωμετρική συνάρτηση και Γ η συνάρτηση Γάμμα. Τα υπόλοιπα σύμβολα αντιστοιχούν σε

$$\gamma(\kappa^2 - \alpha^2 Z^2)^{1/2} \quad \text{και} \quad \nu = \alpha Z E / p. \quad (\text{A'.38})$$

Ο παράγοντας φάσης (phase factor) δίνεται από την σχέση:

$$\exp(2i\eta) = -\frac{(\kappa - i\alpha Z/p)}{\gamma + i\nu}. \quad (\text{A'.39})$$

A'.3 Συνάρτηση Fermi

Όπως είδαμε στις εκφράσεις των ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων υπεισέρχεται η συνάρτηση Fermi. Η συνάρτηση Fermi λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση τύπου Coulomb μεταξύ του εξερχομένου λεπτονίου και του θυγατρικού πυρήνα (final state interaction). Γενικά, η συνάρτηση Fermi χωρίζεται σε δύο μέρη, L_0 και F_0 , και μπορεί να γραφεί ως: $F(Z, E) = F_0 L_0$ όπου:

$$L_0 = \frac{(g_{-1}^2 + f_1^2)}{2p^2 F_0} \approx \frac{1 + \gamma}{2} \quad (\text{A'.40})$$

$$F_0 \equiv F_0(Z, E) = 4(2pR)^{2\gamma-2} \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{(\Gamma(2\gamma + 1))^2}. \quad (\text{A'.41})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις έχουμε:

$$\gamma = (1 - \alpha^2 Z^2)^{1/2}, \quad \text{και} \quad \nu = \alpha Z E / p. \quad (\text{A'.42})$$

Στην περίπτωση όπου $(\alpha Z)^2 \ll 1$ έχουμε:

$$\gamma \rightarrow 1, \quad \text{και} \quad L_0 \rightarrow 1. \quad (\text{A'.43})$$

Έτσι, κάτω από αυτές τις συνθήκες ισχύει:

$$F(Z, E) = 4(2pR)^0 \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(1 + i\nu)|^2}{(\Gamma(2 + 1))^2} \quad (\text{A'.44})$$

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των Γάμμα συναρτήσεων:

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma(n + 1) = n\Gamma(n)$
- $\Gamma(n) \Gamma(1 - n) = \frac{\pi}{\sin \pi n}$

καταλήγουμε στην σχέση της συνάρτησης Fermi

$$F(Z, E) = \frac{2\pi\nu}{1 - \exp(-2\pi\nu)}. \quad (\text{A'.45})$$

Παράρτημα Β'

Β'.1 Ενεργειακά Χάσματα (Energy Gaps)

Ο υπολογισμός των ενεργειακών χασμάτων που υπεισέρχονται στις BCS εξισώσεις γίνεται μέσω των σχέσεων:

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_k \bar{k} k' \bar{k}' u_{k'} v_{k'} \quad (\text{B'.1})$$

όπου v και u οι πιθανότητες για κάθε μονοσωματιδιακού επιπέδου να είναι κατηλιεμένο ή μη κατηλιεμένο αντίστοιχα. Τα v και u προσδιορίζονται μέσω των εξισώσεων:

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tilde{\epsilon}_k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right), \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tilde{\epsilon}_k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right) \quad (\text{B'.2})$$

$$u_k^2 v_k^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta k^2}{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2} \right) \implies u_k v_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right), \quad (\text{B'.3})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις εμφανίζεται το $\tilde{\epsilon}_k$ για το οποίο ισχύει $\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k - \lambda_{p(n)}$ όπου ϵ_k είναι η ενέργεια κάθε μονοσωματιδιακού επιπέδου και $\lambda_{p(n)}$ το χημικό δυναμικό για πρωτόνια και νετρόνια αντίστοιχα.

Όμως για τα ενεργειακά χάσματα γνωρίζουμε ήδη ό,τι ισχύει [104]

$$\Delta k = (2j_k + 1)^{-1/2} \sum_{k'} (2j_{k'} + 1)^{1/2} u_{k'} v_{k'} G(k k k' k' 0) \quad (\text{B'.4})$$

Καθώς επίσης [105],

$$\langle abJM | H_i | cdJM \rangle = -\sigma_{ab} \sigma_{cd} G(abcdJ) \quad (\text{B'.5})$$

με

$$\sigma_{ab} = \begin{cases} 1, & a = b \\ \sqrt{2}, & a \neq b \end{cases} \quad (\text{B'.6})$$

Εφαρμόζοντας την σχέση (Β'.5) στην δική μας περίπτωση παίρνουμε:

$$\langle kk00|H_i|k'k'00\rangle = -G(kkk'k'0) \quad (\text{B'.7})$$

Και αντικαθιστώντας την, στην σχέση για τα ενεργειακά χάσματα (Β'.4) έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta k &= \frac{1}{[J_k]} \sum_{k'} [J_{k'}] u_{k'} v_{k'} G(kkk'k'0) \\ &= \frac{g_{pair}^{p(n)}}{[J_k]} \sum_{k'} [J_{k'}] u_{k'} v_{k'} \langle kk00|H_i|k'k'00\rangle \\ &= \frac{g_{pair}^{p(n)}}{[J_k]} \sum_{k'} \frac{[J_{k'}]}{2} \frac{\Delta k'}{\sqrt{(\varepsilon_{k'} - \lambda_{p(n)})^2 + \Delta k'^2}} \langle kk00|G|k'k'00\rangle. \end{aligned} \quad (\text{B'.8})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις χρησιμοποιείται ο συμβολισμός $[J]$ όπου

$$[J] = (2x + 1)^{1/2} \quad (\text{B'.9})$$

Παράρτημα Γ'

Γ'.1 Επιτρεπτές Μεταβάσεις

Στο όριο χαμηλής ενέργειας, όπου η μεταφερόμενη ορμή μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ($q \approx 0$), στις διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων στους πυρήνες κυριαρχούν μεταβάσεις Fermi (F) και Gamow-Teller (GT). Έτσι, για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις ($n = 0$), οι μόνες ροπές που συνεισφέρουν είναι οι $\mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0)$ (ροπή F) και $\mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1)$ ροπή GT αντίστοιχα. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο ρυθμός μετάπτωσης μπορεί να εκφραστεί με την ακόλουθη μορφή:

$$f_0 t((B_{if}(F_{0,\pm}) + B_{if}(GT_{0,\pm})) = \frac{\pi^2 \hbar^7 \ln(2)}{2m_e^5 c^4} = D \frac{g_V^2}{4\pi},$$

$$D \equiv \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)}{g_V^2 m_e^5 c^4} = 6250 \text{ sec}, \quad (\Gamma'.1)$$

όπου f_0 είναι η f -συνάρτηση για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις. (Ο δείκτης 0 στην f_0 συνήθως παραλείπεται εάν είναι ξεκάθαρο από τα συμφραζόμενα ότι ασχολούμαστε με την επιτρεπτή f -συνάρτηση). Οι ανηγμένες πιθανότητες μετάπτωσης στην (Γ'.1) δίνονται από:

$$B_{if}(F_{0,\pm}) = \frac{1}{2I+1} | \langle I \| \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0) \| I \rangle |^2$$

$$= \frac{1}{2J_i+1} | \langle J_f(I_f I_{zf} \| \sum \tau_{0,\pm 1}^n \| J_f(I_i I_{zi}) \rangle |^2 \quad (\Gamma'.2)$$

$$B_{if}(GT_{0,\pm}) = \frac{1}{2I_i+1} | \langle I_f \| \mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1) \| I_i \rangle |^2$$

$$= \frac{1}{2J_i+1} | \langle J_f(I_f I_{zf} \| \sum \vec{\sigma}_n \tau_{0,\pm 1}^n \| J_f(I_i I_{zi}) \rangle |^2 \quad (\Gamma'.3)$$

όπου J_i και I_i (J_f και I_f), η αρχική (τελική) γωνιακή στροφορμή και ισοσπιν πυρηνικές καταστάσεις, αντίστοιχα. Οι μεταβάσεις Fermi προέρχονται απευθείας από

τη χρονική συνιστώσα της πυκνότητας του αδρονικού ρεύματος. Σε αυτές τις μεταβάσεις, ο προσανατολισμός του σπιν του κάθε πυρήνα διατηρείται, και, επομένως, η ολική γωνιακή στροφορμή του πυρήνα, επίσης, διατηρείται. Στην περίπτωση των μεταβάσεων Gamow-Teller (GT) οι μεταβάσεις προκύπτουν από τις χωρικές συνιστώσες της πυκνότητας του αδρονικού ρεύματος. Εισάγουν μια αντιστροφή του σπιν στον πυρήνα, και επομένως αλλάζουν την ολική στροφορμή κατά μια μονάδα. Και οι δυο μεταβάσεις, ωστόσο, διατηρούν την ομοτιμία και την ολική στροφορμή του πυρήνα. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο τελεστής Fermi ισούται με τον τελεστή του ισοσπιν υπολογίζεται με όλα τα τμήματα της πυρηνικής χαμιλτονιανής, εκτός από τη συνιστώσα Goulomb. Επομένως, οι μεταβάσεις Fermi μπορούν να συμβούν μόνο ανάμεσα σε καταστάσεις με το ίδιο ισοσπιν και στην περίπτωση αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων συγκεντρώνονται στην *ισοβαρή αναλογική κατάσταση* (IAS) του τελικού πυρήνα. Οι μεταβάσεις αυτές παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$B_{if}(F_{0,\pm}) = I(I+1) - I_z(I_z + M_z) \quad (\Gamma'.4)$$

όπου για το ολικό πυρηνικό ισοσπιν, I ισχύει $I = I_i = I_f$, $I_{zf} = I_z + M_z$ και $M_z = 0, \pm 1$. Η ροπή Fermi είναι ανάλογη του ολικού φορτίου μετάπτωσης:

$$\mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0) = \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} Q_V = \frac{g_V}{(4\pi)^{1/2}} (T_x - iT_y) \quad (\Gamma'.5)$$

Το στοιχείο πίνακα Q_V είναι μη μηδενικό μόνο για μεταπτώσεις μεταξύ ισοβαρών ανάλογων καταστάσεων για τις οποίες λαμβάνουμε:

$$B(F; TM_T \rightarrow TM_T \pm 1) = \frac{g_V^2}{4\pi} (T \mp M_T)(T \pm M_T + 1) \quad (\Gamma'.6)$$

Ο τελεστής Gamow-Teller (GT) δεν υπολογίζεται από της δυνάμεις της πυρηνικής χαμιλτονιανής, τις εξαρτώμενες από το σπιν και ισοσπιν, προκαλώντας μια μίξη των καταστάσεων στο χώρο τόσο του σπιν όσο και του ισοσπιν. Παρόλα αυτά, η συναφής μετάβαση του πυρήνα συγκεντρώνει την περισσότερη από την GT ισχύ σε μια στενή περιοχή κάθε μια από τις καταστάσεις του τελικού νουκλεονίου, που ονομάζεται γιγαντιαίοι συντονισμοί Gamow-Teller (GTGR). Η ροπή Gamow-Teller δίνεται από την έκφραση:

$$\mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) = \frac{g_A}{(4\pi)^{1/2}} \sum_k t_-(k) \sigma_\mu(k) \quad (\Gamma'.7)$$

Δεδομένου ότι οι επιτρεπτές μεταπτώσεις αναπαριστούν μια προσέγγιση που αγνοεί την μεταβολή της λεπτονικής κυματοσυνάρτησης εντός του πυρήνα, οι επιτρεπτές β ροπές είναι ανεξάρτητες από τη θέση των νουκλεονίων.

Σπίν J	Ομοτιμία	Κατάσταση
0	+	Επιτρεπόμενη Fermi
0	-	1η
1	+	Επιτρεπόμενη GT
1	-	1η
2	+	2η
2	-	1η
3	+	2η
3	-	3η
·	·	·
·	·	·

Πίνακας Γ'.1: Πολυπολικές συνεισφορές για τις επιτρεπόμενες και απαγορευμένες μεταβάσεις έως την $J = 3$. Η μετάβαση (GT) $0^+ \rightarrow 0^+$ δεν είναι επιτρεπτή.

Γ'.2 Μη επιτρεπτές μεταπτώσεις

Οι πρώτες απαγορευμένες μεταπτώσεις ($n = 1$) ελέγχονται από τα στοιχεία πίνακα των ροπών:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}(\rho_A, \lambda = 0) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \sum_k t_-(k) (\boldsymbol{\sigma}(k) \cdot \mathbf{v}_k) \\
 \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) &= g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_0 \\
 \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 1, \mu) &= g_V \sum_k t_-(k) r_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k) \\
 \mathcal{M}(j_V, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_V}{c} \sum_k t_-(k) (v_k)_{1\mu} \\
 \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) &= g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{1\mu} \\
 \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 2, \mu) &= g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_2(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{2\mu}
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \lambda_\pi = 0 - \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \lambda_\pi = 1 - \\
 \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \lambda_\pi = 2 - \quad (\Gamma'.8)$$

Οι ροπές που είναι ανεξάρτητες από τη θέση των νουκλεονίων συζευγνύονται με το μέρος εκείνο του λεπτονικού ρεύματος που είναι σταθερό εντός του όγκου του πυρήνα. Τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα για αυτές τις ροπές είναι ακριβώς ίδια με τα αντίστοιχα στοιχεία των 0^+ και 1^+ ροπών (με τα A και V εναλλαγμένα) αφού, για τις παραβιάσεις της ομοτιμίας στις β -αλληλεπιδράσεις, η σύζευξη στα λεπτόνια είναι ανεξάρτητη από την ομοτιμία των πυρηνικών ροπών.

Οι ροπές 0^- και 1^- που είναι γραμμικές στο r , συζευγνύονται με τα λεπτόνια μέσω της παραγώγου της λεπτονικής κυματοσυνάρτησης και έτσι πολλαπλασιάζονται

με ik , όπου k είναι ο λεπτονικός κυματάριθμος εντός του πυρήνα. Η εξάρτηση του k από την ενέργεια των εκπεμπόμενων λεπτονίων συνεπάγεται μια απόκλιση του φάσματος των ηλεκτρονίων από αυτό των επιτρεπτών μεταπτώσεων.

Παράρτημα Δ'

Δ'.1 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενικού αδρονικού ρεύματος

Η γενική ανάλυση των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, που περιγράφουν όλες τις ημι-λεπτονικές αντιδράσεις (σύλληψη μιονίου, σύλληψη ηλεκτρονίου κλπ), ξεκινάει με την χρήση της Χαμιλτονιανής

$$\hat{H}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x j_\mu^{lept}(x) \hat{\mathcal{J}}^\mu(x) \quad (\Delta'.1)$$

η οποία γράφεται ως ένα γινόμενο λεπτονικού j_μ^{lept} και αδρονικού $\hat{\mathcal{J}}^\mu$ ρεύματος. Θεωρώντας το στοιχείο πίνακα του λεπτονικού ρεύματος, μεταξύ μίας αρχικής $|i, \ell_i\rangle$ και μίας τελικής $|f, \ell_f\rangle$ κατάστασης του συστήματος που πραγματοποιείται η ημι-λεπτονική αντίδραση, στο χώρο των θέσεων αυτό γράφεται ως εξής:

$$\langle \ell_f | j_\mu^{lept} | \ell_i \rangle = \ell_\mu e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}}. \quad (\Delta'.2)$$

Έτσι, τα στοιχεία πίνακα της Χαμιλτονιανής (Δ'.1) θα έχουν την μορφή:

$$\langle f | \hat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} \langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu(x) | i \rangle. \quad (\Delta'.3)$$

Είναι σημαντικό στο σημείο αυτό να υποθέσουμε ό,τι η αρχική και τελική κατάσταση των πυρήνων καθορίζονται από καλά καθορισμένη ενέργεια, ορμή, ομοτιμία και ισοσπίν. Στη συνέχεια θα πρέπει να κατασκευάσουμε τις εκφράσεις που δίνουν τον τελεστή της πυκνότητας ρεύματος του πυρήνα-στόχου στη θέση x , $\hat{\mathcal{J}}_\mu(x)$.

Στηριζόμενοι στη μέθοδο Donnelly-Walecka, για τον υπολογισμό των ενεργών διατομών των ημι-λεπτονικών αλληλεπιδράσεων, το θεμελιώδες πρόβλημα των πολλών σωματίων του πυρήνα-στόχου αντιμετωπίζεται στην αναπαράσταση της πρώτης κβάντωσης. Στο σημείο αυτό, κάνουμε την θεμελιώδη υπόθεση ό,τι ο τελεστής

πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος προκύπτει θεωρώντας ότι τα νουκλεόνια κινούνται ανεξάρτητα μέσα στον πυρήνα. Στην αναπαράσταση πρώτης κβάντωσης, ο τελεστής πυκνότητας ρεύματος $\hat{J}_\mu(x)$ σε πυρηνικό επίπεδο γράφεται:

$$\mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^A \mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}_i) \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^A [J_\mu(\mathbf{x}_i) + J_{\mu 5} \mathbf{x}_i] \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (\Delta'.4)$$

όπου τα J_μ και $J_{\mu 5}$ προκύπτουν από τις εκφράσεις:

$$\langle p' | \hat{J}_\mu^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^V \gamma_\mu + F_2^V \sigma_{\mu\nu} q_\nu] \tau_\pm u(p) \quad (\Delta'.5)$$

$$\langle p' | \hat{J}_{\mu 5}^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^A \gamma_5 \gamma_\mu - i F_P \gamma_5 q_\mu] \tau_\pm u(p) \quad (\Delta'.6)$$

για το στοιχείο πίνακα του πολικού και αξονικού διανυσματικού ρεύματος αντίστοιχα.

Για τη μετατροπή των εκφράσεων των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα σε αντίστοιχες εύχρηστες εξισώσεις υπολογισμού μεταπτώσεων πυρηνικών στοιχείων πίνακα, είναι απαραίτητο να μεταφερθούμε σε μη-σχετικιστική εικόνα του προβλήματος πολλών νουκλεονίων (η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται ευρέως στην πυρηνική φυσική). Έτσι, εξαιτίας της μικρής μεταφερομένης ενέργειας στον πυρήνα, υιοθετούμε την μη-σχετικιστική προσέγγιση των πινάκων Dirac. Μετά από αρκετή επεξεργασία των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα στο χώρο των ορμών καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις για τις συνιστώσες της πυκνότητας ρεύματος:

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{q}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (\Delta'.7)$$

$$\mathbf{J}_\alpha^V(\mathbf{q}) = \left(\frac{F_1^\alpha}{2M} (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) + \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} i\sigma \times \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (\Delta'.8)$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{q}) = \left(\frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (\Delta'.9)$$

$$\mathbf{J}_\alpha^A(\mathbf{q}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (\Delta'.10)$$

Αντίστοιχα στο χώρο των θέσεων οι Εξ. (Δ'.7)-(Δ'.10) γράφονται:

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{r}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (\Delta'.11)$$

$$\mathbf{J}_\alpha^V(\mathbf{r}) = \left(-i \frac{F_1^\alpha}{2M} (\vec{\nabla} - \overleftarrow{\nabla}) - \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} \sigma \times \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (\Delta'.12)$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{r}) = \left(-i \frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (\vec{\nabla} - \overleftarrow{\nabla}) - i \frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (\Delta'.13)$$

$$\mathbf{J}_\alpha^A(\mathbf{r}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (\Delta'.14)$$

όπου ο ισοσπίν δείκτης $\alpha = \pm, 0$ δείχνει τον χαρακτήρα της μετάπτωσης. Αντικαθιστώντας τις Εξ. (Δ'.11)-(Δ'.14) στην Εξ. (Δ'.4) παίρνουμε τους τελεστές πυρηνικής πυκνότητας (δες Παράρτημα Δ'.4).

Δ'.2 Μέθοδος Donnelly-Walecka

Στόχος της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι η μελέτη ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων (και συγκεκριμένα της μιονικής σύλληψης και της σύλληψης ηλεκτρονίου) που συμβαίνουν στο πεδίο ενός πολύπλοκου πυρήνα ($A \geq 12$). Σε μία ενοποιημένη περιγραφή των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων από πλευρά πυρηνικής φυσικής, οι ρυθμοί αντίδρασης ή η ολική ενεργός διατομή μιας πυρηνικής αντίδρασης $\Gamma_{i \rightarrow f}$ μεταξύ της αρχικής $|i\rangle$ και της τελικής $|f\rangle$ κατάστασης γράφεται συναρτήσει των στοιχείων πίνακα της ενεργού Χαμιλτονιανής ως:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto |\langle f | H_{eff} | i \rangle|^2 \quad (\Delta'.15)$$

όπου H_{eff} είναι η ενεργός διατομή που προκύπτει με βάση την υπόθεση ανταλλαγής ενδιάμεσων σωματιδίων μεταξύ του αδρονικού $\hat{\mathcal{J}}^\mu$ και του λεπτονικού ℓ_μ^{lept} ρεύματος ως:

$$H_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int \ell_\mu^{lept}(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{J}}^\mu(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \quad (\Delta'.16)$$

Το στοιχείο πίνακα της Εξ. (Δ'.15) παριστάνει τον μετασχηματισμό Fourier των πυρηνικών στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος $\hat{\mathcal{J}}^\mu$, που για δεδομένο πυρήνα-στόχο προκύπτει με συνδιασμό της Εξ. (Δ'.4) και των (Δ'.11)-(Δ'.14). Για τις αντιδράσεις σύλληψης λεπτονίων, η μελέτη των οποίων είναι ο στόχος της παρούσας διατριβής, τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα, ℓ^μ , γράφονται ως $\bar{u}(\nu)\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)u(-\nu)$ και την μεταφερομένη ορμή να είναι ίση με $q = \nu - k$. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι από όλες τις πυρηνικές μεταβάσεις που θα προκύψουν από την αλληλεπίδραση λεπτονίου-πυρήνα μεγάλης σημασίας είναι εκείνες που συμβαίνουν ανάμεσα σε πυρηνικές καταστάσεις πολλών σωματιδίων που έχουν καλά καθορισμένους κβαντικούς αριθμούς σπιν, (J), ομοτιμίας, (π) και του ισοσπιν, (T). Τέτοιες καταστάσεις δηλώνονται ως $|J^\pi, T\rangle$ (J-projected method). Αυτές οι μεταβάσεις επιτρέπουν την εξερεύνηση της δομής των αδρονικών ρευμάτων [56, 58] του πυρηνικού στόχου και σε αυτές τις περιπτώσεις δρουν ως φίλτρο σπιν-ισοσπιν ανάγοντας το πολύπλοκο αδρονικό ρεύμα σε απλές ακριβείς μετρήσιμες συνιστώσες.

Από θεωρητικής άποψης, ο υπολογισμός των πλατών μετάβασης αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα, $\langle f | H_{eff} | i \rangle$, βασίζεται στην πολυπολική ανάλυση των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος η οποία οδηγεί σε ένα σύνολο οκτώ ανεξάρτητων μη-αναγωγίσιμων ταυστικών τελεστών [59, 63]. Ακολουθώντας την ανάλυση αυτή, τα πλάτη μετάβασης γράφονται στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \langle f | \left\{ \sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J \left(l_3 \hat{\mathcal{L}}_{J0}(\kappa) - l_0 \hat{\mathcal{M}}_{J0}(\kappa) \right) \right. \\ &+ \left. \sum_{\lambda = \pm 1} \sum_{J \geq 1} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J l_\lambda \left(\lambda \hat{\mathcal{T}}_{J-\lambda}^{mag}(\kappa) + \hat{\mathcal{T}}_{J-\lambda}^{el}(\kappa) \right) \right\} | i \rangle \end{aligned} \quad (\Delta'.17)$$

όπου οι πολυπολικοί τελεστές που υπεισέρχονται περιγράφονται παρακάτω [;]. Μια συνήθης διαδικασία που ακολουθείται σε μη προσανατολισμένους και σφαιρικούς στόχους, είναι η άθροιση πάνω στις τελικές καταστάσεις του στόχου και η εύρεση μέσου όρου ως προς τις αρχικές. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Wigner-Eclart (δες Παράρτημα Ε'.1) στα στοιχεία πίνακα των μή αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{\lambda=\pm 1} l_\lambda l_\lambda^* \sum_{J \geq 1} 2\pi \right. \\ &\times |\langle J_f || \lambda \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} + \hat{\mathcal{T}}_J^{el} || J_i \rangle|^2 + \sum_{J \geq 0} 4\pi \left[l_3 l_3^* |\langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle|^2 \right. \\ &\left. \left. + l_0 l_0^* |\langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle|^2 - 2Re \left(l_3 l_0^* \langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\Delta'.18)$$

Μετά την ταξινόμηση των όρων παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \\ &\times \left\{ \sum_{J \geq 0} \left[l_3 l_3^* |\langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle|^2 + l_0 l_0^* |\langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle|^2 \right. \right. \\ &- 2Re \left(l_3 l_0^* \langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle^* \right) \left. \right. \\ &+ \sum_{J \geq 1} \left[\frac{1}{2} (\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}^* - l_3 l_3^*) \left(|\langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{el} || J_i \rangle|^2 \right) \right. \\ &\left. \left. - \frac{i}{2} (\mathbf{1} \times \mathbf{1}^*)_3 \left(2Re \langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} || J_i \rangle \langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{el} || J_i \rangle^* \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\Delta'.19)$$

Για να περιγράψουμε την ενεργό διατομή, ή ακριβέστερα τον μερικό ρυθμό μετάβασης από την κατάσταση $|i\rangle$ στην κατάσταση $|f\rangle$ της μελετούμενης ημι-λεπτονικής πυρηνικής διαδικασίας πρέπει πρώτα να γίνει η άθροιση ως προς τις τελικές καταστάσεις των λεπτονικών σπιν και εύρεσης μέσου όρου ως προς τις αρχικές σπιν-καταστάσεις του εισερχομένου λεπτονίου, δηλαδή

$$\Gamma_{fi} \propto \frac{1}{2} \sum_{leptonspins} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2. \quad (\Delta'.20)$$

Δ'.3 Πολυπολικοί Τελεστές

Στην ενοποιημένη θεωρία των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων που αναπτύχθηκαν από τους Donnelly και Walecka [59, 94], όπως είδαμε προηγουμέ-

ως, οι υπολογισμοί των ρυθμών μετάπτωσης βασίζονται στην πολυπολική ανάπτυξη των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος. Αυτή η πολυπολική ανάπτυξη οδηγεί σε οκτώ ανεξάρτητους ανηγμένους ταυυστικούς πολυπολικούς τελεστές. Αυτοί οι τελεστές περιέχουν τις σφαιρικές συναρτήσεις Bessel, j_l , σε συνδιασμό με τις σφαιρικές αρμονικές, Y_M^L , ή τις διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές $\mathbf{Y}_M^{(L,1)J}$ και γράφονται:

$$M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(qr) Y_M^L(\hat{r}), \quad (\Delta'.21)$$

$$\mathbf{M}_M^{(L1)J}(q\mathbf{r}) = j_L(qr) \mathbf{Y}_M^{(L1)J}(\hat{r}). \quad (\Delta'.22)$$

όπου

$$\mathbf{Y}_M^{(L,1)J}(\hat{r}) = \sum_{M_L, q} \langle L m_L 1 q | J M \rangle Y_{M_L}^L(\hat{r}) \hat{e}_q \quad (\Delta'.23)$$

Οι παράμετροι $q^\mu = (q_0, \mathbf{q})$ προσδιορίζονται από την κινηματική κάθε διαδικασίας αντίστοιχα.

Δ'.4 Πολυπολυκοί πυρηνικοί τελεστές

Η διαδικασία της πολυπολικής ανάπτυξης Donnelly-Walecka [62, 63] δίνει οκτώ ανεξάρτητους ανηγμένους ταυυστικούς πολυπολικούς τελεστές. Οι τεσσέρις από αυτούς, όπως φαίνονται στη συνέχεια, προέρχονται από την πολική διανυσματική συνιστώσα, $\hat{J}_\lambda = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}})$ και οι άλλοι τέσσερις από την αξονική διανυσματική συνιστώσα $\hat{J}_\lambda^5 = (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5)$ του αδρονικού πυρηνικού ρεύματος:

$$\widehat{M}_{JM}(q) = \widehat{M}_{JM}^{coul} - \widehat{M}_{JM}^{coul5} = \int d\mathbf{r} M_M^J(q\mathbf{r}) \widehat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{r}), \quad (\Delta'.24)$$

$$\widehat{\mathcal{L}}_{JM}(q) = \widehat{L}_{JM} - \widehat{L}_{JM}^5 = i \int d\mathbf{r} \left(\frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\Delta'.25)$$

$$\widehat{T}_{JM}^{el}(q) = \widehat{T}_{JM}^{el} - \widehat{T}_{JM}^{el5} = \int d\mathbf{r} \left(\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\Delta'.26)$$

$$\widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}(q) = \widehat{T}_{JM}^{mag} - \widehat{T}_{JM}^{mag5} = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}). \quad (\Delta'.27)$$

διότι υιοθετώντας τη θεωρία V-A ισχύει:

$$\widehat{\mathcal{J}}_\mu = \hat{J}_\mu - \hat{J}_\mu^5 = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}}) - (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5) \quad (\Delta'.28)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις των οκτώ μη αναγωγίσιμων ταυυστικών τελεστών Εξ. (Δ'.24)-(Δ'.27) περιγράφουν όλες τις ασθενείς ημι-λεπτονικές αντιδράσεις με πυρήνες, και είναι ταυυστικοί τελεστές τάξης J και δρουν στον χώρο Hilbert του πυρηνικού συστήματος που μελετάμε.

Αυτοί οι πολυπολικοί τανυστικοί τελεστές μπορούν να γραφούν συναρτήσει των επτά βασικών τελεστών $T_i^{JM}(\mathbf{qr})$, $i = 1, 2, \dots, 7$ ως:

$$\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr}) = F_1^V(q_\mu^2)M_M^J(\mathbf{qr}), \quad (\Delta'.29)$$

$$\hat{L}_{JM}(\mathbf{qr}) = \frac{q_0}{q}\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr}), \quad (\Delta'.30)$$

$$\hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[F_1^V(q_\mu^2)\Delta_M^J(\mathbf{qr}) + \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}) \right], \quad (\Delta'.31)$$

$$i\hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[F_1^V(q_\mu^2)\Delta_M^J(\mathbf{qr}) - \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}) \right], \quad (\Delta'.32)$$

$$i\hat{M}_{JM}^5(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[F_A(q_\mu^2)\Omega_M^J(\mathbf{qr}) + \frac{1}{2}(F_A(q_\mu^2) + q_0F_P(q_\mu^2))\Sigma_M^J(\mathbf{qr}) \right] \quad (\Delta'.33)$$

$$-i\hat{L}_{JM}^5(\mathbf{qr}) = \left[F_A(q_\mu^2) - \frac{q^2}{2M_N}F_P(q_\mu^2) \right] \Sigma_M^J(\mathbf{qr}), \quad (\Delta'.34)$$

$$-i\hat{T}_{JM}^{el5}(\mathbf{qr}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}), \quad (\Delta'.35)$$

$$\hat{T}_{JM}^{mag5}(\mathbf{qr}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}). \quad (\Delta'.36)$$

ή πιο συνοπτικά γράφονται ως:

$$\widehat{\mathcal{M}}_{JM}(qr) = \widehat{M}_{JM}^{coul} + \widehat{M}_{JM}^{coul5} \quad (\Delta'.37)$$

$$= F_1^V M_M^J(qr) - i\frac{q}{M_N}[F_A\Omega_M^J(qr) + \frac{1}{2}(F_A + q_0F_P)\Sigma_M^J(qr)]$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{L}}_{JM}(qr) &= \widehat{L}_{JM} + \widehat{L}_{JM}^5 \\ &= \frac{q_0}{q}F_1^V M_M^J(qr) + iF_A\Sigma_M^J(qr) \end{aligned} \quad (\Delta'.38)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}(qr) &= \widehat{T}_{JM}^{el} + \widehat{T}_{JM}^{el5} \\ &= \frac{q}{M_N}[F_1^V \Delta_M^J(qr) + \frac{1}{2}\mu^V\Sigma_M^J(qr)] + iF_A\Sigma_M^J(qr) \end{aligned} \quad (\Delta'.39)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{magn}(qr) &= \widehat{T}_{JM}^{magn} + \widehat{T}_{JM}^{magn5} \\ &= -\frac{q}{M_N}[F_1^V \Delta_M^J(qr) - \frac{1}{2}\mu^V\Sigma_M^J(qr)] + iF_A\Sigma_M^J(qr) \end{aligned} \quad (\Delta'.40)$$

Από αυτούς τους τελεστές μόνο οι επτά είναι γραμμικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, καθώς όπως φαίνεται και στην Εξ. (Δ'.30) ο τελεστής $\hat{L}_{JM}(\mathbf{qr})$ γράφεται συναρτήσει του $\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr})$. Η πολική διανυσματική συνιστώσα του ρεύματος J_μ οδηγεί στους τελεστές: Coulomb (M_{JM}^{coul}), longitudinal (L_{JM}), transverse electric (T_{JM}^{el}) και transverse magnetic (T_{JM}^{mag}). Από αυτούς οι τρεις πρώτοι τελεστές έχουν κανονική ομοτιμία (normal parity $\pi = (-)^J$) ενώ ο τελεστής T_{JM}^{mag} έχει μη-κανονική ομοτιμία (ubnormal parity $\pi = (-)^{J+1}$). Αντίστοιχα, η αξονική διανυσματική συνιστώσα του ρεύματος, οδηγεί στους τελεστές (M_{JM}^{coul5}), (L_{JM}^5), (T_{JM}^{el5}) και (T_{JM}^{mag5})

εκ των οποίων οι τρεις πρώτοι έχουν μη-κανονική ομοτιμία και ο τελευταίος κανονική. Οι παραπάνω τελεστές υπεισέρχονται ανάμεσα στην αρχική $|J_i^\pi, T_i\rangle$ και τελική $|J_f^\pi, T_f\rangle$ κατάσταση ώστε να προκύψει η συνεισφορά τους στη διαδικασία της αντίδρασης.

Στις σχέσεις (Δ'.29)-(Δ'.36) εμφανίζονται οι παράγοντες δομής ελευθέρου νουκλεονίου $F_X(q_\mu^2)$, $X=1, A, P$ και $\mu^V(q_\mu^2)$, η ανάλυση των οποίων γίνεται στο Παράρτημα Δ'.7

Δ'.5 Αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου

Οι παραπάνω τελεστές συμβολίζονται ως $T_i^{JM}(q\mathbf{r})$, $i=1, 2, \dots, 7$ και στην αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$T_1^{JM} \equiv M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(\rho) Y_M^L(\hat{r}), \quad (\Delta'.41)$$

$$T_2^{JM} \equiv \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\Delta'.42)$$

$$T_3^{JM} \equiv \Sigma'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left[\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\Delta'.43)$$

$$T_4^{JM} \equiv \Sigma''_M{}^J(q\mathbf{r}) = \left[\frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\Delta'.44)$$

$$T_5^{JM} \equiv \Delta_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\Delta'.45)$$

$$T_6^{JM} \equiv \Delta'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left[\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\Delta'.46)$$

$$T_7^{JM} \equiv \Omega_M^J(q\mathbf{r}) = M_M^J(q\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla. \quad (\Delta'.47)$$

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί πως ανάλογα με την ομοτιμία της πολυπολικής μετάπτωσης $|J_m^\pi\rangle$ της υπό μελετη αντίδρασης, στους ρυθμούς σύλληψης ή αντίστοιχα στις ενεργές διατομές σε ένα δεδομένο πυρηνικό ισότοπο, από τους οκτώ πολυπολικούς τελεστές θα συνεισφέρουν εκείνοι η ομοτιμία των οποίων συμπίπτει με εκείνη της πυρηνικής μετάπτωσης (κανονικής ή μη ομοτιμίας).

Δ'.6 Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις ανηγμένων στοιχείων πίνακα

Οι συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα της μορφής $\langle j_1 || T_i^J || j_2 \rangle$ των επτά βασικών τελεστών των Εξ. (Δ'.41)-(Δ'.47) γράφονται ως:

$$\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle = e^{-y} y^{\beta/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \mathcal{P}_\mu^J y^\mu, \quad y = (qb/2)^2 \quad (\Delta'.48)$$

Στο άθροισμα, το άνω όριο n_{max} παριστάνει τον μέγιστο αριθμό των κβάντων αρμονικού ταλαντωτή που περιλαμβάνονται στο χώρο μοντέλου που επιλέχθηκε.

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - \beta)/2. \quad (\Delta'.49)$$

Λεπτομερής ανάλυση των συμπαγών αναλυτικών εκφράσεων των ανηγμένων στοιχείων πίνακα υπάρχουν στις εργασίες [94, 129, 130]. Επιπλέον οι εκφράσεις των συντελεστών \mathcal{P}_μ^J και οι ακέραιοι αριθμοί β των παραπάνω εξισώσεων βρίσκονται αναλυτικά γραμμένοι στην εργασία [94].

Στα πλαίσια της pn-QRPA, τα απαραίτητα ανηγμένα στοιχεία πίνακα μεταξύ της αρχικής $|0_{gs}^+\rangle$ και οποιασδήποτε τελικής $|f\rangle$ κατάστασης που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς των μερικών ρυθμών συλληψης ή και των ενεργών διατομών γράφονται ως:

$$\langle f | \hat{T}^J | 0_{gs}^+ \rangle = \sum_{j_2 \geq j_1} \frac{\langle j_2 | \hat{T}^J | j_1 \rangle}{[J]} [X_{j_2 j_1} u_{j_2}^p v_{j_1}^n + Y_{j_2 j_1} v_{j_2}^p u_{j_1}^n] \quad (\Delta'.50)$$

όπου u_j και v_j είναι τα πλάτη πιθανότητας για κάθε j -επίπεδο να είναι μη-κατειλημμένο ή κατειλημμένο αντίστοιχα [92]. Στην σχέση ($\Delta'.50$) χρησιμοποιείται ο συμβολισμός $[J]$ για τον οποίο ισχύει $[J] = \sqrt{2J+1}$.

Δ΄.7 Παράγοντες δομής νουκλεονίου

Στις Εξ. ($\Delta'.29$) - ($\Delta'.36$) εμφανίζονται οι παράγοντες δομής ελευθέρου νουκλεονίου $F_X(q_\mu^2)$, $X=1, A, P$ και $\mu^V(q_\mu^2)$ που είναι συναρτήσεις του q_μ^2 . Αυτοί οι παράγοντες δομής μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$F_1^V(q_\mu^2) = 1.000 \left[1 + \left(\frac{q}{840 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (\Delta'.51)$$

$$\mu^V(q_\mu^2) = 4.706 \left[1 + \left(\frac{q}{840 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (\Delta'.52)$$

$$F_A(q_\mu^2) = g_A \left[1 + \left(\frac{q}{1032 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (\Delta'.53)$$

$$F_P(q_\mu^2) = \frac{2 m_N F_A(q_\mu^2)}{q^2 + m_\pi^2} \quad (\Delta'.54)$$

όπου m_N είναι η μάζα του νουκλεονίου και g_A είναι η σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου.

Παράρτημα Ε΄

Ε΄.1 Θεώρημα Wigner-Eckart

Σύμφωνα με το θεώρημα Wigner-Eckart τα στοιχεία πίνακα των μη αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών μπορούν να γραφούν με την βοήθεια των 3-j συμβόλων ως:

$$\langle J_f M_f | \widehat{\mathcal{T}}^{JM} | J_i M_i \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}^J || J_i \rangle \quad (\text{Ε΄.1})$$

Για την ισχύ του θεωρήματος Wigner-Eckart θα πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω κανόνες επιλογής:

- $M_f = M + M_i$
- $|J_f - J| \leq J_i \leq J_f + J$

Ε΄.2 Συντελεστές Clebsch-Gordan

Η κατασκευή μιας κατάστασης ενός συστήματος, στροφορμής J και αντίστοιχης προβολής M , από δύο άλλες καταστάσεις που έχουν αντίστοιχα j_i, m_i ($i = 1, 2$) γράφεται:

$$\psi(j_1 j_2 J M) = \sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | J M) \psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) \quad (\text{Ε΄.2})$$

Οι συντελεστές Clebsch-Gordan $(j_1 m_1 j_2 m_2 | J M)$ είναι πραγματικοί έτσι ώστε

$$(j_1 j_1 j_2 j_2 | j_1 + j_2 j_1 + j_2) = 1, \quad (j_1 m_1 j_2 - j_2 | j m) \geq 0 \quad (\text{Ε΄.3})$$

Έτσι έχουμε

$$(j_1 m_1 j_2 m_2 | J M) = \langle \psi(j_1 j_2 J M) | \psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) \rangle \quad (\text{Ε΄.4})$$

που είναι ένας πίνακας ενός μοναδιαίου μετασχηματισμού:

$$\psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) = \sum_{JM} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) \psi(j_1 j_2 JM) \quad (\text{E'.5})$$

Χρήσιμες σχέσεις είναι οι ακόλουθες:

$$\sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) (j_1 m_1 j_2 m_2 | J' M') = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (\text{E'.6})$$

$$\sum_{JM} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) (j_1 m'_1 j_2 m'_2 | JM) = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2} \quad (\text{E'.7})$$

Ε'.3 3-j Σύμβολα

Τα 3-j σύμβολα [1] που χρησιμοποιούνται και στο θεώρημα Wigner-Eckart που είδαμε προηγουμένως, που χρησιμοποιούνται για την σύζευξη δύο στροφορμών j_1 και j_2 όπου $j_3 = j_1 + j_2$ μπορούν να γραφούν με την βοήθεια των συντελεστών Clebsch-Gordan ως:

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \equiv (-1)^{j_1 - j_2 - m_3} [j_3]^{-1} (j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 - m_3). \quad (\text{E'.8})$$

$$= 0 \quad \text{if } m_1 + m_2 + m_3 \neq 0 \quad \text{and } j_1 + j_2 \neq j_3 \quad (\text{E'.9})$$

Και αντιστοίχως παίρνουμε:

$$(j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3) = (-1)^{j_1 - j_2 - m_3} [j_3] \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & -m_3 \end{pmatrix} \quad (\text{E'.10})$$

Ε'.4 6-j Σύμβολα

Για την σύζευξη τριών στροφορμών j_1, j_2, j_3 θα πρέπει να γίνουν δύο συζεύξεις, πρώτα από τα $j_1 + j_2$ να πάρουμε το j_{12} το οποίο στη συνέχεια θα συζευχθεί με το j_3 και θα δώσει το J . Το ίδιο αποτέλεσμα μπορούμε να έχουμε αν αρχικά γίνει η σύζευξη $j_2 + j_3$ και στην συνέχεια με το j_1 δίνοντας μας το J . Η σύζευξη που προαναφέραμε πραγματοποιείται με την χρήση των συμβόλων 6-j [1] μέσω της σχέσης:

$$\langle j_1 j_2 (j_{12}) j_3; J | j_1, j_2 j_3 (j_{23}); J \rangle \equiv (-1)^{j_1 + j_2 + j_3 + J} [j_{12}] [j_{23}] \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix}. \quad (\text{E'.11})$$

Όσον αφορά τα 6-j σύμβολα ισχύει:

$$\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix} = 0, \quad \text{αν δεν ισχύει} \quad \begin{aligned} |j_1 - j_2| &\leq j_{12} \leq j_1 + j_2 \\ |j_3 - j_2| &\leq j_{23} \leq j_3 + j_2 \\ |j_1 - J| &\leq j_{23} \leq j_1 + J \\ |j_3 - J| &\leq j_{12} \leq j_3 + J \end{aligned} \quad (\text{E'.12})$$

E'.5 9-j Σύμβολα

Τέλος για την σύζευξη τεσσάρων στροφορμών j_1, j_2, j_3, j_4 μπορούμε να ακολουθήσουμε τις εξής συζεύξεις:

- $j_1 + j_3 = j_{13}, j_2 + j_4 = j_{24}, j_{13} + j_{24} = J$
- $j_1 + j_2 = j_{12}, j_3 + j_4 = j_{34}, j_{12} + j_{34} = J$

Για την παραπάνω σύζευξη χρησιμοποιούμε τα σύμβολα 9-j [1] και έχουμε:

$$\langle j_1 j_3 (j_{13}) j_2 j_4 (j_{24}); J | j_1 j_2 (j_{12}) j_3 j_4 (j_{34}); J \rangle = [j_{13}] [j_{24}] [j_{12}] [j_{34}] \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & j_4 & j_{34} \\ j_{13} & j_{24} & J \end{Bmatrix} \quad (\text{E'.13})$$

Στις παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιείται ο συμβολισμός $[j_i]$ όπου $[j_i] = \sqrt{2j_i + 1}$.

E'.6 Συντελεστές Racah W

Οι συντελεστές Racah είναι ίδιοι με τα 6-j σύμβολα διαφέροντας μόνο κατά ένα παράγοντα φάσης:

$$\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix} = (-1)^{j_1 + j_{12} + j_3 + j_{23}} W(j_1 j_2 J j_3; j_{12} j_{23}). \quad (\text{E'.14})$$

Το πλεονέκτημα του ανωτέρου τύπου είναι πως αντί για τους συντελεστές Racah μπορούμε να χρησιμοποιούμε τα 6-j σύμβολα που λόγω των συμμετρικών τους ιδιοτήτων είναι ευκολότερο να τα θυμόμαστε.

Επιπλέον, οι συντελεστές Racah συνδιάζονται με τους συντελεστές επανασύζευξης ως:

$$W(j_1 j_2 J j_3; j_{12} j_{23}) \equiv [(2j_{12} + 1)(2j_{23} + 1)]^{-1/2} \langle (j_1, (j_2 j_3) j_{23}) J | ((j_1 j_2) j_{12}, j_3) J \rangle. \quad (\text{E'.15})$$

Παράρτημα ϵ'

$\epsilon'.1$ Η κυματοσυνάρτηση του μιονίου σε ένα μιονικό άτομο

Για τους ακριβείς υπολογισμούς της κυματοσυνάρτησης του μιονίου, $\Phi_{1s}(\mathbf{r})$, είναι απαραίτητη η χρήση μιας συγκεκριμένης υπολογιστικής μεθόδου. Ωστόσο, αυτό μπορεί να αποφευχθεί χρησιμοποιώντας είτε την τιμή της όταν $r \simeq 0$, δηλαδή $\Phi_{1s}(r \simeq 0)$, είτε όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα ;;, χρησιμοποιώντας μια μέση τιμή $\langle \Phi_{1s} \rangle$, η οποία δίνεται σε σχέση με το effective πυρηνικό φορτίο Z_{eff} , το οποίο βλέπει το δέσμιο μόνιο ως

$$\langle \Phi_{1s} \rangle^2 = \frac{1}{\pi} \alpha^3 m_\mu^3 \frac{Z_{eff}^4}{Z} \quad (\epsilon'.1)$$

(το α υποδηλώνει την σταθερά της λεπτής υφής). Η ποσότητα Z_{eff} μπορεί να προσεγγισθεί από την εξίσωση $Z_{eff}^4 = \pi \alpha_0^3 \langle \rho \rangle$, όπου α_0 είναι η ακτίνα Bohr του μιονίου και $\langle \rho \rangle$ είναι η μέση πυκνότητα φορτίου του μητρικού πυρήνα [127]. Για τους ελαφρείς πυρήνες $Z_{eff} \simeq Z$ αλλά για τους βαρύτερους $Z_{eff} \ll Z$.

Σε πρόσφατες μελέτες η ακριβής κυματοσυνάρτηση του δέσμιου μιονίου παρέχεται λύνοντας τις εξισώσεις Schroedinger και Dirac χρησιμοποιώντας τεχνικές νευρωνικών δικτύων ή με γενετικούς αλγόριθμους [79, 80, 128]. Στην εργασία των Zinner, Langanke και Vogel [74], για την περιγραφή της ακριβής κυματοσυνάρτησης δέσμιου μιονίου, θεωρούν στη λύση της Εξίσωσης Dirac την πυκνότητα μιονίου πέρα από τα όρια του πυρήνα. Οι συγγραφείς αυτοί χρησιμοποιούν την ακριβή μορφή της κυματοσυνάρτησης του μιονίου και για άλλες μιονικές τροχιές όπως Φ_{2p} , κλπ οι οποίες θεωρούν ότι έχουν αρκετά μεγάλη συνεισφορά [74].

Σε σχετικιστικό επίπεδο, η μελέτη των αντιδράσεων δέσμιου μιονίου απαιτεί την επίλυση της εξίσωσης Dirac, όπως είδαμε στο Παράρτημα (Α'.2). Επειδή ο πυρήνας θεωρείται σφαιρικά συμμετρικός, η εστίαση γίνεται στο ακτινικό μέρος των δύο συνιστωσών, της μικρής $f(r)$ και της μεγάλης συνιστώσας $g(r)$ [4, 5, 74, 79, 80]. Σε αυτή την περίπτωση η κυματοσυνάρτηση του μιονίου έχει την μορφή σαν αυτή που περιγράφηκε προηγουμένως (δες Παράρτημα (Α'.2) Εξ. (Α'.34))

όπου οι ακτινικές συναρτήσεις ικανοποιούν τις σχέσεις (Α'.35) και αντίστοιχα για την $\chi_{κμ}$ ισχύουν οι ορισμοί του Παραρτήματος (Α'.2) Εξ.(Α'.27).

Οι παραπάνω Εξισώσεις είναι πολύ γενικές για την περιγραφή των εξισώσεων Dirac, λεπτομερής ανάλυση αυτών μπορεί να βρεθεί στις Εργασίες [78, 79]. Καθώς το μίονιο συλλαμβάνεται από την 1s τροχιά έχουμε $\ell = 0$ και $\ell' = 1$. Έτσι καθώς το ℓ' είναι μη μηδενικό πλέον δεν μπορεί απλά να πολλαπλασιάζεται η κυματοσυνάρτηση με τους μη-αναγωγίσιμους πυρηνικούς τελεστές και να έχουμε καλά ορισμένη ολική στροφορμή.

Λεπτομέρειες της επίλυσης των παραπάνω εξισώσεων χρησιμοποιώντας την μέθοδο που προαναφέραμε θα βρείτε [4, 5, 74, 78–80].

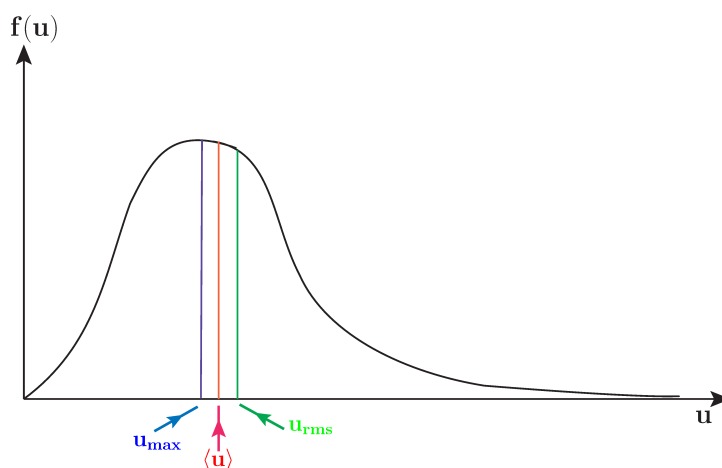
Παράρτημα Ζ'

Ζ'.1 Κατανομή Maxwell-Boltzmann

Όπως αναφέραμε στο Κεφ. 6 τα εισερχόμενα ηλεκτρόνια στην αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ακολουθούν την κατανομή Maxwell-Boltzmann. Σύμφωνα με την κατανομή Maxwell-Boltzmann, η συνάρτηση κατανομής των μορίων του αερίου, δίνεται από την σχέση:

$$f(v) = 4\pi^{-1/2} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(\frac{-mv^2}{2kT} \right) \quad (Z'.1)$$

Η παραπάνω σχέση μας παρέχει το κλάσμα των μορίων ανά μονάδα όγκου ενός αερίου που οι ταχύτητες τους βρίσκονται σε ένα μοναδιαίο διάστημα που εμπεριέχει τη συγκεκριμένη ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης της κατανομής Maxwell-Boltzmann φαίνεται στο Σχήμα Ζ'.1.



Σχήμα Ζ'.1: Κανονική μορφή κατανομής Maxwell-Boltzmann.

Όπως θα περίμενε κανείς, η συνάρτηση μηδενίζεται για $v = 0$ καθώς και για $v \rightarrow \infty$, αφού δεν υπάρχουν ακίνητα μόρια ή μόρια κινούμενα με άπειρη ταχύτητα.

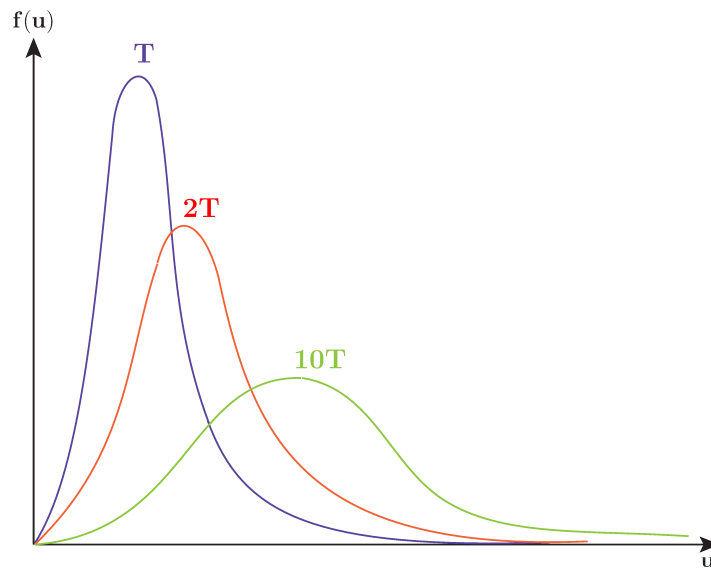
Επιπλέον, χρήσιμες ποσότητες που μπορούμε να υπολογίσουμε μέσω της κατανομής Maxwell-Boltzmann είναι [3, 185]:

1) η μέση ταχύτητα των μορίων $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

2) η ενεργός ταχύτητα των μορίων $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

3) η v_{max} στην οποία μεγιστοποιείται η κατανομή (έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα να εμφανιστεί), $v_{max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.

Παρατηρούμε ότι $v_{max} < \langle v \rangle < v_{rms}$. Στο σχήμα Ζ'.2 δίνονται οι αντίστοιχες κατανομές για τρεις διαφορετικές θερμοκρασίες. Εφόσον το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη είναι σταθερό, όσο αυξάνει η θερμοκρασία, επειδή η πιθανότητα των μεγάλων ταχυτήτων αυξάνει, η καμπύλη μετακινείται δεξιά και το μέγιστο αυξάνει.



Σχήμα Ζ'.2: Μεταβολή της κατανομής Maxwell-Boltzmann με την θερμοκρασία. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, τόσο και η κατανομή μετατοπίζεται προς τα δεξιά και το μέγιστό της χαμηλώνει.

Βιβλιογραφία

- [1] A. de Shalit and H. Feashbach, *Theoretical Nuclear Physics*, Vol. I, (Wiley and Sons, New York, 1974).
- [2] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear structure, vol I*, (Benjamin, New York 1969).
- [3] A.R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, (Princeton Univ. Press, 1985).
- [4] M.E. Rose, *Relativistic Electron Theory*, (Wiley and Sons, New York, 1961).
- [5] M. Morita, *Beta Decay and Muon Capture*, (W.A. Benjamin, Philippines, 1973).
- [6] P.J. Brussaard and P.W.M. Glaudemans, *Shell-Model Applications in Nuclear Spectroscopy*, (North-Holland Publishing Company, 1977).
- [7] W.S.C. Williams *Nuclear and Particle Physics* (Oxford, 1991).
- [8] M.G. Mayer and J.D. Jensen *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, (Wiley and Sons, New York, 1955).
- [9] A.C. Phillips *The Physics of Stars*, (Willey, New York, 1999).
- [10] D.D. Clayton, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, (University of Chicago Press, Chicago IL, 1983).
- [11] H. Goldberg and M.D. Scadron, *Physics of Stellar Evolution and Cosmology*, (Gordon and Breach, New York, 1981).
- [12] F.H. Shu, *The Physical Universe: An Indroduction to Astronomy*, (University Science Books, Mill Valley, 1982. Ελληνική έκδοση: *Δομή και Εξέλιξη του Σύμπαντος* (Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, 1990).

- [13] J.N. Bachall, *Neutrino Astrophysics*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
- [14] H.A. Bethe and J.R. Wilson, *Astrophys. J.* **295** (1985) 14.
- [15] H. Suzuki, *Spinger-Verlag* **730** (1994) 763.
- [16] S. Chandrasekar, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **50** (1938) 771.
- [17] H.T. Janka, K. Langanke, A. Mareka, G. Martinez-Pinedo and B. Mulera, *Phys. Rept.* **442** (2007) 38.
- [18] H.T. Janka, A. Marek, and F.S. Kitaura, *AIP Conf.Proc.* **937** (2007) 144.
- [19] A. Burrows, E. Livne, L. Dessart, C.D. Ott, and J. Murphy, *Astrophys. J.* **655** (2007) 416.
- [20] E.M. Burbidge, G.R. Burbidge, W.A. Fowler, and F. Hoyle, *Rev. Mod. Phys.* **29** (1957) 547.
- [21] A. G. W. Cameron, *P.A.S.P* **96** (1957) 201.
- [22] J. Pruet, R.D. Hoffman, S.E. Woosley, H.-T. Janka and R. Buras, *Astrophys. J.* **644** (2006) 1028.
- [23] S.E. Woosley and R.D. Hoffman, *Astrophys. J.* **395** (1992) 202.
- [24] S.E. Woosley and T.A. Weaver, *Astrophys. J. Suppl.* **101** (1995) 181.
- [25] B.S. Meyer et al., *Astrophys. J.* **399** (1992) 656.
- [26] G. M. Fuller and B. S. Meyer, *Astrophys. J.* **453** (1995) 792.
- [27] F. Hoyle, W.A Fowler *Astrophys.J.* **132** (1960) 565; *Astrophys.J.* **134** (1961) 1028.
- [28] W.A Fowler, F. Hoyle, *Astrophys.J.Suppl.* **9** (1964) 201.
- [29] J.W. Truran, I.J. Iben *Ap. J.* **216** (1977) 797.
- [30] W.D. Arnett and F.K. Thielemann *Ap. J.* **295** (1985) 589.
- [31] I. Barafee, N. Prantzos, *Astron. Astrophys.* **258** (1992) 357.
- [32] J.P. Arcoragi, N. Langer and M. Arnould *Astron. Astrophys.* **249** (1991) 134.
- [33] C.M. Raiteri M. Busso, R. Gallino and L. Pulone *Ap. J.* **367** (1991b) 228.
- [34] D.N. Schwarzschild, R. Harm *Ap. J.* **150** (1967) 961.

- [35] R.K. Ulrich, *In Explosive Nucleosynthesis*, (Austin Univ. Texas Press, 1973).
- [36] C. Sneden, M. Parthasarathy *Ap. J.* **267** (1983) 757.
- [37] C. Sneden, C.A. Pilachowski *Ap. J. Lett.* **288** (1985) L55.
- [38] K.L. Kratz, J.P. Bitouzet, F.K. Thielemann, P. Moller and B. Pfeiffer *Ap. J.* **403** (1993) 216.
- [39] K.L. Kratz et al., *J. Phys. G* **24** (1988) S331.
- [40] E. Anders and N. Grevesse *Geochim. Cosmochim. Acta* **53** (1989) 197.
- [41] F. Kappeler, H. Beer and K. Wisshak *Rep. Prog. Phys.* **52** (1989) 945
- [42] M. Punturo, M. Abernathy, K.D. Kokkotas, et al., *Class. Quant. Grav.* **27** (2010) 084007.
- [43] N. Andersson, V. Ferrari, D.I. Jones, K.D. Kokkotas, et al., *Gen.Rel.Grav.* **43** (2011) 409.
- [44] N.T. Zinner *Nuclear Reactions for Nuclear Astrophysics*, PhD. Thesis, Univ. of Aarhus (2007).
- [45] N.C. Mukhopadhyay, *Phys. Rep.* **50** (1977) 1.
- [46] R. Rosenfelder, *Nucl. Phys. A* **290** (1977) 315.
- [47] R. Rosenfelder, *Nucl. Phys. A* **298** (1978) 397.
- [48] D.F. Measday, *Phys. Rep.* **354** (2001) 243.
- [49] T. Suzuki, D.F. Measday and J.P. Poalsvig, *Phys. Rev. C* **35**(1987) 2212.
- [50] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **50** (1994) 5.
- [51] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Nucl. Phys. A* **613** (1997) 382.
- [52] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 055502.
- [53] E. Borie, G.A. Rinker *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 1.
- [54] T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **683** (2001) 443.
- [55] T.W. Donnelly and J.D. Walecka *Phys. Lett. B* **41**(1972) 275.
- [56] T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Nucl. Phys. A* **201** (1973) 81.
- [57] J.S. O'Connell, T.W. Donnelly, J.D. Walecka, *Phys. Rev. C* **6**(1972) 719.

- [58] T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Nucl. Phys. A* **274** (1976) 368.
- [59] T.W. Donnelly and R.D. Peccei, *Phys. Rep.* **50** (1979) 1.
- [60] L.L. Foldy and J.D. Walecka, *Nuovo Cimento* **34** (1964) 1026.
- [61] N.V. Giai, N. Auerbach and A.Z. Mekjian, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 1444.
- [62] J.D. Walecka, In *Muon Physics*, Vol. 2, ed. V.W. Hughes and C.S. Wu (Academic Press, New York, 1975) p. 113, Semi-leptonic weak interactions in nuclei.
- [63] J.D. Walecka, *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics*, Oxford Univ. Press, 1995.
- [64] H. Primakoff, *Rev. Mod. Phys.* **31** (1959) 802.
- [65] H. Primakoff, *Phys. Rev. B* **133** (1964) 186.
- [66] A. Bogan, *Nucl. Phys. B* **5** (1968) 431.
- [67] A. Bogan, *Nucl. Phys. A* **201** (1973) 41.
- [68] B. Goulard and H. Primakoff, *Phys. Rev. C* **10** (1974) 2034.
- [69] B. Goulard and H. Primakoff, *Phys. Rev. C* **11** (1975) 1894.
- [70] N. Auerbach, L. Zamick and A. Klein *Phys. Lett. B* **118**(1982) 256.
- [71] N. Auerbach and A. Klein *Nucl. Phys. A* **422** (1984) 480.
- [72] M.G. Urin and O.N. Vyazankin *Nucl. Phys. A* **537** (1992) 534.
- [73] T.S. Kosmas, Amand Faessler, J.D. Vergados, *J. Phys. G* **23** (1997) 693.
- [74] N.T. Zinner, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 024326.
- [75] T. Marketin, N. Paar, T. Niksic and D. Vretenar, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 054323.
- [76] R.A. Eramzhyan, V.A. Kuz'min and T.V. Tetereva, *Nucl. Phys. A* **642** (1998) 428.
- [77] V.A. Kuz'min, T.V. Tetereva, K. Junker and A. Ovchinnikova, *J. Phys. G* **28** (2002) 665.
- [78] W. Greiner, *Relativistic Wave Equations*, 3rd English edition (Spinger-Verlag, Berlin/Heidelberg,2000).
- [79] I.S. Kardaras *MSc. Thesis, Univ. of Ioannina* (2010).

- [80] I.S. Kardaras, V.N Stavrou, I.G. Tsoulos and T.S. Kosmas *J.Phys. Conf.Ser.* **410** (2013) 012127.
- [81] N.C. Mukhopadhyay, *Nucl. Phys. A* **335** (1980) 111.
- [82] M. Conversi et al, *Phys. Rev. B* **136** (1964) 1077.
- [83] L.M. Rosenstein and I.S. Hammeraman, *Phys. Rev. C* **8** (1973) 603.
- [84] M. Dobeli et al, *Phys. Rev. C* **37** (1988) 1633.
- [85] A. Bogan *Phys. Lett.* **22** (1969) 71.
- [86] H.P. Povel et al, *Phys. Lett. B* **33** (1970) 620.
- [87] D. Chutmen, *Nucl. Phys.* **28** (1975) 532.
- [88] D. Duplain, B. Goulard and J. Joseph, *Phys. Rev. C* **12** (1975) 28.
- [89] D.J. Dean, K. Langanke, L. Chatterjee, P.B. Radha and M.R. Strayer, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 536.
- [90] E. Kolbe, K. Langanke and G. Martinez-Pinedo, *Phys. Rev. C* **60** (1999) 052801.
- [91] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 819.
- [92] T.S. Kosmas, J.D. Vergados, O. Civitarese and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **570** (1994) 637.
- [93] T.S. Kosmas, A. Faessler, F. Simkovic and J.D. Vergados, *Phys. Rev. C* **56** (1997) 526.
- [94] V.C. Chasioti, T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **829** (2009) 234.
- [95] V. Tsakstara and T.S. Kosmas, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 054612.
- [96] K.G. Balasi, E. Ydrefors, and T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **868** (2011) 82.
- [97] P.G. Giannaka, T.S. Kosmas *J.Phys. Conf.Ser.* **410** (2013) 012124.
- [98] K.G. Balasi, E. Ydrefors, and T.S. Kosmas *Nucl.Phys. A* **866** (2011) 67.
- [99] V. Tsakstara, T.S Kosmas *Phys. Rev. C* **84** (2011) 064620.
- [100] E. Ydrefors, K.G. Balasi, et al. *Nucl.Phys. A* **896** (2012) 1.
- [101] V. Tsakstara, T.S Kosmas *Phys. Rev. C* **86** (2012) 044618.
- [102] D.K. Papoulias, T.S. Kosmas *Phys. Lett. B* **728** (2014) 482.

- [103] D.K. Papoulias, T.S. Kosmas *J.Phys.Conf.Ser.* **410** (2013) 012123.
- [104] M. Baranger, *Phys. Rev.* **120** (1960) 957.
- [105] W.A. Kaminski and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **529** (1991) 605.
- [106] V. Rodin and A. Faessler, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** (2006) 226.
- [107] M.S. Yousef, V. Rodin, A. Faessler and F. Simkovic, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014314.
- [108] A.R. Samana, F. Krmpotic and C.A. Bertulani, *Comp. Phys. Comm.* **181** (2010) 1123.
- [109] J.U. Nabi, H.V. Klapdor-Kleingrothaus, *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **71** (1999) 149.
- [110] K. Giotz and H.V. Klapdor, *Nucl.Phys. A* **460** (1986) 395.
- [111] D. Bailin, *Weak Interactions, Sussex University Press*, (1977).
- [112] A.A. Abrikosov, L.P. Gorkov and I.E. Dzyaloshinski, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*, (Courier Dover Publications, 1975).
- [113] O. Hausser, M.C. Vetterli, R.W. Ferguson, et al, *Phys. Rev. C* **43** (1991) 230.
- [114] B.H. Wildenthal, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **11** (1984) 5.
- [115] G.F. Bertsch and I. Hamamoto, *Phys. Rev. C* **26** (1982) 1323.
- [116] M. Ericson, A. Figureau, and C. Thevenet, *Phys. Lett. B* **45**(1973) 19.
- [117] W.F. Hornyak, *Nuclear Structure* Academic Press, New York (1975).
- [118] G.A. Lalazisis and C.P. Panos, *Phys. Rev. C* **51** (1998) 1247.
- [119] N.C. Mukhopadhyay, H.C. Chiang, S.K. Singh, E. Oset *Phys. Lett. B* **434** (1998) 7.
- [120] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, (Springer, New York, 1969).
- [121] D.J. Rowe, *Nuclear Collective Motion, Models and Theory* (Methuen and Co. LTD, London, 1970).
- [122] P.G. Giannaka, T.S. Kosmas, *Proceedings HNPS Advances in Nuclear Physics* 2013.

- [123] M.N. Harakeh, A. van der Woude Giant Resonances; Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitation. Clarendon Press, Oxford (2001).
- [124] B.A. Moftah, E. Gete, D.F. Measday, D.S. Arrnstrong, J. Bauer, T.P. Goringe, B.L. Johnson, B. Siebels, S. Stanislaus *Phys. Lett. B* **395**(1997) 157.
- [125] V. Brudanin, V. Egorov, T. Filipova, et al *Nucl. Phys. A* **587** (1995) 577.
- [126] J. Suhonen, *J. Phys. G* **19** (1993) 139.
- [127] K.W. Ford and J.G. Wills, *Nucl. Phys.***35** (1962) 295.
- [128] T.S. Kosmas, I.E. Lagaris, *J. Rhys. G* **28** (2002) 2907.
- [129] T.S. Kosmas, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **48** (2002) 307.
- [130] V.C. Chasioti, T.S. Kosmas, P.C. Divari *Prog. Part. Nucl. Phys.* **59** (2007) 481.
- [131] B. Frois and C.N. Papanicolas, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **37** (1987),133.
- [132] T.S. Kosmas and J.D. Vergados,*Nucl. Phys. A* **536**, (1992) 72.
- [133] D. Frekers, *Nucl. Phys. A* **752** (2004) 580.
- [134] S. El-Kateb, K.P. Jackson, et al. *Phys. Rev. C* **49** (1994) 3128.
- [135] J.U. Nabi, *Astrophys.Space Sci* **331** (2011) 537.
- [136] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, *Nucl. Phys. A* **673** (2000) 481.
- [137] G. Martinez-Pinedo, K. Langanke, and D.J. Dean *Astrophys. J, Suppl. Ser.* **126** (2000) 493.
- [138] K. Yako, M. Sasano, et al. *Phys. Rev. Let* **103** (2009) 012503.
- [139] S. Rakers, C. Baumer, et al. *Phys. Rev. C* **70** (2004) 054302.
- [140] J.U. Nabi, M. Sajjad, M.U. Rahman *Acta Phys.Polon. B* **38** (2007) 3203.
- [141] G.M. Fuller, W.A. Fowler, M.J. Newman *Ap. J. Suppl.* **42** (1980) 447;**48** (1982) 279; *Astrophys. J.* **252** (1982) 715.
- [142] M.B. Aufderheide, I. Fushiki, E. Woosley and D.H. Hartmann *Astrophys. J, Suppl. Ser.* **91** (1994) 389.
- [143] H.A. Bethe *Rev. Mod. phys.* **62** (1990) 801.
- [144] H.A. Bethe, G.E. Brown, J. Applegate and J.M. Lattimer *Nucl. Phys. A* **324** (1979) 487.

- [145] K. Langanke and G. Martinez-Pinedo *Phys. Let. B* **436** (1998) 19.
- [146] K. Langanke and G. Martinez-Pinedo *Phys. Let. B* **453** (1999) 187.
- [147] Y.F. Niu, N. Paar, D. Vretenar, and J. Meng *Phys. Rev. C* **83** (2011) 0458507.
- [148] D.J. Dean, K. Langanke, L. Chatterjee, P.B. Radha and M.R. Strayer *Phys.Rev. C* **58** (1998) 536.
- [149] N. Paar, G. Colo, E. Khan and D. Vretenar *Phys. Rev. C* **80** (2009) 055801.
- [150] J.U. Nabi, M.U. Rahman and M. Sajjad *Braz. J. Phys.* **37** (2007) 4.
- [151] M. Rahman, J.U. Nabi, *Astrophys.Space Sci* **351** (2014) 235.
- [152] J.U. Nabi, *Astrophys.Space Sci* **331** (2011) 537.
- [153] J.U. Nabi, M. Sajjad, M.U. Rahman *Acta Phys. Polon. B* **38** (2007) 3203.
- [154] A.L. Cole, T.S. Anderson et al *Phys.Rev. C* **86** (2012) 015809.
- [155] Q. Zhi, K. Langanke, et al *Nucl. Phys. A* **859** (2011) 172.
- [156] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, et al *Nucl. Phys. A* **716** (2003) 230.
- [157] B. Brown, B.H. Wildenthal, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38** (1988) 29.
- [158] G. Martinez-Pinedo, A. Poves, E. Caurier, *Phys.Rev. C* **53** (1996) 2602.
- [159] G. Martinez-Pinedo, A.P. Zuker, A. Poves, E. Caurier, *Phys.Rev. C* **55** (1997) 187.
- [160] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and J.M. Sampaio *Phys. Rev. C* **64** (2001) 055801.
- [161] S.W. Bruenn, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **58** (1985) 771.
- [162] J. Toivanen, E. Kolbe, et al *Nucl. Phys. A* **694** (2001) 395.
- [163] B.S. Meyer, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32** (1994) 153.
- [164] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and P. Vogel *J. Phys. G* **29** (2003) 2569.
- [165] C. Frohlich, G. Martinez-Pinedo G, et al *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 142502.
- [166] A. Heger, N. Langer, S.E. Woosley, *Ap. J.* **528** (2000) 368.

- [167] A. Juodagalvis, K. Langanke et al *Nucl. Phys. A* **747** (2005) 87.
- [168] K. Langanke, E. Kolbe and D.J. Dean *Phys.Rev. C* **63** (2001) 032801.
- [169] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, et al *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 241102.
- [170] E. Kolbe, K. Langanke, P. Vogel *Nucl. Phys. A* **613** (1997) 382.
- [171] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo *Nucl. Phys. A* **673** (2000) 481.
- [172] R.W. Hix, O.E.B. Messer et al., *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 210102.
- [173] T.S. Kosmas and E. Oset *Phys. Rev. C* **53** (1996) 1409.
- [174] P.G. Giannaka, T.S. Kosmas *In preparation*.
- [175] V.C. Chasioti *Ημιλεπτονικές Αντιδράσεις στο πεδίο του πυρήνα*, PhD. Thesis, Univ. of Ioannina (2007).
- [176] T. Kuramoto, M. Fucugita, Y. Kohyama and K. Kubodera, *Nucl. Phys. A* **512** (1990) 711.
- [177] K. Kubodera, S. Nozama, *Int. J. Mod. Phys. E* **3** (1994) 101.
- [178] Y. Tanaka, Y. Oda, et al *Phys. Lett. B* **83** (1979) 054612.
- [179] E.V. Bugaev, et al *Nucl. Phys. A* **324** (1979) 350.
- [180] N.A. Smirnova and C. Volpe *Nucl. Phys. A* **714** (2003) 441.
- [181] N. Schwierz, I. Wiedenhover and A. Volya *arXiv:0709.3525 [nucl-th]*.
- [182] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear structure Vol. I* (W.A. Benjamin, INC, New York, Amsterdam, 1969).
- [183] H. Esbensen and G.F. Bertsch *Phys. Lett. B* **359** (1995) 13.
- [184] M.S. Yousef, V. Rodin, A. Faessler and F. Simkovic, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014314.
- [185] Ι.Δ. Βέργαδος και Η.Σ. Τριανταφυλλόπουλος *Στατιστική Φυσική*, (Εκδόσεις Συμεων, Αθήνα 1991).

